École Nationale des Ponts et Chaussées

32,294

Cours de

Ponts Métalliques

ÉCOLE DES PONTS ET CHAUSSÉES BIBLIOTHÈQUE

Mr Grelot

Inspecteur Général des Ponts et Chaussées

Professeur

2ème Partie

1956

Section V

Ponts à poutres

Chapitre I

Travée indépendante

On désigne, sous le nom de "travée indépendante," un pont à poutres-maîtresses reposant à leurs extrémités sur deux appuis simples, dont les réactions ont une orientation bien déterminée; elles sont verticales si les forces appliquées sont verticales et si les surfaces d'appui sont horizontales.

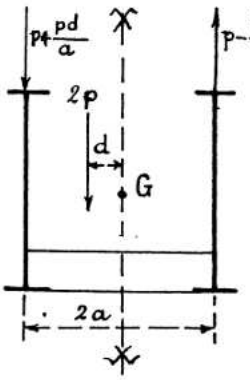
Les poutres-maîtresses peuvent être soit de hauteur constante, soit de hauteur variable.

Calcul des poutres-maîtresses

Au point de vue du calcul, on peut toujours admettre, sans erreur importante, que la charge permanente d'un pont à travée indépendante est uniformément répartie sur toute sa longueur. On peut d'ailleurs, après coup, et si on le désire, tenir compte de la répartition exacte de la charge permanente.

Les surcharges isolées (camions pour les ponts-routes, trains pour les ponts-rails, tramways) ne peuvent pas être assimilées à une surcharge uniforme, sans conduire à des erreurs d'autant plus graves que la portée est plus faible.

Cas où les surcharges sont disposées dissymétriquement sur le tablier.



Considérons une travée indépendante à deux poutres-maîtresses, et supposons qu'elle porte, sur toute sa longueur une surcharge dissymétrique égale à 2 p par unité de longueur; soit d la distance de son centre de gravité au plan longitudinal passant par l'axe de l'ouvrage.

Si, dans chacune des sections, on fait la réduction des forces appliquées au centre de gravité G des deux poutres-maîtresses, il faut adjoindre à la force élémentaire 2 p par unité de longueur un couple de torsion élémentaire égal à 2 p d.

Ce couple est équivalent à celui formé par deux forces égales à $\frac{pd}{a}$, appliquées aux poutres, 2 a représentant la distance entre les axes des

poutres-maîtresses.

On voit ainsi que la poutre la plus voisine du centre de gravité de la surcharge dissymétrique portera la surcharge $p + \frac{pd}{a}$ par unité de longueur, tandis que l'autre portera seulement $p - \frac{pd}{a}$.

La surcharge élémentaire $\frac{pd}{a}$ est souvent désignée sous le nom de "surcharge équivalente au couple de torsion".

On remarquera que les surcharges ainsi déterminées sont celles qui auraient été obtenues en supposant les pièces de pont articulées sur les poutres-maîtresses.

Il importe de se rendre compte que ce sont là des valeurs extrêmes; le raisonnement qui précède suppose en effet que les deux poutres-maîtresses sont des solides indéformables et indépendants; en réalité, ce sont des corps élastiques reliés par l'intermédiaire de l'ossature métallique du tablier et la couverture; la poutre qui est la plus surchargée tend à entraîner l'autre dans sa déformation, de sorte qu'il s'établit une compensation partielle dans la répartition de la surcharge.

Quoi qu'il en soit, on calcule toujours la poutre la plus surchargée en tenant intégralement compte de la surcharge équivalente au couple de torsion.[1]

Poutres-maîtresses de hauteur constante.

Le tablier peut être accolé aux membrures inférieures, (c'est le cas le plus fréquent), ou aux membrures supérieures; il est parfois placé à mi-hauteur des poutres. Suivant les cas, on dira que le pont est à tablier inférieur, supérieur, ou intermédiaire.

Poutres à âme pleine

Elles sont construites suivant les règles qui ont été données précédemment, dans l'étude générale de ce type de poutres.

Poutres triangulées

Poutres simples.

On fait surtout usage, en Europe, des types Warren et Pratt, dénommés aussi poutres à triangulation en V et en N. On facilite souvent l'exécution des assemblages en inclinant à 45° les barres obliques;

(1) On trouvera une analyse plus détaillée dans l'étude de M. Delpuech « La torsion dans les ponts métalliques » Annales des Ponts et Chaussées Janvier Février et Mars Avril 1944 (page 165 et suivantes).

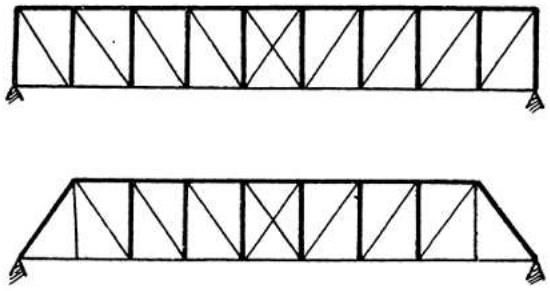
toutes les barres se rencontrent ainsi sous un angle de 45°.

Tous les panneaux ont la même dimension.

Le sens de la triangulation est renversé à partir du milieu de la portée, de sorte que les éléments correspondants de la triangulation dans les deux moitiés de la poutre travaillent dans le même sens sous l'influence de la charge permanente, symétriquement répartie.

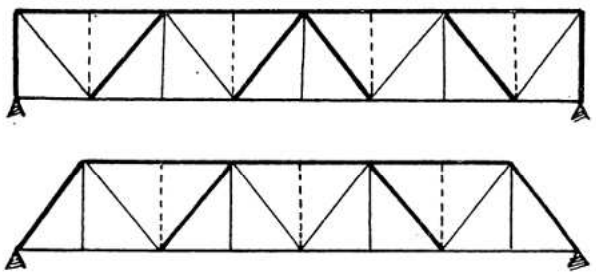
Les poutres triangulées dans le système Pratt présentent généralement un nombre impair de panneaux. Les poutres triangulées dans le système Warren ont nécessairement un nombre pair de panneaux; leur triangulation est complétée par des montants qui reportent les charges du tablier aux nœuds supérieurs; parfois même des montants intermédiaires soutiennent les membrures supérieures à l'aplomb des nœuds de la membrure inférieure.

Poutres Pratt



Dans le système Pratt, les montants d'extrémité sont généralement verticaux; mais il arrive parfois que l'on supprime l'élément extrême de la membrure supérieure, la première diagonale, et le montant sur appui, en remplaçant ces trois barres par une barre de triangulation aboutissant à l'appui, qui joue le rôle de barre de membrure supérieure.

Poutres Warren



Dans le système Warren, il est rare que l'on ajoute des montants d'extrémité verticaux; généralement, les barres d'extrémité sont obliques.

Dans les deux systèmes, le second type de construction conduit à des poutres un peu moins lourdes que le premier; mais l'aspect n'est pas toujours aussi satisfaisant.

Les pièces de pont sont placées au droit de chaque montant, et l'on voit ainsi que l'on a avantage, au point de vue de la rigidité transversale de l'ouvrage, à ajouter au système Warren les montants secondaires représentés en pointillé. Mais cette disposition n'est pas toujours réalisée; si l'ouvrage est de faible portée, les mailles sont assez petites, et l'on supprime parfois complètement les montants: les nœuds inférieurs ou les nœuds supérieurs sont alors seuls chargés.

La poutre à montants et Croix de Saint-André, dérivée du type Pratt, avec contre-tirants dans tous les panneaux est peu répandue, comme poutre à travée indépendante. C'est, dans ce cas, un mode de construction peu rationnel et peu économique.

Poutres dérivées

On a construit très peu de poutres **dérivées** à assemblages rigides, bien que l'on ait là un moyen d'améliorer un peu l'aspect des ponts métalliques.

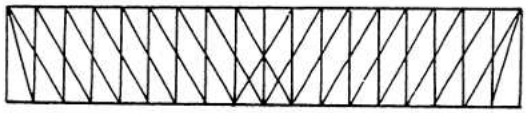
La tendance actuelle est d'ailleurs d'exclure les treillis secondaires, même au prix d'une grande augmentation de portée des longerons, et de l'accroissement de la longueur de flambement des diagonales dans le type Warren. Cette tendance est dûe au fait que les triangulations secondaires sont une cause d'aggravation des efforts parasites, et d'incertitude dans la détermination des efforts principaux

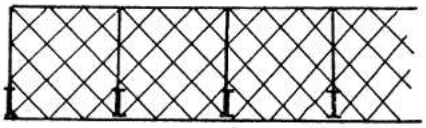
Il semble que le type de triangulation Warren soit aujourd'hui plus souvent employé que le type Pratt.

Poutres composées.

Ce sont souvent des poutres Warren ou Pratt à treillis d'ordre 2, 3, 4 et plus.

Dans la poutre Warren composée, on maintient constante l'inclinaison des barres de triangulation sur toute la longueur de la poutre, même aux extrémités, contrairement à ce que l'on fait pour la poutre Pratt.





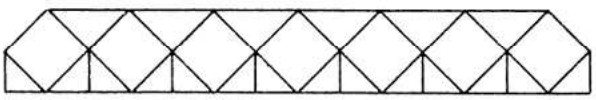
Aussi, certaines barres de triangulation se terminent sur les montants d'appui, et non pas à des noeuds sur les membrures. Ces montants jouent le rôle de répartiteurs des réactions d'appui entre les différentes triangulations simples.

On remarquera, d'autre part, que les noeuds de la triangulation étant très rapprochés, quelques uns d'entre eux seulement reçoivent les charges appliquées au tablier du pont; si l'on ne prenait aucune précaution particulière, seules les triangulations correspondantes supporteraient directement les charges.

On complète la poutre en plaçant, à l'aplomb des noeuds de charge, des montants "répartiteurs"; ils sont invariablement reliés avec les barres de triangulation qu'ils rencontrent, et reportent sur elles une partie des charges qu'ils reçoivent du tablier.

Dans ce même but de répartition des charges, et pour éviter le ferraillement produit par les barres qui peuvent être tantôt tendues, tantôt comprimées, on réunit entre elles les barres de triangulation, à leurs points de croisement.

Les premières poutres à assemblages rigides qui ont été construites étaient des poutres composées, ou "à treillis multiple"; le remplacement de ces poutres par des poutres à treillis simple est apparu comme une grande hardiesse, à l'époque où il a été opéré, il y a une cinquantaine d'années.



On utilise également depuis peu une poutre Warren double, munie de demi-montants, et souvent appelée "poutre à losanges".

Hauteur des poutres-maîtresses

Deux ordres de faits principaux interviennent pour déterminer la hauteur la plus avantageuse à attribuer aux poutres-maîtresses : la résistance aux charges verticales, et la résistance aux effets du vent.

Résistance aux charges verticales.

Soit h la distance entre les fibres moyennes des membrures de la poutre ; la section qu'il est nécessaire de donner à une barre de membrure, pour résister aux charges verticales produisant le moment fléchissant M au droit du nœud de charge opposé à cette barre est : $\omega = \frac{M}{nh}$, n étant la contrainte acceptable.

On a donc intérêt à augmenter la hauteur de la poutre, pour réduire la section de la barre et, par conséquent, le poids des membrures ; mais, en même temps, on accroît le poids de la triangulation, et notamment celui des pièces comprimées, qu'il peut devenir nécessaire de renforcer spécialement pour les mettre à l'abri du flambement.

D'autre part, on est limité par la convenance de ne pas avoir des membrures comprimées trop grêles pour la même raison.

Résistance au vent.

La pression exercée par le vent est proportionnelle à la surface exposée, et, par conséquent, proportionnelle à la hauteur de la poutre. Nous verrons que les effets produits sur la poutre sont sensiblement proportionnels au carré de la hauteur, lorsque le pont ne comporte qu'un seul contreventement longitudinal, et seulement proportionnels à la hauteur, dans le cas où le pont comporte un double contreventement longitudinal.

D'autre part, la contrainte de chaque membrure, sous l'effet de la flexion horizontale des poutres de contreventement, varie en raison inverse de la distance $2a$ entre les poutres-maîtresses ; il en est de même pour le supplément de contrainte qu'éprouve la membrure de la poutre surchargée sous l'influence de la flexion verticale dûe à la "charge équivalente à l'effet du vent".

On voit donc que l'on peut être amené, dans certains cas, à diminuer la hauteur des poutres-maîtresses, lorsque leur écartement est faible ; ou inversement à augmenter cet écartement au-delà de ce qu'exigeraient strictement les nécessités de la circulation, si la hauteur de la poutre doit être importante.

L'expérience des constructeurs les a conduits à établir des poutres dont la hauteur h est proportionnelle à la portée l ; habituellement, le rapport $\frac{h}{l}$ ne s'écarte guère, pour la travée indépendante, de la valeur moyenne de $\frac{1}{10}$; il est presque toujours compris entre $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{8}$.

Ce n'est que très exceptionnellement qu'il s'abaisse au-dessous de $\frac{1}{20}$ proportion atteinte pour les ponts à poutres multiples sous chaussée dont la portée ne dépasse guère 22,00 m, ou qu'il dépasse $\frac{1}{6}$.(1)

On retiendra que le rapport $\frac{h}{\ell}$ est d'autant plus élevé:

1°) que les charges verticales sont plus considérables
2°) que l'écartement des poutres-maîtresses est plus important
3°) que la contrainte de sécurité admise pour le métal est plus faible.
4°) que l'ouvrage est mieux abrité du vent, ou moins sensible à son influence. Ainsi, la hauteur convenable pour le cas d'une triangulation à larges mailles serait exagérée pour une poutre à treillis, et a fortiori, pour une poutre à âme pleine.

Il résulte également de ce qui précède que l'on peut donner aux poutres munies d'un double contreventement longitudinal plus de hauteur qu'aux poutres munies d'un simple contreventement longitudinal. Résal estimait que, pour une portée égale à 50,00 m, on peut considérer comme équivalents, au point de vue de la résistance aux effets du vent, deux ponts dont les poutres ont 6,00 m et 4,50 m de hauteur, le premier comportant un double contreventement longitudinal, et le second un simple contreventement longitudinal.

Remarque.

Dans les cas ordinaires, on choisira le rapport $\frac{h}{\ell}$ de telle manière qu'il soit possible de diviser l'élévation de la poutre en un nombre exact de panneaux de triangulation de même largeur, dans des conditions telles que leurs dimensions verticale et horizontale soient très voisines, de manière que les diagonales soient suffisamment inclinées sur l'horizontale.

Poutres-maîtresses de hauteur variable

On sait que, en première approximation, les membrures d'une poutre ont pour fonction de résister aux moments fléchissants. Dans une travée indépendante, l'enveloppe des moments fléchissants dûs à la charge permanente et aux surcharges affecte grossièrement la forme d'une parabole à axe vertical, passant par les appuis.

Si la hauteur de la poutre est constante, il en résulte que, malgré la diminution de l'importance des semelles, et surtout dans les ponts rivés, les membrures présentent, au voisinage des extrémités, une résistance surabon-

---

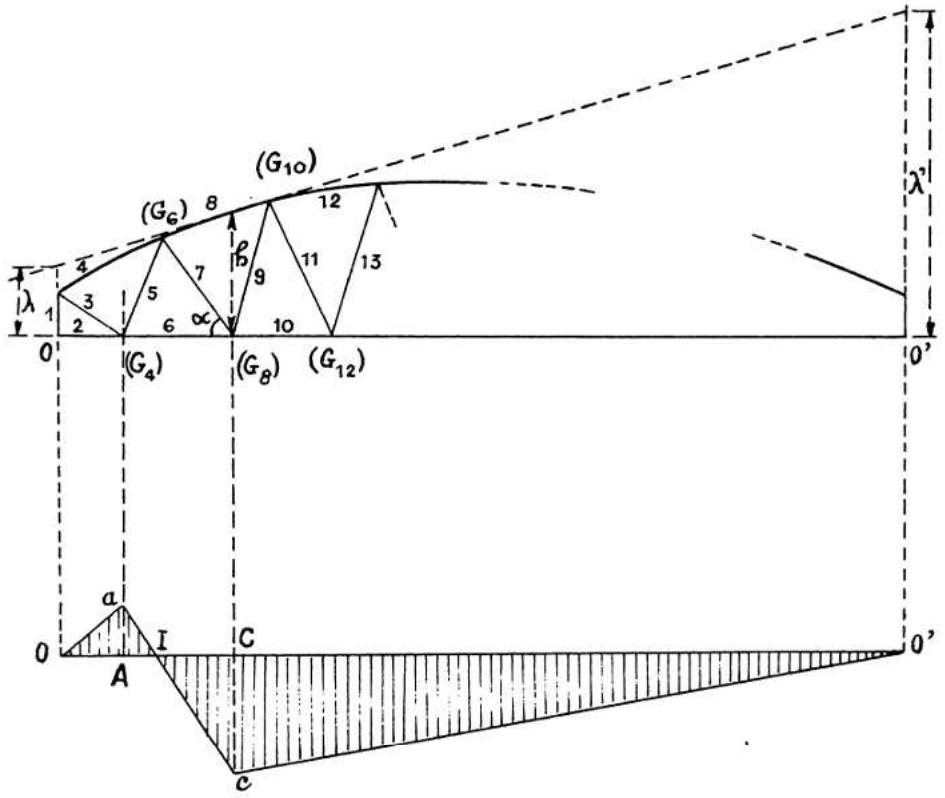
(1) Ces proportions qui sont indiquées ici se rapportent aux poutres construites avec l'acier Ac 42.

dante ; le métal correspondant est, en définitive, mal utilisé.

Il paraît donc plus rationnel de réaliser des poutres de hauteur variable, minimum aux extrémités, et maximum au milieu de la portée, de manière que la valeur des moments résistants dans les différentes sections suive d'aussi près que possible la courbe enveloppe des moments fléchissants[1]

Mais cette disposition entraine, comme nous allons le voir, quelques inconvénients au point de vue du sens des efforts susceptibles de se produire dans les barres de triangulation.

Renversement des efforts dans les barres de triangulation.



Considérons une poutre triangulée de hauteur variable, et traçons la ligne d'influence des efforts dans la diagonale portant le N° 7. On sait qu'elle comporte une zone positive (compressions) et une zone négative (tractions) les points de brisure se trouvant sur les verticales des nœuds de charge G_4 et G_8 qui encadrent la barre 7 (On suppose ici que les seuls nœuds de charge se trouvent sur la membrure inférieure).

Soient[2] λ et λ' les longueurs interceptées par la barre 8 de la membrure opposée au nœud G_8 sur les verticales des appuis 0 et 0', h la hauteur de la poutre au droit du nœud G_8, α l'angle de la barre 7 avec l'horizontale.

L'application du théorème de Ritter, et des considérations de triangles semblables montrent que, si x_1 et x_2 désignent les abscisses des nœuds de charge qui encadrent la barre (ici G_4 et G_8), on a:

$$A\,a = \frac{x_1\,\lambda'}{\ell\,h\,\sin\alpha} \qquad C\,c = \frac{(\ell - x_2)\,\lambda}{\ell\,h\,\sin\alpha}$$

---

(1) Les poutres triangulées de hauteur variable sont d'ailleurs les premières poutres à assemblages rigides qui ont été construites.

(2) Nous ne considérons que la moitié gauche de la poutre, supposée symétrique.

D'après l'étendue relative des surfaces positive et négative, on voit que sous l'action de la charge permanente, supposée uniformément répartie, la barre 7 sera tendue; mais si la surcharge était beaucoup plus importante que la charge permanente, et se trouvait placée seulement dans l'intervalle 0I, il se pourrait que la barre fût comprimée: il se produirait un renversement d'effort dans cette barre.

On peut déterminer dans quelles conditions ceci peut avoir lieu: soit $\underline{p'}$ la valeur de la charge permanente par unité de longueur, $\underline{p}$ celle de la surcharge; la condition nécessaire et suffisante est que

$$\text{aire } 0I\alpha \times p > (\text{aire } I0'c - \text{aire } 0I\alpha)\,p'$$

$$\text{ou} \quad \frac{\text{aire } 0I\alpha}{\text{aire } I0'c} > \frac{p'}{p+p'}$$

c'est-à-dire $$\frac{\lambda'}{\lambda} \times \frac{x_q^2}{(l-x_z)^2} \times \frac{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_z}{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_q} > \frac{p'}{p+p'}$$

ou encore $$\left(\frac{l-x_z}{x_q}\right)^2 < \frac{p+p'}{p'} \times \frac{\lambda'}{\lambda} \times \frac{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_z}{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_q}.$$

Si l'on avait une poutre de hauteur constante, il en résulterait $\lambda'=\lambda=b$,

et $$\left(\frac{l-x_z}{x_q}\right)^2 < \frac{p+p'}{p'}$$

Dans les triangulations Pratt et Warren, si $\underline{d}$ désigne la distance entre deux nœuds de charge consécutifs, on a: $x_z = x_q + d$; d'où en posant $\frac{p+p'}{p'} = \gamma^2$:

$$\frac{l-(x_q+d)}{x_q} < \gamma$$

ou enfin: $$x_q > \frac{l-d}{\gamma+1}$$

Cette inégalité fait connaître à partir de quel panneau de triangulation le renversement des efforts est possible.

Si la poutre est de hauteur variable, il est bien évident que le rapport $\frac{\lambda'}{\lambda} \times \frac{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_z}{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_q}$ est supérieur à l'unité. Soit alors $\beta^2 = \frac{p+p'}{p'} \times \frac{\lambda'}{\lambda} \times \frac{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_z}{\lambda l + (\lambda'-\lambda)x_q}$; $\beta^2 > \gamma^2$.

Dans ce cas, l'inégalité sera satisfaite pour des valeurs x'_z et x'_q telles que $x'_q > \frac{l-d}{\beta+1}$, c'est-à-dire que x'_q sera inférieur à x_q: le renversement des efforts se produira donc, toutes choses égales d'ailleurs, sur un nombre de panneaux plus important que si la poutre était de hauteur constante.

Inconvénients du renversement des efforts dans les barres de triangulation.

Si la poutre est triangulée dans le système Warren, il faut que les barres

de triangulation tendues susceptibles d'être soumises au renversement des efforts résistent à la compression; dans le système Pratt, on complète habituellement la triangulation en réalisant une Croix de Saint-André dans chacun des panneaux intéressés par le renversement des efforts.

Il en résulte par conséquent un accroissement du poids de la triangulation.

Mais, d'autre part, comme nous l'avons déjà indiqué, les assemblages rivés ou soudés se prêtent mal au renversement des efforts; il peut en résulter, à la longue, une fatigue de la rivure ou de la soudure, qui se traduit par une diminution de la résistance des assemblages, et, dans le cas de la rivure, par des glissements relatifs des tôles assemblées.

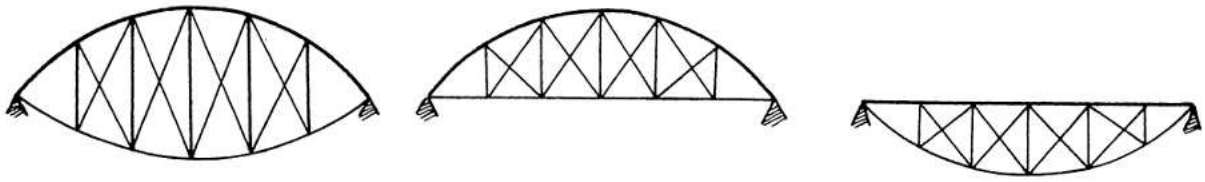
Aussi, l'Annexe à la Circulaire du 7 Février 1933, relative à l'emploi des aciers à haute résistance a-t'il spécifié que la contrainte au cisaillement des rivets assemblant des barres de triangulation soumises à des efforts susceptibles de changer de sens ne doit pas dépasser, sous l'effet du plus petit des deux efforts extrêmes, une contrainte qui est sensiblement le tiers de la contrainte admise dans les assemblages où les barres sont soumises à des efforts dont le sens est toujours le même; une règle analogue, et particulièrement sévère, est applicable aux soudures.

Enfin, on sait que la rupture du métal constituant les barres peut se produire sous l'action d'efforts alternés, même lorsque la limite apparente d'élasticité du métal n'est atteinte pour aucune valeur de ces efforts: il suffit que la limite d'endurance soit atteinte.

Le renversement des efforts dans les barres de triangulation se présente donc comme un inconvénient assez sérieux.

Principaux types de poutres à hauteur variable qui ont été utilisés.

On peut faire décrire aux deux membrures de la poutre des paraboles à courbures opposées, ou attribuer à la membrure inférieure une forme rectiligne, et à la membrure supérieure la forme d'une parabole, ou inversement. Les ordonnées des paraboles sont toujours nulles sur les appuis.



Dans ces conditions, une charge uniformément répartie sur toute la longueur de l'ouvrage donne dans les membrures un effort de compression (ou de traction) pure, abstraction faite des déformations élastiques. On peut donc constituer les membrures, dans ce cas, par des pièces de section constante.

On sait d'autre part que, sous certaines réserves de forme, on peut, en première approximation, considérer, pour le calcul de la triangulation, l'effort

tranchant réduit $W = b \frac{d}{dx}\left(\frac{M}{b}\right)$.

Pour une charge uniformément répartie sur toute la longueur, M et b sont proportionnels, donc $W = 0$

Dans ce cas particulier, l'effort tranchant réduit est nul, et il est inutile de trianguler la poutre : il suffit de relier les deux membrures par des montants, qui répartissent la charge entre elles et si elles sont paraboliques, on la reportent entièrement sur la membrure parabolique, si l'autre est rectiligne. C'est ce qui se passe, par exemple pour un pont-canal, un pont-aqueduc, une passerelle destinée à recevoir les conduites forcées d'une usine, disposées horizontalement.

On réserve alors le nom de bow-string à la poutre ainsi réalisée.

Mais, en général, les surcharges ne sont pas uniformément réparties sur toute la longueur de la poutre, et l'effort tranchant réduit peut varier entre des limites égales et de signes contraires. Il faut donc munir la poutre d'une triangulation ; et comme il y a renversement d'efforts dans toutes les barres, on a généralement intercalé une croix de St André entre deux montants.

D'autre part, la hauteur diminue trop vite depuis le milieu de l'ouverture jusqu'aux appuis, par rapport à la décroissance des moments fléchissants (mesurés sur la courbe enveloppe).

Comme la hauteur de la poutre décroît plus vite que les moments maxima on arrive à ce résultat paradoxal que la section de la membrure croît, tandis que le moment de flexion va en décroissant.

Le rapport entre la section de la membrure sur l'appui et dans la section médiane, est $1 + 16\frac{H^2}{l^2}$, $\underline{H}$ étant la hauteur maximum de la poutre et $\underline{l}$ sa portee.

Dans la poutre à chevron, ce rapport est égal à 2.

Poutre Pauli.

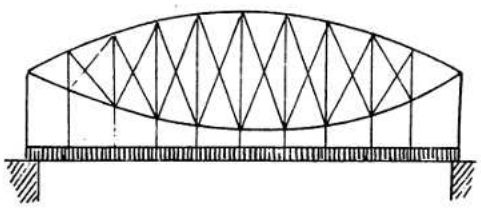
Dans cette poutre qui a été utilisée en Allemagne, la hauteur décroît moins vite que les moments de flexion maxima.

Ses membrures décrivent des courbes symétriques par rapport à l'horizontale des extrémités, la hauteur de la poutre satisfaisant à la relation $b = \frac{4H}{l^2} x (l - x)\left[1 + \frac{8H^2}{l^4}(l - 2x)^2\right]$, qui présente une forme algebrique analogue à celle de la courbe enveloppe des moments fléchissants.

Avec un tel profil, on constate que les efforts supportés par les barres formant les membrures sont à peu près constants, ce qui permet, au prix de très légères variations de contrainte, de leur donner une section constante.

Cet avantage est compensé par le fait que le renversement des efforts dans la triangulation se produit sur presque toute la longueur de la travée, d'où la nécessité de munir la triangulation de contrebarres.

De plus, aucune des deux membrures courbes ne peut être accolée au tablier, ce qui est une cause de complication de la construction, et d'aggravation de poids. Ce type semble aujourd'hui abandonné; le pont du Rhin à Maxence, comportant des travées successives de 105,20 m de portée a été construit suivant ce mode, le tablier étant tangent à la poutre courbe inférieure.



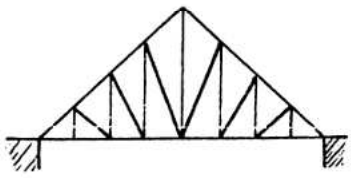
Poutre elliptique.

L'une des membrures est rectiligne, l'autre est en forme d'ellipse, d'équation $h = \frac{2H}{l}\sqrt{x(l-x)}$.

Ce type présente l'avantage que les efforts dans la triangulation sont notablement réduits : pour la charge permanente, l'effort tranchant réduit est la moitié de l'effort tranchant absolu; pour les surcharges, il est réduit dans une proportion variable de $\frac{1}{2}$ à 1, quand on se déplace des appuis jusqu'au milieu; mais la région centrale où se manifeste le renversement des efforts dans la triangulation comprend une fraction assez importante de l'ouverture, le tiers quand la charge permanente est égale à la surcharge uniforme.

A titre d'élément de comparaison, cette longueur est sensiblement le double de celle qui correspondrait au cas d'une poutre de hauteur constante, dans la même hypothèse.

On s'est donc efforcé de réaliser des profils de poutres tels qu'il ne se produise pas de renversement d'efforts dans la triangulation. Le profil en chevron répond à cette condition, ainsi que certains profils en ogive assez pointus, mais ils ne sont pas utilisés, sinon pour des ouvrages provisoires, ou dans les fermes de toits. Le signe de l'effort tranchant réduit est contraire à celui de l'effort tranchant qui serait dû à la charge complète. Ces profils qui ne se prêtent pas à un bon contreventement devraient, d'ailleurs, être employés de préférence dans la position symétrique de celle qui est figurée ci-contre par rapport à l'horizontale des appuis, de manière que les éléments comprimés de la triangulation soient les plus courts.

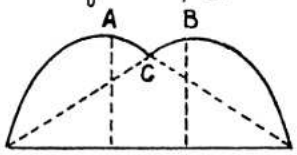


Poutre Schwedler.

Dans cette poutre, le profil théorique est tel que l'effort tranchant réduit conserve le même signe dans toutes les sections, quelle que soit la disposition des surcharges, ce signe étant celui de l'effort tranchant T.

La membrure inférieure est horizontale, la membrure supérieure est courbe, et sa fibre moyenne est constituée par deux branches d'hyperbole symétriques par rapport à l'axe vertical de la poutre, la branche de la moitié

de gauche ayant pour équation : $h = b \frac{x(l-x)}{l} \frac{2p'+p}{p'l+px}$, p' représentant la charge permanente et p la surcharge supposées constantes par unité de longueur ; b est une constante.

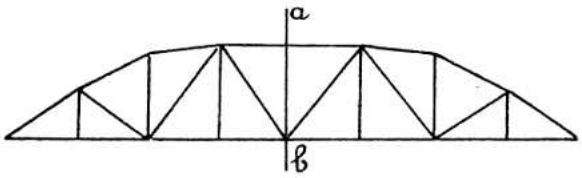


On voit, sur la figure ci-contre, que ce profil est pratiquement inacceptable dans la région centrale A B, puisque la hauteur de la poutre irait en diminuant entre A et B et le milieu C, et serait minimum au milieu de la travée, où le moment fléchissant est maximum. Aussi, on remplace l'arc concave A C B par l'horizontale A B. Il se produit alors, dans la région avoisinant A B, des renversements d'efforts dans la triangulation, et l'on est obligé d'y placer des contrebarres.

Ce profil a été, assez fréquemment, employé en Allemagne en remplaçant l'arc A B par une ligne droite ou par une courbe aplatie ; l'aspect n'en est pas très heureux, et Schwedler lui-même a conseillé de remplacer la courbe théorique par une courbe voisine, d'aspect plus élégant.

Profils dérivés de la poutre Schwedler.

Nous signalerons que l'on a eu quelquefois recours à la solution qui consiste à terminer chaque extrémité de la poutre par un pan coupé, dont la direction est tangente à la courbe Schwedler. La hauteur est constante dans la région centrale de la travée ; en dehors de cette région on adopte un profil courbe ou brisé, extérieur à la courbe théorique Schwedler.



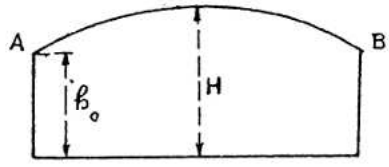
On a parfois employé également comme tracé de la membrure supérieure un polygône inscrit dans les arcs d'hyperbole.

L'inconvénient de ces profils (Schwedler ou dérivés) est que la membrure supérieure présente des variations de courbure ou des angles vifs aux nœuds, ce qui cause quelques difficultés d'usinage, et conduit à donner des courbures un peu exagérées aux plats et aux cornières.

Profil mixte.

Tous les profils que nous venons d'étudier ont pour caractère commun que la hauteur h s'annule sur les appuis ; cette disposition, rationnelle en ce qui concerne les charges verticales, l'est moins pour la résistance aux efforts du vent. Il est en effet plus difficile de réaliser le contreventement d'une manière satisfaisante quand la hauteur des poutres s'annule sur les appuis, comme nous le verrons plus tard.

Aussi, on emploie plus fréquemment, et surtout en France, des profils mixtes, dont la hauteur égale à h_0 sur les appuis, croît jusqu'à la valeur H dans la section médiane. On prend généralement comme courbe de raccordement entre les points A et B un arc de cercle, ou de parabole.



Il est préférable de choisir un arc de cercle : le tra-

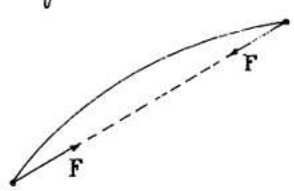
vail d'usinage à l'atelier est grandement facilité, puisque la courbure est constante; l'aspect est également plus satisfaisant; enfin, lorsque le pont comporte un contreventement longitudinal supérieur, ou des cadres de contreventement transversal, l'aspect de l'ensemble des barres de contreventement est beaucoup plus agréable lorsque l'on s'engage sur le pont, en raison de la constance de la courbure; par contre, les barres forment un enchevêtrement qui paraît inextricable lorsque la courbure est variable.

Ce profil, assez satisfaisant à l'œil, est moins avantageux que le précédent au point de vue de la triangulation: il s'y produit des renversements d'efforts dans la région centrale, sur une longueur d'autant plus importante que les rapports $\frac{h_0}{H}$ et $\frac{p}{p'}$ sont plus petits. On l'établit en poutres Pratt, Warren et à montants et Croix de Saint-André.

Remarque relative au calcul des poutres de hauteur variable.

Les méthodes de calcul des systèmes articulés supposent essentiellement que les différentes barres sont rectilignes, c'est-à-dire que la membrure supérieure des profils que nous venons d'indiquer est polygonale, et non pas courbe.

Or, l'aspect polygonal est assez peu satisfaisant, et, dans les ouvrages soignés, la membrure supérieure est toujours courbe; il en résulte que la direction des efforts calculés F ne coïncide pas avec la fibre moyenne de la barre courbe, et qu'il se produit, en tout point de cette barre, des moments fléchissants.



Il faut en tenir compte dans le calcul des contraintes, même si la courbure est peu prononcée. Dans une barre courbe encastrée de corde l et de flèche f, les moments fléchissants ont pour valeur: aux extrémités $M_0 = -EI\,\frac{8f}{l^2}\left(1-\frac{\frac{\alpha l}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha l}{2}}\right)$ avec $\alpha^2 = \frac{F}{EI}$

au milieu $M_{\frac{l}{2}} = M_0 - F\left(f+v\right) = -EI\,\frac{8f}{l^2}\left(1-\frac{\frac{\alpha l}{2}}{\sin\frac{\alpha l}{2}}\right)$

Des développements en série limités au 1ᵉ terme (ce qui n'est pas toujours suffisamment approché) donneraient $M_0 = -\frac{2}{3}Ff$ et $M_{\frac{l}{2}} = +\frac{1}{3}Ff$.

Hauteur des poutres de hauteur variable

Dans les poutres de hauteur variable, le rapport $\frac{H}{l}$ ne descend guère au-dessous de $\frac{1}{12}$; il est souvent compris entre $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{6}$.(1)

La hauteur h_0 est très variable, suivant les auteurs, et la destination du pont; une limite inférieure est fixée par la convenance de donner au premier panneau une hauteur sur appui telle que l'inclinaison de la première diagonale sur la verticale ne soit pas trop importante; l'effort dans cette diagonale croît en effet avec cette inclinaison, et on éprouverait les plus sérieuses difficultés non seulement pour lui donner

(1) Ces proportions se rapportent aux poutres construites en acier Ac 42.

une section convenable, mais surtout pour réaliser une bonne attache de ses extrémités. Elles seront évitées si cette hauteur représente au moins les 3/4 de la dimension horizontale des panneaux (écartement des pièces de pont).

Souvent, on est d'ailleurs obligé d'aller au-delà, et notamment, lorsque le pont doit être muni d'un contreventement longitudinal supérieur, avec portiques de butée. Il faut en effet réserver un gabarit dont la hauteur minimum au-dessus de la chaussée est imposée.

On peut dire, d'ailleurs, que l'adoption de poutres de hauteur variable ne présente à peu près aucun intérêt tant que la portée est faible : pour les ponts-routes, tant à simple qu'à double voie charretière, il est préférable d'employer la poutre de hauteur constante, tant que l'ouverture ne dépasse pas 25,00 m.

Qualités et défauts des travées indépendantes à poutres droites à âme pleine ou triangulées

Les travées indépendantes à poutres droites sont les ponts les plus simples, les plus faciles à calculer et à monter. Leur emploi est indiqué pour les portées moyennes ; il n'est qu'exceptionnel pour les grandes portées, quand la nature du terrain de fondation ne se prête pas à l'établissement aisé de nombreux supports, et qu'il est possible de disposer les poutres-maîtresses au-dessus du niveau de la chaussée.

Pour les faibles portées, les poutres-maîtresses à âme pleine sont les plus recommandables, pour les raisons déjà exposées précédemment ; on les fait généralement de hauteur constante. Mais, dès que des questions d'aspect entrent en jeu, il est préférable de leur substituer des poutres triangulées, qui sont alors plus légères.

Si l'on recherche en outre l'économie, il faut recourir aux poutres de hauteur variable, à partir de portées comprises entre 25 et 30,00 m.

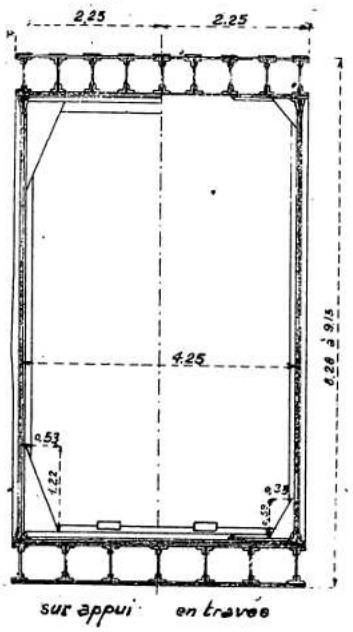
La poutre à profil mixte avec membrure supérieure circulaire paraît une des plus recommandables ; mais sa construction n'est pas très simple, car tous les assemblages des barres de triangulation sur les membrures sont d'importance et d'orientation différentes.

On ne dépasse guère la portée de 35,00 m, pour les poutres à âme pleine rivées. L'économie de poids procurée par l'emploi de la soudure permet aujourd'hui d'aller plus loin : on a atteint 54,00 m.

On tolère souvent une majoration de poids de 10 à 15 % par rapport aux poutres triangulées pour utiliser la poutre à âme pleine, plus facile à usiner et plus sûre.

Toutefois on a construit de 1846 à 1849 le pont Britannia sur le détroit de Menai, dont les travées centrales ont 142,00 m de portée ; ce pont qui supporte la ligne de chemin de fer de Chester

à Holyhead est un véritable tube de fer, de section quadrangulaire, formé de travées indépendantes les unes des autres.



Comme le montre la figure ci-contre, qui représente les demi-coupes transversales sur culée et en travée, les membrures sont essentiellement constituées par deux poutres cellulaires. Les parois latérales formées d'une tôle raidie par des nervures, constituent les âmes de cette poutre.(1)

On a utilisé également ce mode de construction au pont de Conway et au pont Victoria, à Montréal, sur le Saint-Laurent

Les poutres de hauteur variable ont permis d'atteindre de très grandes portées, sans difficultés particulières de construction.

Les premières poutres à profil mixte ont été construites par l'Ingénieur français Brunel en 1852 (Pont de Chepstow sur la Wye); en Hollande, où le mauvais terrain de fondation a conduit à construire des ouvrages isostatiques, on a établi dès 1853 des travées de 50,00 m d'ouverture, et le pont de Kuilenbourg sur le Leck de 154,00 m de portée, construit en 1868, a longtemps détenu le record européen.

Le pont de Belgrade, sur le Danube, construit avant la guerre, comportait 5 travées de 135,00 m et une travée de 160,00 m (pont mixte route et voie ferrée); celle-ci est triangulée dans le système Warren simple, et comporte 12 panneaux égaux de 13,333 m, les nœuds inférieurs de la triangulation étant espacés de 26,666 m, et des montants répartiteurs étant prévus aux extrémités de chacun des panneaux.

Rappelons enfin que les plus grandes travées du pont Alfred Smith, sur l'Hudson, ont 183,00 m de portée.

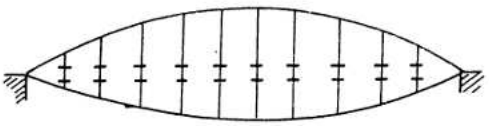
La soudure se prête assez mal à la construction des travées indépendantes triangulées, en raison des renversements d'efforts qui se produisent dans les barres de triangulation, et de la difficulté qui en résulte pour leur fixation sur les membrures par l'intermédiaire des cordons suffisamment résistants; il peut y avoir aux nœuds une accumulation de cordons.

---

(1) A titre de curiosité, indiquons que l'on a pu tripler sans dommage les surcharges qu'il supportait au moment de sa mise en service: on avait alors peu d'expérience de la construction et des calculs, et l'on prenait une grande marge de sécurité.

Poutres à membrures indépendantes.

Nous avons vu que, dans une poutre à travée indépendante, dont la hauteur varie suivant une loi parabolique, l'effort tranchant réduit produit par une charge uniformément répartie est nul. La triangulation peut être supprimée; les deux membrures sont alors reliées par des tiges verticales, supportant les pièces de pont; leur rôle est de répartir la charge entre les deux membrures.



On réalise ainsi une poutre dite à membrures indépendantes, dans laquelle la membrure supérieure est purement comprimée, et la membrure inférieure purement tendue.

Mais, si les charges ne sont pas uniformément réparties, les membrures subissent non seulement des efforts de compression ou de traction, mais encore des efforts de flexion. Si la poutre a été initialement conçue de telle manière que ses membrures ne présentent, dans chacune de leurs sections, qu'un module d'inertie $\frac{I}{V}$ très faible, la distribution de la matière ne pourra être conservée qu'à la condition d'y adjoindre un système auxiliaire, dit système de rigidité, dont le rôle sera de résister aux moments fléchissants que la poutre ne pourrait supporter.

On réalise ainsi la poutre bow-string, dont l'idée et la forme sont dûes à Navier.

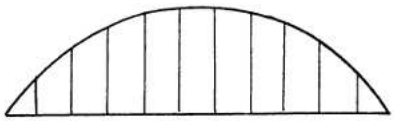
On peut d'ailleurs envisager différents modes d'établissement de ce système de rigidité.

On peut d'abord le considérer comme formé de deux poutres accolées respectivement à la membrure supérieure et à la membrure inférieure. On sait que, en première approximation, les moments fléchissants se répartissent entre ces poutres proportionnellement à la valeur de leurs moments d'inertie. Il va de soi que l'on ne construira pas des poutres de rigidité distinctes des membrures elles-mêmes, mais que l'on attribuera à ces membrures des profils tels qu'elles soient en situation de supporter à la fois les efforts de traction ou de compression qu'y exercent les charges uniformément réparties sur toute la longueur de l'ouvrage, ainsi que les efforts de même nature, et les efforts de flexion provenant des surcharges incomplètes.

Il n'y a pas de règle établie pour la répartition des moments d'inertie entre les deux membrures.

Le plus fréquemment, la membrure inférieure est rectiligne, et accolée au tablier; il en résulte que les circonstances de la construction obligent à lui donner une certaine hauteur, puisqu'elle reçoit les assemblages des pièces de pont sur les poutres-maîtresses; elle a, par conséquent, un moment d'inertie assez important. Dans ces conditions, la membrure

supérieure peut être réduite à des dimensions assez faibles.



Mais, on a souvent fait l'inverse, et notamment en Allemagne où l'on attribue presque toute la rigidité nécessaire à la membrure supérieure, en n'en laissant qu'une très faible part à la membrure inférieure.

A la limite, on peut donner à la membrure inférieure un moment d'inertie à peu près nul ; elle est alors incapable de résister à l'action des moments fléchissants, et ne peut transmettre que des efforts de traction. On réalise ainsi un type d'ouvrage dérivé du précédent, mais qui, du point de vue mécanique, en est distinct : c'est l'arc à tirant.

Le tirant idéal sans rigidité serait constitué par un câble ; il ne semble pas que l'on en ait construit ainsi. C'est sans doute parce qu'il serait difficile de fixer des câbles aux extrémités de la membrure supérieure sous une tension initiale bien déterminée ; c'est aussi parce que le coefficient d'élasticité d'un câble[1] est notablement plus faible que celui de l'acier laminé, et qu'il est variable avec sa tension ; enfin, les variations de température produiraient temporairement dans le câble et dans la charpente métallique des allongements très inégaux, en raison de leur différence de constitution. Il pourrait donc se produire des efforts parasites dont il serait assez difficile de prévoir l'importance.

On constitue en général le tirant par une poutre métallique très basse et dont, par conséquent, le moment d'inertie par rapport à son plan horizontal médian est très faible ; pour éviter sa déformation verticale, on la soutient au droit de chaque pièce de pont, soit en la faisant passer au travers d'un évidement ménagé dans celle-ci, soit en la faisant porter par une console disposée à son extrémité. La jonction de l'arc et du tirant est réalisée au moyen d'un assemblage à rotule.

On voit donc la différence profonde qu'il y a entre le bow-string et l'arc à tirant. Le seul caractère commun est que les réactions de ces deux poutres sur leurs appuis dûes aux charges verticales ont une direction bien déterminée, verticale si les surfaces d'appui sont horizontales. Mais dans le bow-string, les deux membrures de la poutre participent à la flexion générale de l'ouvrage ; dans l'arc à tirant, le tablier est, en réalité, suspendu à la membrure supérieure, qui se comporte comme un arc, dont la poussée est équilibrée par les efforts de traction développés dans le tirant.[2]

Dans les deux dispositifs, la difficulté est d'assurer convenablement la liaison entre les deux membrures, à leurs deux extrémités ; il y a là des assemblages assez complexes à réaliser, pour assurer, dans des conditions satisfaisantes, la transmission des efforts entre ces deux organes.

---

(1) On vise ici le câble à torsions alternatives, seul employé en France dans les ponts suspendus.

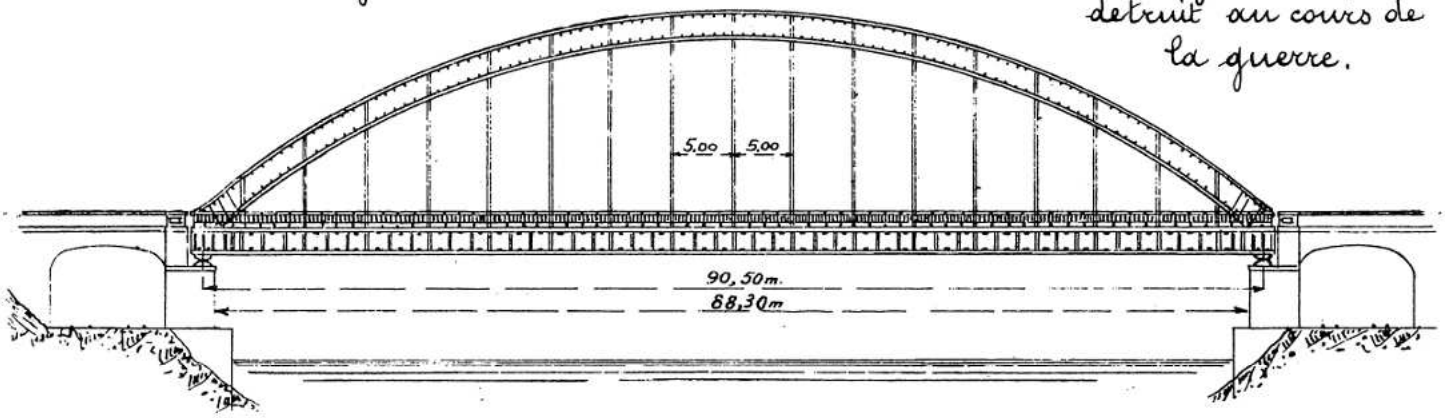
(2) Il s'agit d'un équilibre entre deux corps susceptibles de se déformer élastiquement ; l'allongement élastique du tirant doit être égal à l'écartement des appuis de l'arc provoqué par les charges ou les variations de la température.

On sait que la théorie habituelle des bow-strings est basée sur le fait que les déformations verticales des deux membrures sont identiques dans toutes les sections et que les suspentes sont articulées sur les membrures. Pour que la traduction de ces hypothèses conserve quelque vraisemblance, il faut d'abord que les suspentes travaillent très modérément, et que la largeur des suspentes en élévation soit relativement faible, pour réduire les moments d'encastrement sur les membrures et leurs effets, auxquels les suspentes sont particulièrement sensibles (1).

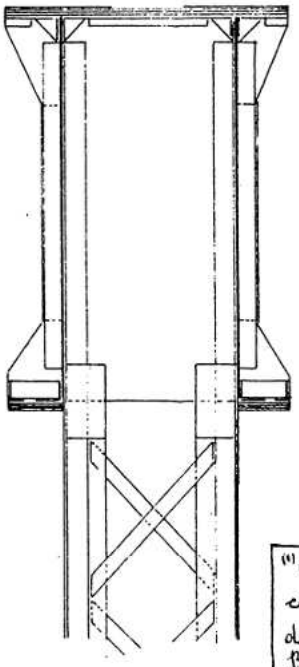
Il paraît en outre convenable de fixer à 10 au moins le nombre des suspentes, sous la réserve que leur distance mutuelle ne soit pas supérieure à 11.00 m ou à 5,00 m, dans le cas de grandes portées. Si l'on voulait s'écarter de cette dernière indication, il faudrait alors faire des calculs plus complets, à moins que les moments d'inertie des membrures entre 2 suspentes soient proportionnels et que les charges ne soient appliquées que par l'intermédiaire des suspentes, (ce qui n'est pas pour le poids propre des membrures). Ces calculs peuvent être faits assez rapidement par une méthode d'approximations successives.

La membrure inférieure des poutres à membrures indépendantes est généralement à âme pleine, tout au moins quand elle est accolée au tablier; la membrure supérieure peut être à âme pleine, ou à triangulation.

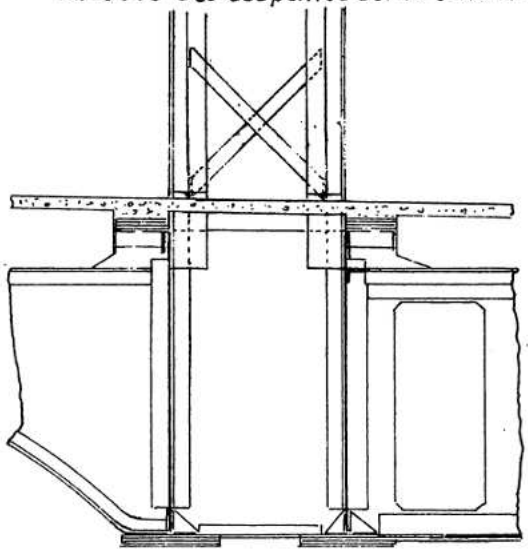
Les figures ci-contre représentent le bow-string de 90,50 m de portée et de 23,30 m de largeur établi sur le Bassin Vauban, à Strasbourg, en 1927, et détruit au cours de la guerre.



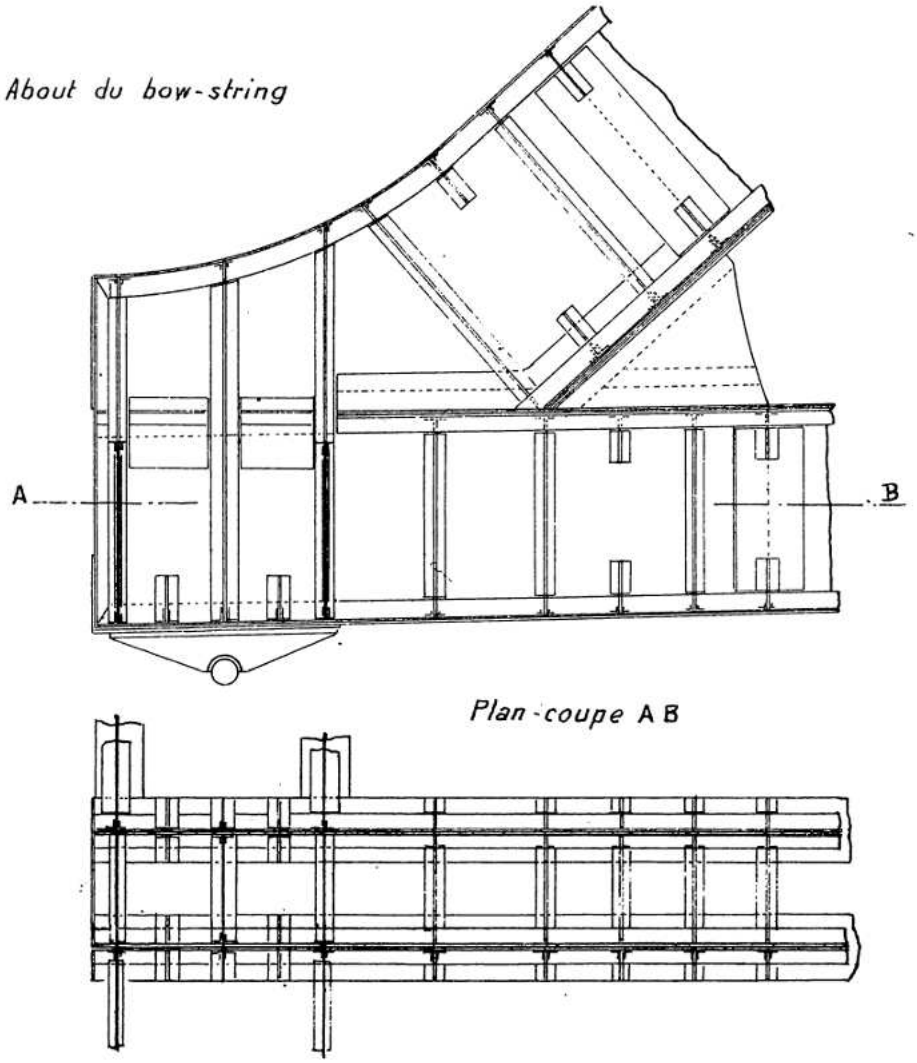
Attache des suspentes sur l'arc.



Attache des suspentes sur le tablier



(1) On a parfois trouvé expérimentalement dans certaines suspentes courtes des majorations des contraintes primaires de traction de l'ordre de 50%. Voir Technique Moderne Construction Décembre 1952. Le pont de la Bleuze Borne. Les membrures sont peu sensibles aux effets de l'encastrement des suspentes.



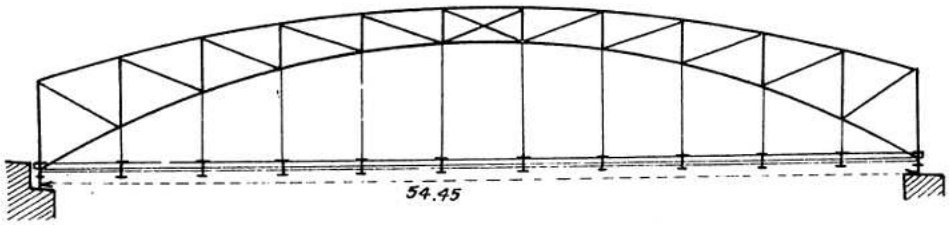
Plan-coupe A B

Dans le cas où la membrure inférieure, les pièces de pont et les longerons ont la même hauteur, il est possible d'associer les longerons à la résistance des membrures, si, aux extrémités de l'ouvrage, se trouve une poutre très rigide dans le sens horizontal, qui contraint les longerons à s'allonger comme la membrure. La double pièce de pont terminale représentée ci-contre permet de constituer aisément une telle poutre.

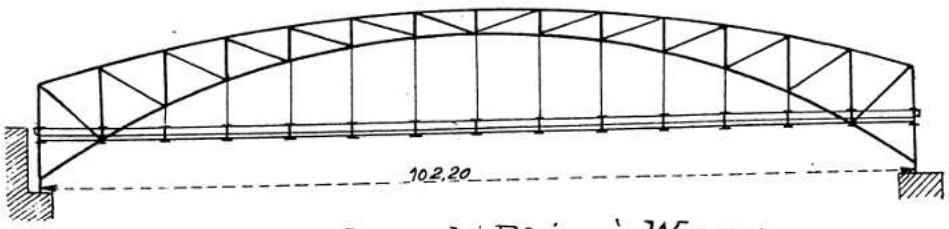
Pour répartir les efforts entre les membrures et les longerons, il faut tenir compte des conditions de montage: les longerons peuvent, par exemple, n'être fixés à leurs extrémités que lorsque les poutres-maîtresses sont libérées de leurs échafaudages.

Il est également possible d'associer la couverture du tablier à la résistance totale ou partielle.

Dans les pays de langue allemande, on rencontre un nombre considérable d'ouvrages dans lesquels la membrure supérieure est triangulée, et dont la membrure inférieure, accolée au tablier, est réduite à jouer le rôle d'un tirant.



Pont-route sur la Moselle à Trarbach



Pont-rail sur le Rhin à Worms

Les suspentes sont toujours constituées par des poutres triangulées légères, formées de 4 cornières, parfois renforcées par des plats, et reliées par une triangulation dans le cas de la rivure. Dans le cas de la soudure, on peut utiliser des profilés. Elles s'assemblent sur les membrures comme des montants de poutres triangulées.

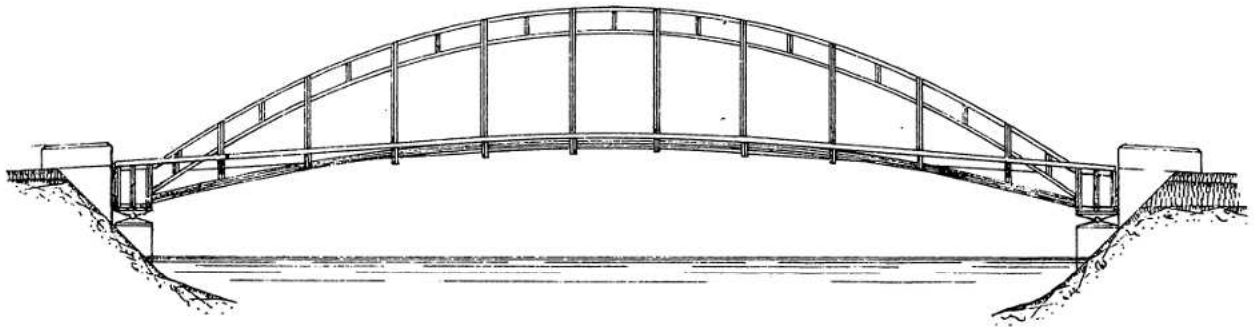
A l'heure actuelle, l'arc à tirant est beaucoup plus employé que le bow-string. Ce type de poutre ne convient d'ailleurs qu'aux grands ponts, ou tout au moins aux ouvrages dont la portée est au moins égale à une cinquantaine de mètres.

On remarquera que, du point de vue théorique, la fibre moyenne de la membrure supérieure la plus avantageuse est la parabole, puisqu'elle est alors uniformément comprimée sous l'action de la charge permanente. Mais, du point de vue de l'aspect, la forme la plus agréable à l'oeil est la forme circulaire, car la parabole paraît toujours un peu aplatie vers ses extrémités; si on l'adopte, il en résulte des majorations de contraintes non négligeables, et un accroissement du tonnage de métal dépensé.

Parfois, les deux membrures du pont sont courbes; si les courbures sont opposées, le tablier est alors dirigé suivant la corde commune, ou suivant la tangente horizontale au point bas de la membrure inférieure. Dans ce cas, les deux membrures sont des poutres rigides.

Un exemple de ce dernier type est l'un des ponts de Hambourg sur l'Elbe de 102,00 m de portée, mais son aspect est fort peu satisfaisant.

Si les courbures des deux membrures sont de même sens, on dissimule, sous le niveau du tablier, leur assemblage, et on peut ainsi améliorer un peu l'aspect de l'ouvrage, comme on l'a représenté dans la figure ci-dessous.



La réalisation des bow-strings soudés est particulièrement recommandable: c'est un type de pont dans lequel les assemblages sont faciles à exécuter; en outre, aucun renversement d'effort n'est à craindre. La plus grande portée atteinte aujourd'hui est celle des ponts sur le Storström, où l'on rencontre des portées de 104,00 m et de 137,80 m.

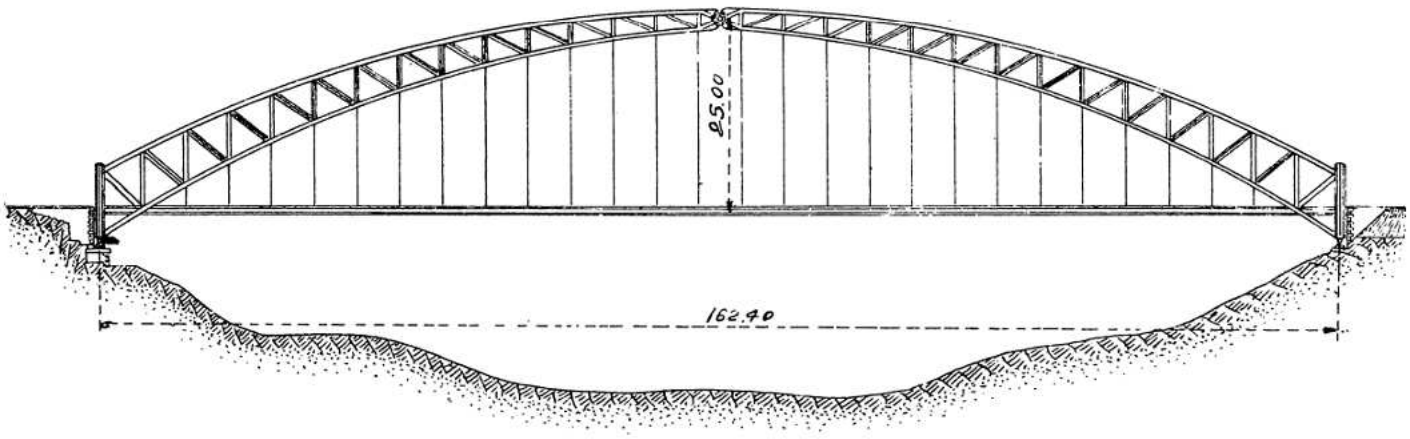
On peut remarquer également qu'un bow-string (ou un arc à tirant) rivé comporte, toutes choses égales d'ailleurs, des assemblages plus simples et beaucoup moins de rivets qu'un pont triangulé.

Une application curieuse du bow-string a été faite près de Vera-Cruz (Mexique): les deux poutres-maîtresses, au lieu d'être verticales, sont situées dans des plans obliques, les membrures supérieures étant en contact à la clef; les montants sont des câbles et l'ouvrage est entièrement soudé. Les membrures supérieures sont reliées par 4 entretoises symétriques. Sa portée est de 76,00 m, la chaussée est à trois voies charretières, et il comporte

deux trottoirs de 1,00 m environ, son aspect l'a fait dénommer "pont en anse de panier" (Génie Civil 15 Décembre 1953).

Poutres à membrures indépendantes, avec poutre de rigidité discontinue.

Ce type de poutre, que le calcul révèle désavantageux au point de vue de la valeur du maximum absolu des moments fléchissants, peut présenter de l'intérêt, lorsque le rapport de la surcharge mobile à la charge permanente est relativement peu élevé, c'est-à-dire dans les ouvrages de grande portée, et surtout, lorsque des considérations relatives à la facilité du montage interviennent.



Pontrails sur le Song-Ma (Tonkin)

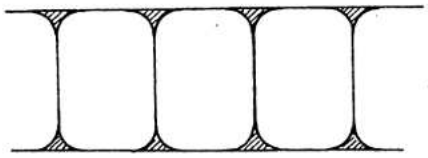
C'est ainsi que l'on a fait usage du type d'arc à tirant dont la membrure supérieure comporte une articulation, pour le pont-rail sur le Song-Ma, au Tonkin, sur la ligne d'Hanoï à Vinh. Dans ce cas particulier, l'articulation centrale de la poutre de rigidité, qui n'est autre que la membrure supérieure, présentait l'avantage de faciliter le montage de l'ossature métallique par encorbellement, montage qui eût été plus délicat s'il avait fallu réunir les deux moitiés de la membrure supérieure au moyen d'un assemblage rivé[1].

Un pareil ouvrage se comporte comme un arc à tirant à 3 articulations.

Poutres Echelle ou à arcades

Les poutres Echelle, ou à arcades, que l'on nomme ordinairement poutres "Vierendeel" à l'étranger, sont des poutres à assemblages rigides, dont les barres de triangulation obliques sont supprimées.

(1) Au pont sur le Lek, près de Vianen (portée 160 m.), l'articulation provisoire prévue pour le montage a été bloquée après coup au moyen d'un assemblage rivé.



Elles comportent deux membrures, parallèles ou non, réunies par des montants verticaux, assemblés sur les membrures au moyen de goussets souvent très développés. Dans ce système de construction, les montants, comme les membrures, sont des pièces fléchies.

M. Vierendeel, professeur à l'Université de Louvain, en préconisant cette disposition, se proposait de remédier aux effets produits par les efforts dûs à la rigidité des assemblages dans les poutres triangulées.

La première théorie qu'il a publiée [1] pour le calcul de ce système intérieurement hyperstatique assez complexe qui, pour n panneaux, comporte $3n$ inconnues hyperstatiques, a soulevé d'assez vives critiques, aussi bien que le système de poutre lui même. Les calculs corrects sont extrêmement longs et très laborieux, car la résolution numérique des équations définissant l'équilibre élastique du système exige l'emploi de nombreux chiffres significatifs.

A la vérité, d'autres Ingénieurs sont parvenus, depuis, à obtenir ces équations sous une forme plus maniable; mais les calculs restent encore assez pénibles.

Aussi, se contente-t-on, habituellement, de calculs approchés dont le point de départ consiste à déterminer, moyennant certaines hypothèses simplificatrices, et parfois contradictoires, la position des points d'inflexion des courbes élastiques des montants; on néglige en même temps les déformations dûes à l'effort normal et à l'effort tranchant.

Dans le cas particulier d'une poutre de hauteur constante, uniquement chargée au droit des nœuds, et en supposant les moments d'inertie des montants et des membrures constants et égaux, ces points d'inflexion se trouveraient au milieu de la hauteur des montants, qui se comporteraient donc comme des poutres articulées en leur milieu, puisque le moment fléchissant y est constamment nul.

M. Baës, professeur à l'Université de Bruxelles a mis au point une méthode de calcul, basée sur des expériences nombreuses de photoélasticité, qui permet de déterminer, dans tous les cas pratiques, la position de ces points avec une exactitude suffisante, et les efforts dans les différentes barres. [2]

On a longtemps objecté à ce système de construction que la théorie des poutres prismatiques lui est difficilement applicable en raison de l'importance relative très grande des éléments de poutres de hauteur très rapidement variable entourant les nœuds. Il ne reste en effet parfois que le tiers environ du développement des membrures et des montants, dans lequel les moments d'inertie peuvent être convenablement evalués.

La méthode de M. Baës permet d'échapper à cette objection.

Néanmoins, on ne peut pas calculer exactement les contraintes qui se développent dans les nœuds qui ont la forme d'un té, muni de raccords circu-

---

(1) Bulletin de la Société des Ingénieurs Civils de France (Août 1900)

(2) "L'ossature métallique" octobre 1936.

laires d'un rayon comparable à la hauteur des membrures; les règles de la Résistance des matériaux sont en effet inapplicables dans ce cas. On ignore également quels sont les efforts qui se produisent dans les pièces multiples et importantes qui assurent la rigidité des assemblages.

Il est donc difficile d'apprécier le degré de validité des calculs concernant ces éléments particuliers.

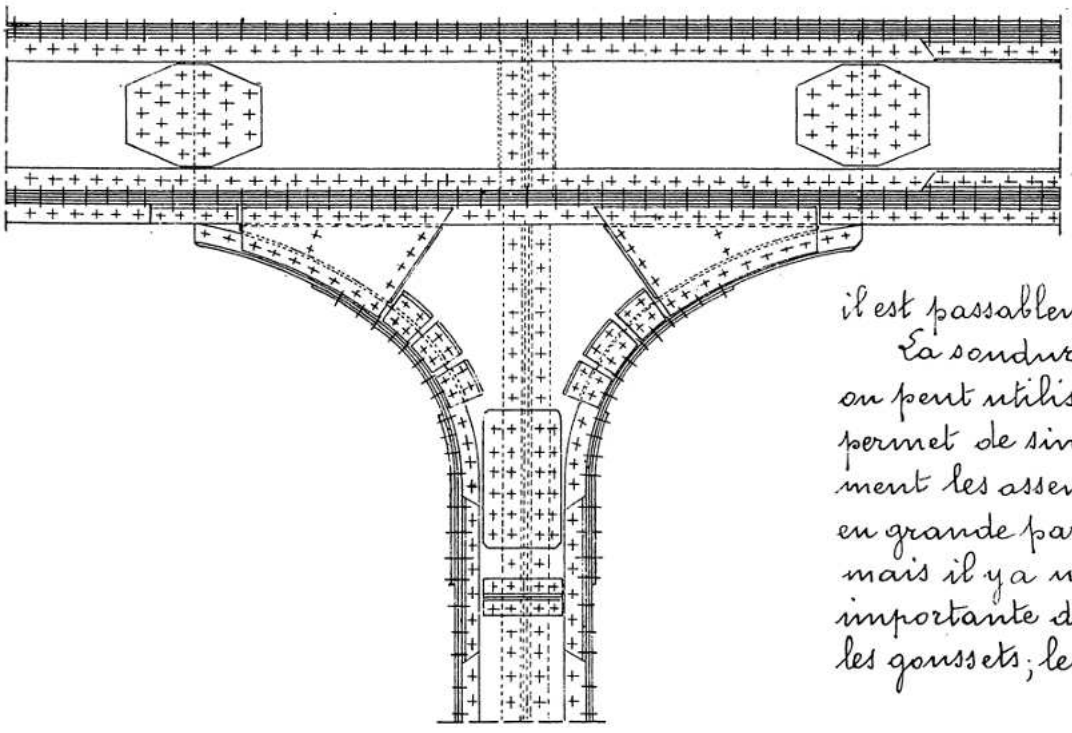
Malgré ces objections, on peut constater, que, pendant les années qui ont précédé la guerre, d'assez nombreux ponts Vierendeel ont été construits en Belgique et au Congo-Belge. M. Vierendeel indique que les méthodes de calcul utilisées aujourd'hui, conduisent à la détermination de contraintes généralement plus élevées que celles qui sont déterminées au cours des épreuves, mais ceci n'est pas particulier à ce genre de poutres.

La principale difficulté de construction réside dans l'assemblage des montants et des membrures.

Au début, aucune précaution particulière n'avait été prise pour renforcer les nœuds : chaque poutre était simplement formée d'une tôle évidée, d'épaisseur constante, dont les bords étaient munis de cornières et de plats, de sorte que chaque élément (membrure ou montant) avait une section en double té. Le pont de Terwueren, ainsi construit, ayant été chargé jusqu'à rupture (1897), celle-ci s'est produite dans les panneaux extrêmes, à l'entrée des raccordements des angles, qui avaient une tendance à s'ouvrir, avec arrachement des cornières.

Depuis, M. Vierendeel a remédié à ce défaut de diverses manières, au moyen de dispositifs qui, notamment, lui ont été inspirés par les résultats d'essais faits à Düsseldorf, en 1912.

La forme qu'il estime la plus favorable comporte de larges raccordements circulaires, ou, de préférence, elliptiques, convenablement renforcés par des cornières de bordures, des cornières transversales et des tôles, l'ensemble étant destiné à s'opposer au gondolement du gousset.



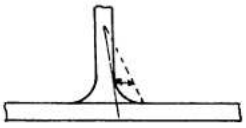
La figure ci-contre représente le dispositif employé au pont de chemin de fer de Grammene, en Belgique; il est passablement compliqué.

La soudure avec laquelle on peut utiliser des tôles épaisses, permet de simplifier notablement les assemblages, et d'éviter en grande partie les raidisseurs; mais il y a une accumulation importante de cordons à tous les goussets; les assemblages étant

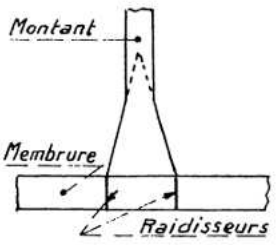
très peu déformables, en raison de leur forme, il en résulte des contraintes résiduelles importantes, qui rendent ces poutres particulièrement sensibles aux chocs, aux trépidations, et même aux variations de température.

Au pont d'Hasselt sur le Canal Albert en Belgique qui s'est effondré sous son propre poids en 1937, et à d'autres ouvrages conçus d'une manière analogue, on a constaté des fissurations spontanées, accompagnées de détonations, se produisant le matin.

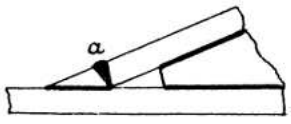
On a constaté expérimentalement que, dans les raccordements, les contraintes maxima se produisent habituellement dans les cornières courbes, un peu au-delà de la naissance des congés sur l'élément le plus fléchi. Le module d'inertie $\frac{I}{v}$ étant proportionnel à la hauteur, sensiblement, et le moment fléchissant variant linéairement à partir du point de moment nul, c'est bien en ces points que doit se produire la contrainte maximum.



M. de Mannefle, professeur à l'Université de Liège a proposé (à la suite de l'accident du pont d'Hasselt) de remplacer les goussets de raccordement, dans lesquels les contraintes sont très variables, par des goussets trapézoïdaux tracés de telle manière que les contraintes soient constantes dans les montants sur une aussi grande longueur que possible. Si l'on suppose que le montant a un profil en I et que l'importance de l'âme est négligeable, sa largeur doit être proportionnelle à la distance de la section envisagée au point de moment nul, d'où la forme ci-contre ; l'âme de la membrure doit naturellement être raidie à l'aplomb des extrémités des semelles du I.



Cette disposition permettrait en outre d'éviter les contraintes de retrait qui se produisent lors de l'exécution des goussets se raccordant tangentiellement à la membrure : l'exécution du cordon de soudure bout à bout a par laquelle on termine l'assemblage provoque des contraintes résiduelles importantes, parce que les deux éléments qu'il réunit sont extrêmement rigides.



En définitive, les incertitudes qui demeurent sur la distribution réelle des efforts dans les poutres échelle, sont aussi grandes que dans les poutres triangulées ; elles ne peuvent être levées que par l'expérimentation sur modèles réduits (1).

Les poutres échelle ne présentent donc sur les poutres triangulées aucune supériorité au point de vue de la sécurité ; elles sont, d'autre part, plus lourdes de 15% environ, toutes choses égales d'ailleurs.

On les construit souvent aujourd'hui de hauteur variable, la

---

(1) On trouvera des renseignements détaillés sur le calcul de ces poutres dans les Cours de Stabilité des Constructions, professés par M. Vierendeel et ses collègues des Universités belges. M. Campus, professeur à l'Université de Liège, a publié une étude intéressante sur les essais relatifs aux nœuds dans la Revue Universelle des Mines (1er et 15 janvier - 1er février 1933).

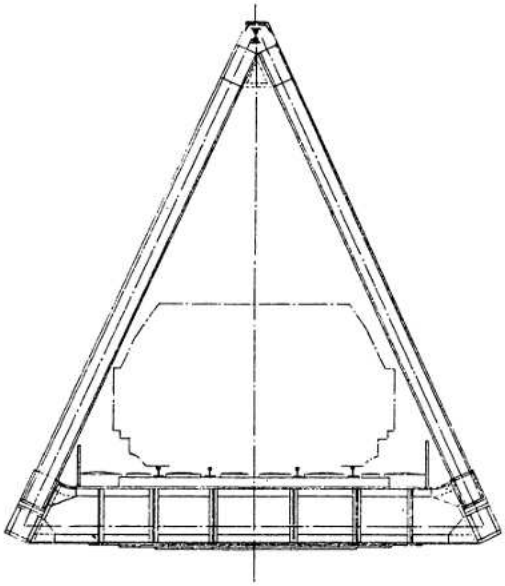
M. de Fontviolant a établi une théorie rigoureuse du calcul de ces poutres (Circulaire Série I n°5 Octobre 1941 de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics).

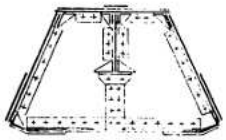
membrure supérieure étant parabolique, et la hauteur sur les appuis étant nulle, le rapport de la hauteur maximum à la portée est élevé et voisin de $\frac{1}{7}$: ceci semble conférer au système une rigidité qui, en réalité, ne dépend pas de sa nature.

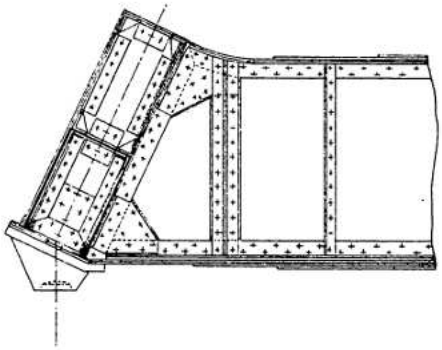
L'aspect de ces ouvrages est beaucoup plus satisfaisant que celui des poutres triangulées; l'emploi de la soudure permet de les rendre particulièrement élégants.

On ne les utilise que pour des portées de l'ordre de 45 à 50,00m au minimum; l'absence de diagonales facilite le montage; en France, on les a surtout employées pour la construction de passerelles à signaux.

Ponts ne comportant que 3 membrures[1]







On rencontre sur la ligne de Cologne à Aix-la-Chapelle près de Düren, sur la Ruhr, un type de pont qui se compose de deux poutres principales, assemblées entre elles à leur partie supérieure, et dont les plans principaux sont par conséquent inclinés sur la verticale. L'ouvrage comporte donc seulement trois membrures, et sa coupe transversale représentée schématiquement ci-dessus a la forme d'un triangle.

Les poutres-maîtresses sont triangulées dans le type Warren; leur portée est de 78 mètres, la largeur du pont est de 13,50m et la hauteur de 14,50m.

D'après l'inventeur de ce système, il présenterait les avantages suivants:

1°) Il n'y a pas d'organes de contreventement, et en particulier, pas de portique de butée aux extrémités, chaque triangle extrême étant indéformable.

2°) La hauteur des poutres étant, toutes choses égales d'ailleurs, plus grande que pour un pont à 4 membrures, la déformabilité de l'ouvrage est moins importante, et sa rigidité transversale est plus considérable.

3°) Ce type de pont est plus économique que les types usuels, si la portée est inférieure ou au plus égale à 80 mètres.

On peut néanmoins signaler les inconvénients suivants: les assemblages des barres de triangulation sur les membrures sont plus difficiles à bien réaliser que dans les types habituels, en raison de l'obliquité des pièces les unes

---

[1] On a même imaginé un type de pont à une seule poutre-maîtresse (Ossature métallique - Juillet-août 1948).

par rapport aux autres, tout au moins en ce qui concerne la membrure supérieure.

D'autre part, il est nécessaire de couder à la forge les tôles d'assemblage des membrures supérieures des pièces de pont sur les membrures des poutres.

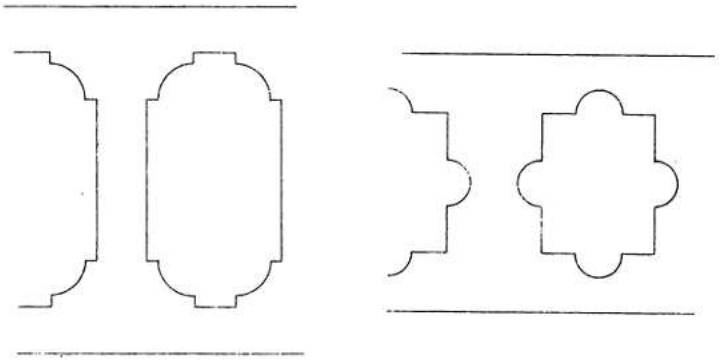
Les pièces de pont ont une portée plus importante que dans les ponts à 4 membrures, et sont plus lourdes.

Enfin, des précautions particulières doivent être prises contre le flambement des diagonales comprimées qui sont notablement plus longues que dans les ponts comportant 4 membrures.

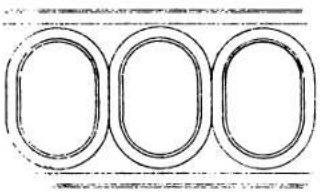
Ce type d'ouvrage n'est guère usité; mais il a été utilisé plus fréquemment en disposant la membrure unique sous le niveau du tablier; le pont primé au Concours de ponts soudés institué en 1948 par la Lincoln Electric Company (36,50 m. de portée, 2 voies charretières et trottoirs) est de ce type; il utilise deux profilés nouveaux facilitant l'opération de la soudure.

Poutres évidées

Il arrive fréquemment que pour des raisons de bonne construction, on est dans l'obligation de donner à l'âme pleine d'une poutre une épaisseur très notablement supérieure à celle qui serait strictement suffisante pour assurer sa résistance à l'effort tranchant. On peut être tenté alors d'y pratiquer des évidements, et en profiter pour améliorer l'aspect de la poutre, comme on l'a indiqué ci-dessous



Si l'on considère un panneau fictif dont la longueur est au plus égale à la hauteur de l'âme, il faut que la partie d'âme restante soit susceptible de supporter les efforts tranchants correspondants. Mais de plus, il faut s'assurer que les sections des montants ainsi formés et des membrures peuvent résister aux moments de flexion secondaires qui se produisent, comme dans une poutre échelle.

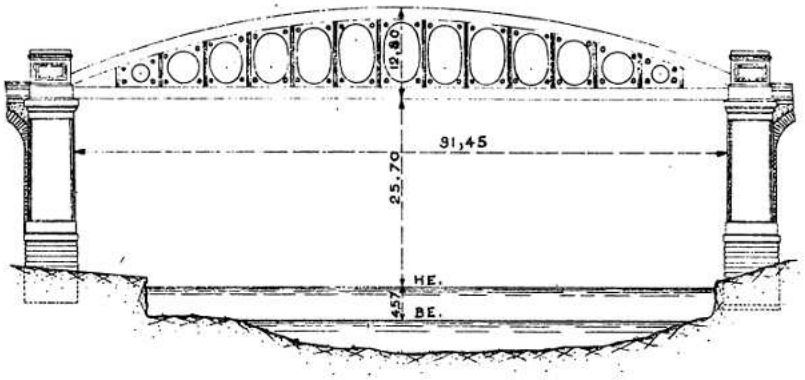


On peut être ainsi conduit à raidir l'âme, en bordant les ouvertures que l'on y a pratiquées par des cornières de faible échantillon.

Cette solution, si elle peut présenter de l'intérêt au point de vue de l'aspect, peut fort bien entraîner une augmentation de la dépense.

Une application intéressante de ce principe a été faite en 1879 au pont de Sunderland, sur la Wear, à des poutres de hauteur variable, de 94,50 m environ de portée, dont un schéma est reproduit ci-contre.

Les membrures sont à caisson, de 1,68 m de hauteur, et de 0,70 m de largeur.



Ces poutres ne sont pas sans analogie avec les poutres dont M. Vierendeel a cherché à systématiser l'emploi une vingtaine d'année plus tard.

Ponts à trois poutres

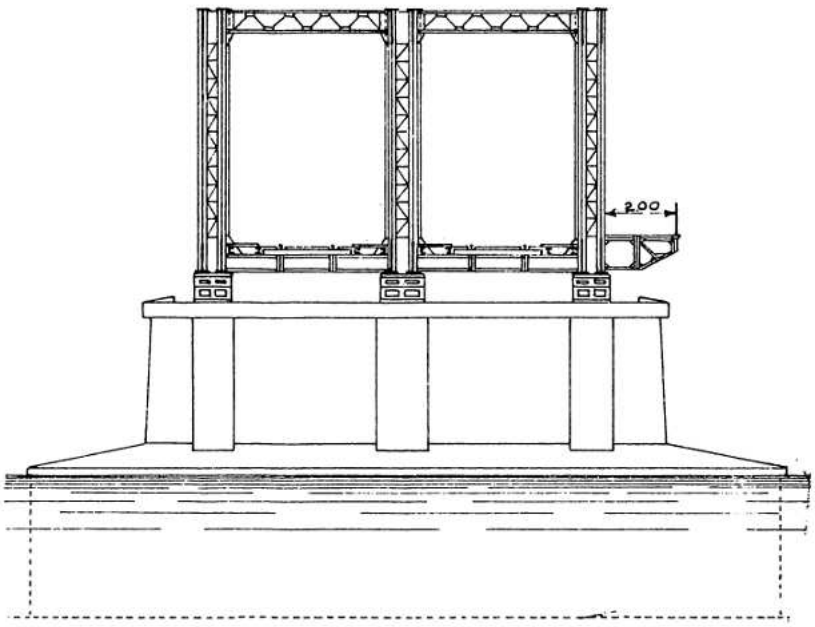
Les ponts comportent parfois plus de deux poutres-maîtresses ; ce cas se présente lorsque les circonstances n'ont pas permis de faire supporter les surcharges prévues par deux poutres-maîtresses seulement : c'est le cas de certains ponts-rails à double-voie, ou celui d'un pont qui sert à supporter simultanément une voie ferrée et une route, quand on a voulu séparer l'un de l'autre par une poutre les deux courants de circulation.

On a, dans ces deux circonstances, des ponts à trois poutres.

La répartition des charges portées par le tablier entre ces trois poutres n'est plus déterminée complètement par les équations de la statique, et il est alors nécessaire de faire intervenir les déformations élastiques du système pour résoudre le problème, et d'utiliser des hypothèses plus ou moins arbitraires sur la rigidité des assemblages des pièces de pont et des poutres-maîtresses. Aux deux équations de la statique, il faut adjoindre en effet l'équation qui exprime que, sous des charges données, la déformation verticale de la poutre intermédiaire est égale à celle de la pièce de pont. Les trois charges afférentes aux trois poutres sont données par ces trois équations.

Il n'y a aucune difficulté théorique à développer les formules correspondantes, notamment dans le cas simple d'un pont de chemin de fer symétrique à double voie. On s'aperçoit alors que l'on n'a pas intérêt à accroître outre mesure le moment d'inertie de la poutre centrale, car au passage d'un seul train entre deux des poutres, la troisième se trouverait soulagée. Il pourrait en résulter un mouvement de bascule de l'ensemble du tablier.

En fait, on donne très généralement la même hauteur aux trois poutres ; celles-ci étant alors déterminées en considérant le passage simultané de deux trains circulant dans le même sens, subiront la même contrainte, si le moment d'inertie de la poutre centrale est égal au double du moment d'inertie de chacune des deux autres, c'est-à-dire si la section de ses membrures est le double de celles des poutres latérales.



Le pont de chemin de fer sur l'Oise, à Pontoise est un exemple de ce type d'ouvrage. Sa coupe transversale schématique ci-contre se rapporte à la travée indépendante de 61,58 m de portée, dont les poutres-maîtresses sont de hauteur variable.

M. Delpuech conclut de l'étude citée page 6 que, en raison des efforts de torsion produits par les charges dissymétriques il convient d'éviter toute liaison dans le plan vertical, de tabliers supportant des voies ferrées.

Ponts à une seule poutre

On peut se contenter d'une poutre unique disposée dans l'axe de l'ouvrage, si elle présente une stabilité transversale suffisante, c'est-à-dire une résistance suffisante à la torsion et à la flexion latérale, sous l'influence de surcharges dissymétriques ; l'inertie transversale, et par conséquent la largeur de la poutre doit donc être importante.

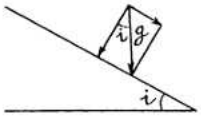
Il existe une passerelle pour piétons à poutre unique sur le Canal Rhin - Erne, près d'Eichel (Allemagne). Sa portée est de 62 m, la largeur entre garde-corps est de 3,50 m ; c'est une poutre en bow-string.

La stabilité transversale est assurée grâce à l'encastrement de l'arc à ses extrémités sur un entretoisement très rigide disposé sous le niveau de la chaussée. Le tablier forme un caisson qui joue le rôle de tirant (Der Stahlbau - Janvier 1955).

Ponts en pente

Il peut arriver, dans certains cas particuliers, que la pente des poutres-

maîtresses suivant leur axe longitudinal soit suffisante pour que la composante de la pesanteur dirigée suivant la ligne de plus grande pente, $q \sin i$, ne soit pas négligeable ; il convient alors d'en tenir compte dans les calculs de stabilité.



Pour que l'ouvrage soit en équilibre, il faut que l'un des appuis d'extrémité de chaque poutre-maîtresse fasse obstacle au déplacement longitudinal que pourrait produire cette composante. La réaction de cet appui est appliquée à celle des membrures qui repose sur la culée.

En première approximation, il n'y a guère que dans les ponts pour chemin de fer funiculaire ou à crémaillère qu'il y ait lieu de tenir compte de la contrainte supplémentaire de la membrure provenant de cette réaction.

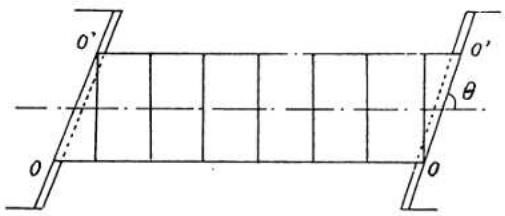
On butera naturellement l'ossature contre la culée la plus basse.

Ponts biais

Ce sont les ponts dans lesquels la ligne des appuis OO' n'est pas perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'ouvrage ; leur angle mutuel θ est l'angle du biais. Supposons l'ouvrage uniformément chargé.

Dans une section droite quelconque, perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'ouvrage, les poutres fléchissent inégalement ; il en résulte donc une torsion générale, d'autant plus importante que θ est plus faible

Envisageons d'abord le cas des ponts à deux poutres-maîtresses.



Comme il est difficile dans les ponts rivés d'assembler de biais toutes les pièces de pont parallèlement à OO', de manière que leurs points d'attache sur les deux poutres-maîtresses soient équidistants des appuis, surtout si le biais est important, on les dispose perpendiculairement aux axes de ces poutres. L'inconvénient d'une pareille disposition est que, à leurs extrémités, les déformations verticale et angulaire des poutres-maîtresses ne sont pas les mêmes.

La déformation angulaire est généralement peu importante, si l'ouvrage est bien conçu ; elle entraîne un effort de torsion dans les pièces de pont : elles y résistent bien ; s'il existe une couverture rigide, elle limite les déformations correspondantes.

Mais il résulte de la différence des déformations verticales que la pièce de pont, partiellement encastrée à ses extrémités, supporte des contraintes supplémentaires dues à leur dénivellation ; elles sont d'ailleurs variables avec sa situation dans l'ouvrage.

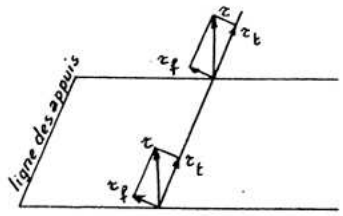
Si l'on veut tenir compte d'une manière précise des conditions de la construction, les calculs sont assez laborieux [1].

(1) On trouvera une application d'une théorie due au professeur Rathbun dans les Proceedings of the American Society of Civil Engineers (Janvier 1931). Voir également l'étude de M. Delpuech "La torsion dans les ponts métalliques" (A.P.C. Janvier-Février et Mars-Avril 1944).
Ponts Metal. 2e Vol. (f. 5).

On a eu, pendant assez longtemps, la crainte des ponts biais à deux poutres-maîtresses et pièces de pont orthogonales ; mais, comme il y en a beaucoup, et notamment sous voies ferrées sans couverture rigide, on a pu se rendre compte expérimentalement que les efforts supplémentaires supportés par les pièces de pont sont beaucoup moins élevés que ceux qui paraîtraient résulter de calculs simplistes. Ils se comportent très bien si les poutres-maîtresses sont très peu déformables, notamment lorsqu'ils sont munis d'un bon contreventement transversal.

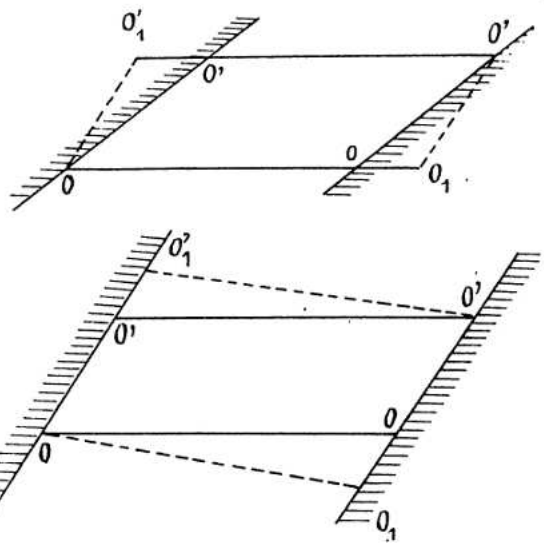
On peut remarquer d'ailleurs que, de même que dans le cas des surcharges dissymétriques, une compensation entre les charges différentes portées par les poutres se produit en raison de la rigidité de l'ossature du tablier ; la dénivellation des extrémités de la pièce de pont est, en définitive, moins importante qu'on pourrait le supposer a priori.

La soudure permet de disposer plus aisément les pièces de pont parallèlement à la ligne des appuis. Elles sont alors soustraites aux effets de la dénivellation de leurs extrémités, si, comme on l'a supposé précédemment, les poutres-maîtresses sont également chargées ; dans cette hypothèse, les rotations de ces poutres sont les mêmes en ces points. Chaque rotation due à la flexion[1] r, peut être décomposée en une rotation de torsion r_t et une rotation de flexion r_f de la pièce de pont. Les rotations r_t étant égales et de même sens, elle ne subit qu'une rotation sans torsion.



Mais la pièce de pont est partiellement encastrée sur les poutres-maîtresses ; dans l'hypothèse envisagée, il en résulte qu'elle subit à ses deux extrémités des rotations de flexion égales et de sens contraire, sous l'influence des charges qu'elle reporte sur les poutres-maîtresses. L'une d'elles s'ajoute donc à r_f, et l'autre s'en retranche. Si les rotations résultantes sont de même signe, la pièce de pont prend une forme sinusoïdale particulièrement défavorable à sa résistance, notamment si elle est courte et haute. Toutes choses égales d'ailleurs, cette éventualité est à redouter si le biais est important, pour une pièce de pont déterminée.

Les surcharges dissymétriques laissent toujours subsister une torsion des pièces de pont, due à la surcharge différente des poutres-maîtresses.

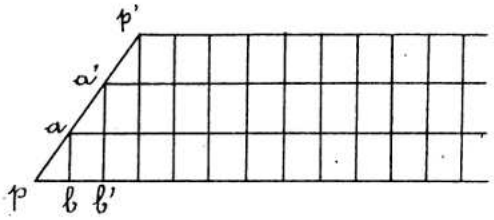


Si l'on a quelques craintes au sujet des déformations qui viennent d'être décrites et des efforts qu'elles entraînent, on peut toujours tourner la difficulté, en déplaçant la ligne des appuis par rapport aux bords de la brèche à franchir, et l'on peut aller dans cette voie jusqu'au pont droit, si les circonstances le permettent, ce qui revient à augmenter la portée des poutres-maîtresses ; on peut également élargir l'ouvrage, en réduisant au contraire leur portée.

Quoi qu'il en soit, une difficulté de la construction des ponts biais réside

(1) L'observation montre que la rotation due à la torsion des poutres-maîtresses est négligeable devant la rotation due à leur flexion.

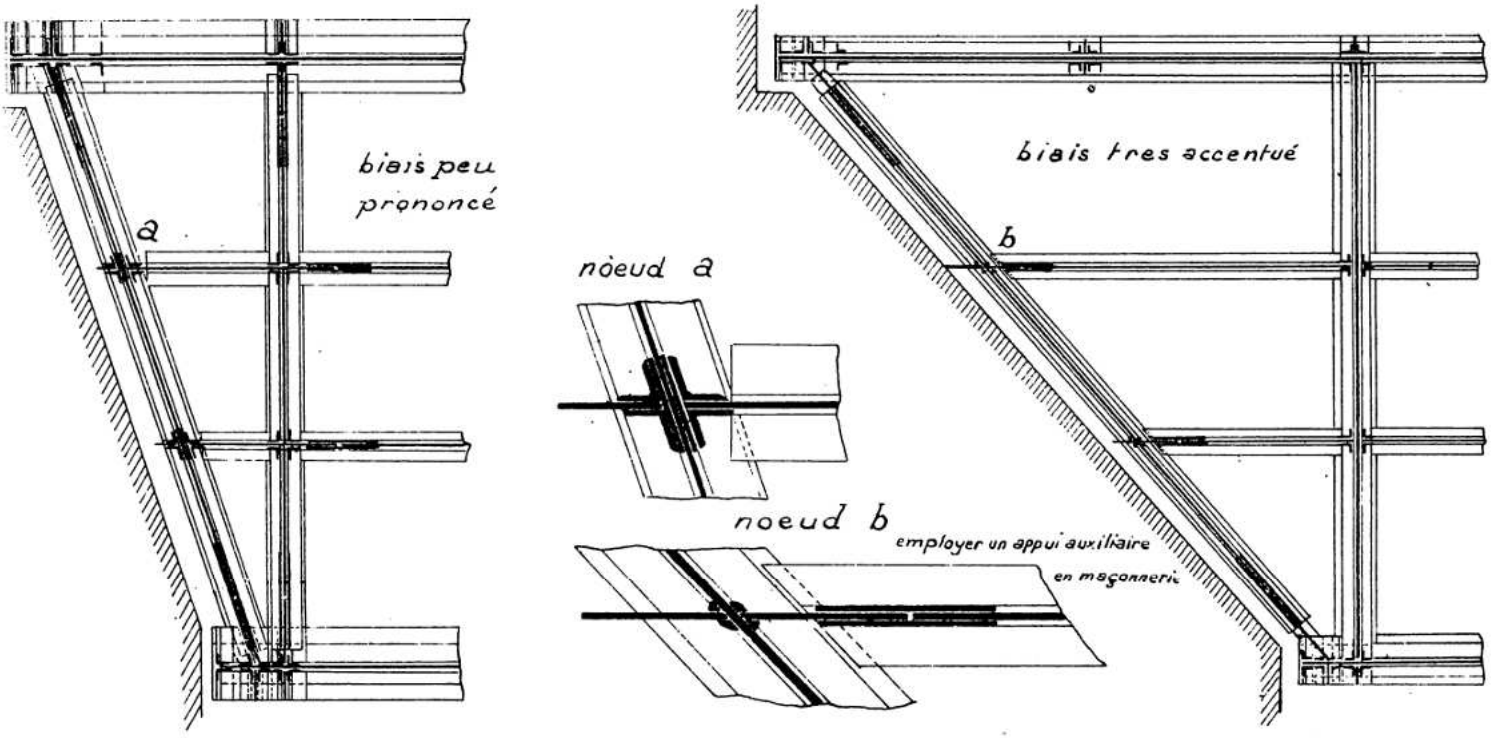
dans la fixation aux poutres-maîtresses de la première pièce de pont pp', qui relie leurs extrémités, et sur laquelle viennent s'attacher les longerons, et parfois des entretoises, normales à l'axe de l'ouvrage, lorsque le biais est très prononcé (ab et $a'b'$).



On considère d'ailleurs, en général, cette pièce de pont oblique comme un entretoisement destiné à contreventer les montants d'appui des poutres-maîtresses, et à maintenir l'écartement des longerons dont les extrémités reposent souvent sur des massifs en maçonnerie, par l'intermédiaire de plaques à friction.

Nous reproduisons ci-contre deux exemples de ces extrémités de ponts biais, réalisés dans des types différents. La soudure permet de résoudre plus aisément les difficultés qui se présentent, quand le biais est très accentué (1).

Abouts de ponts biais à deux poutres maîtresses



Dans le cas des ponts à poutres multiples sous chaussées, on donne généralement aux entretoises une hauteur comparable à celle des poutres-maîtresses, de manière à réaliser une grande rigidité transversale ; on n'appuie pas la couverture du tablier sur les membrures supérieures des entretoises courantes ; pour simplifier leur construction. On s'arrange ordinairement pour que la charge permanente soit sensiblement la même pour chacune des poutres ; les entretoises ne travaillent pratiquement pas sous l'action de la charge permanente, sauf sous leur poids propre, dont les effets sont négligeables.

Les assemblages sur les poutres étant plus faciles à réaliser que dans le cas des ponts à deux poutres-maîtresses, même lorsqu'ils sont biais, parce que, en particulier, les efforts à transmettre sont moins importants, c'est cette disposition qui

(1) Les assemblages biais peuvent être réalisés par soudure sur des tôles en acier Martin, rivées ensuite sur l'ossature rivée de l'ouvrage en acier Thomas. (Voir Reconstruction du pont Jean Richard sur la Saône - La Technique moderne Construction - Juin 1953).

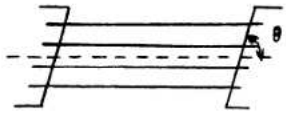
est toujours la plus recommandable.

Les surcharges dissymétriques par rapport au tablier peuvent faire travailler les entretoises dans des conditions assez sévères, qui doivent être étudiées d'après les indications données au chapitre relatif à l'ossature des tabliers ; on peut noter que, bien souvent, dans les cas ordinaires, il est à peu près indifférent de supposer les entretoises infiniment rigides, ou douées de flexibilité.

Il est toujours intéressant, comme dans les ponts à deux poutres-maîtresses, de construire des poutres aussi rigides, donc aussi hautes que possible, pour réduire les déformations imposées aux entretoises ; cette remarque est particulièrement à retenir pour les ponts étroits, lorsque le biais est accentué.

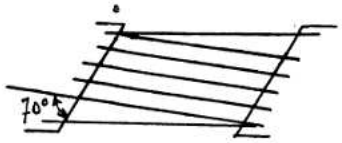
La S. N. C. F. a, dans un esprit différent des indications qui précèdent, prévu pour les poutres des ponts à poutres multiples sous chaussée de faible portée, les dispositions schématiquement représentées ci-dessous.

$80° < \theta < 90°$

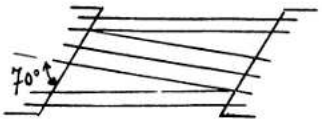


Poutres parallèles à l'axe longitudinal.

$45° < \theta < 80°$

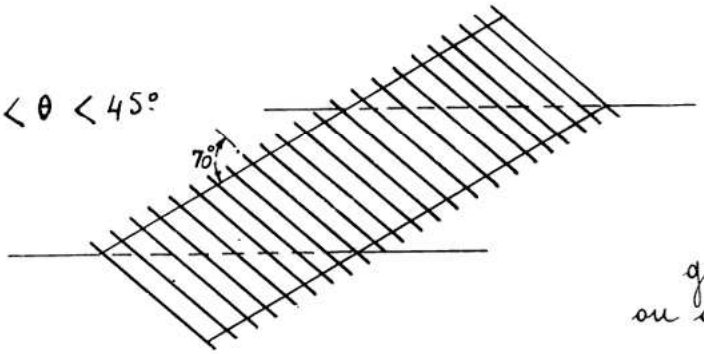


Poutres intermédiaires inclinées à 70° sur les culées.
Poutres de rive parallèles à l'axe longitudinal.



Si des canalisations importantes empruntent l'ouvrage, on dispose de chaque côté deux poutres parallèles à l'axe longitudinal.

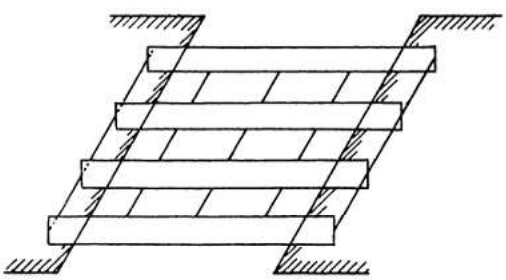
$20° < \theta < 45°$



Poutres inclinées à 70° sur les culées ; elles débordent l'emprise de la chaussée et des trottoirs ; les triangles extérieurs au parallélogramme formé par l'emprise et les culées sont supportés par des chevêtres prolongeant les culées, appuyés sur des poteaux ou des murs.

$15° < \theta < 20°$ Disposition analogue, les poutres étant alors perpendiculaires aux culées.

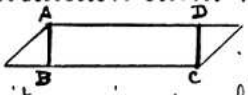
On peut dans tous les cas, et surtout si le pont est très large, construire plusieurs ouvrages droits autostables disposés côte à côte.



Dans tous les cas, la solidarisation des poutres par entretoises doit être assurée.

Elles sont alors disposées de biais, parallèlement aux lignes d'appui des poutres, et ne sont pas porteuses : leur rôle est surtout de répartition des surcharges.

Remarques relatives à la construction. Les pièces de pont ou les entretoises disposées parallèlement aux lignes des appuis compliquent plus ou moins l'exécution de la construction. Mais la complication est plus grande lorsque les membrures ne sont pas rectilignes ; c'est le cas, fréquent où elles sont parallèles au profil en long courbe de la chaussée. Il faut alors disposer de cales d'épaisseur variable pour ajuster les extrémités des pièces de pont ou des entretoises sur les membrures auxquelles elles sont assemblées, ou usiner à la forge ces extrémités, s'il s'agit d'un pont rivé. Dans un pont soudé, on peut rapporter des pièces auxiliaires réunies d'une part aux poutres, d'autre part aux pièces de pont ou aux entretoises, qui permettent de simplifier l'assemblage.

Une autre difficulté des ponts biais concerne le niveau du fond de caniveau, si les poutres sont identiques ; elle tient à ce que les niveaux des bords-cornières des poutres, qu'il y en ait deux ou davantage, ne sont pas les mêmes dans une section droite quelconque de l'ouvrage, la dénivellation étant maximum au droit des sections droites complètes des extrémités : AB et CB 

. Pour ramener les fonds de caniveaux à la même cote dans une section droite, on joue sur l'épaisseur des corniches et sur la pente des trottoirs.

Ponts en courbe

Les seuls ponts en courbe que l'on ait construits jusqu'à maintenant sont des ponts circulaires, dont l'aspect est particulièrement satisfaisant.

Autrefois, pour le passage d'une voie ferrée en courbe sur un viaduc métallique, on disposait les poutres-maîtresses en plan suivant un contour polygonal, de manière à suivre d'aussi près que possible les positions successives occupées par le matériel roulant, dans son déplacement sur la courbe. Cette disposition, reproduite à de nombreux exemplaires sur les lignes du Métropolitain qui suivent les boulevards extérieurs, n'est pas heureuse.

Il résulte de la courbure des poutres-maîtresses que le pont est soumis à des efforts de torsion importants, le couple de torsion variant d'une section à l'autre.

Il faut remarquer d'abord qu'une poutre isolée dont l'âme, au lieu d'être plane, serait une surface cylindrique à génératrices verticales, manquerait de stabilité, parce qu'elle serait soumise à des efforts de torsion, susceptibles de provoquer son flambement latéral.

Mais, si l'on relie entre elles deux pareilles poutres par des organes transversaux, suffisamment solides et rigides, on obtiendra un pont-courbe qui pourra être stable.

Calcul des ponts-courbes.

M. Bertrand de Fontviolant a donné une théorie basée sur des constatations expérimentales (1).

On vient de voir l'importance primordiale du contreventement entre les deux poutres-maîtresses ; cette considération a conduit l'auteur à classer les ponts circulaires en 2 catégories :

a) ceux qui comportent un seul contreventement longitudinal, et des entretoisements transversaux sur toute leur longueur.

b) ceux qui comportent un double contreventement longitudinal, sans entretoisements transversaux autres que les portiques d'about du pont.

(1) Résistance des Matériaux. Tome III page 343 et suivantes.

Les ponts à triangulation simple de la première catégorie sont des systèmes isostatiques, les seconds sont des systèmes intérieurement hyperstatiques.

L'effet dû à la courbure est de surcharger la poutre extérieure, et de décharger la poutre-intérieure.

Il convient de tenir compte, dans le calcul de tels ouvrages, de la force centrifuge des surcharges circulant sur le pont, et des efforts de freinage des véhicules, car ces forces produisent des efforts horizontaux importants sur le tablier.

Utilisation de ces ponts.

Les ponts courbes sont des ouvrages où le métal est, nécessairement, moins bien utilisé que dans les ponts droits; ils ne sont donc à prévoir que dans le cas où des conditions très particulières peuvent justifier leur emploi, par exemple, dans les villes, pour des raisons d'ordre esthétique.

Déformation des poutres à travée indépendante

Poutres à âme pleine.

Ce sont des poutres prismatiques; pour de telles poutres, on sait que, sous l'influence de charges verticales, la courbe de déformation élastique de la fibre moyenne est le polygône funiculaire des moments fléchissants considérés comme des forces verticales fictives, égales à $M\,d\xi$, tracé avec la distance polaire constante ou variable EI, ou encore des forces verticales fictives $\frac{M\,d\xi}{EI}$, la distance polaire étant l'unité.

Son expression analytique générale est, avec les notations du Cours de Résistance des Matériaux :

$$v = v_0 + \omega_0 (x - x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{M}{EI} (x - \xi)\, d\xi$$

ou, en la rapportant à une ligne de fermeture convenable:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{M}{EI} (x - \xi)\, d\xi$$

Dans les poutres à travée indépendante, la ligne de fermeture est la droite coupant le polygône funiculaire sur les verticales des appuis.

Poutre de section constante.

Nous rappellerons quelques formules relatives à la poutre de section constante, qui supposent négligeable la déformation dûe à l'effort tranchant. Nous envisagerons les différents cas de charge pouvant se produire.

Charge p uniformément répartie sur toute la longueur de la poutre:

Déformation en un point d'abscisse x : $EI\,v = \frac{-pl^4}{24} \left(\frac{x}{l} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$.

Flèche maximum au milieu de la portée:

$$|f| = \frac{5}{384} \frac{pl^4}{EI}$$

Charge unique $\underline{P}$ placée au milieu de la portée.
Déformation en un point d'abscisse $x < \frac{l}{2}$: $EI\,v = \frac{-Pl^3}{16}\left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right)$.

si $x > \frac{l}{2}$, il suffit de changer x en $l - x$.

Flèche maximum au milieu de la portée :

$$|f| = \frac{Pl^3}{48\,EI}$$

On sait, d'après le théorème de Maxwell, que la déformation élastique produite dans la section d'abscisse $\underline{x}$ par la charge P placée au milieu de la portée est égale à la déformation élastique au droit du milieu de la portée, produite par la charge P placée à l'abscisse $\underline{x}$. Il en résulte immédiatement que la flèche au milieu de la portée produite par une série de charges P appliquées aux abscisses α est telle que :

$$EI\,f = -\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{l}{2}} \frac{Pl^3}{16}\left(\frac{\alpha}{l} - \frac{4}{3}\frac{\alpha^3}{l^3}\right) - \sum_{\alpha=\frac{l}{2}}^{\alpha=l} \frac{Pl^3}{16}\left[\frac{l-x}{l} - \frac{4(l-\alpha)^3}{3l^3}\right]$$

Ordre de grandeur de la flèche maximum.

Si l'on relève la valeur de la contrainte maximum d'une poutre-maîtresse dûe à l'action des surcharges règlementaires, on constate, pour les ponts-routes, en faisant abstraction du coefficient de majoration dynamique, qu'elle varie habituellement entre 4 Kg m/m^2 et 5 kg m/m^2 suivant qu'il s'agit de ponts de petite ou de grande ouverture. (1)

Si la poutre était d'égale résistance (2), la flèche varierait donc entre les deux limites suivantes, déterminées en tenant compte de la contrainte calculée sur la section brute : $4 \times 0,86 = 3$ kg 44 et $5 \times 0,86 = 4$ kg 3, très sensiblement. On obtiendra ainsi : (3)

$$\left[f' = \frac{(n+n')\,l^2}{8\,E\,h} \right]$$

$$\frac{2 \times 3,44}{8 \times 2 \times 10^4} \times \frac{l^2}{h} \# \frac{1}{23.250}\,\frac{l^2}{h}$$

et

$$\frac{2 \times 4,3}{8 \times 2 \times 10^4} \times \frac{l^2}{h} \# \frac{1}{18.600}\,\frac{l^2}{h}$$

Si la hauteur de la poutre était sensiblement le 1/10 de la portée, on voit que la flèche dûe à la surcharge varierait entre $\frac{l}{2325}$ et $\frac{l}{1860}$.

Cette remarque n'a pas d'autre but que d'indiquer l'ordre de grandeur de la flèche maximum ($\frac{1}{2000}$) au milieu de l'ouverture, que l'on doit s'attendre à relever pendant les épreuves statiques d'un pont.

L'objet de ces essais est de permettre d'apprécier si l'ouvrage a été bien conçu, convenablement calculé, et exécuté de façon satisfaisante. On s'en rend compte en comparant les courbes de déformation enregistrées pendant les épreuves, avec celles qui sont déduites des calculs.

Ils permettent également d'apprécier la valeur moyenne de la contrainte

---

(1) Il s'agit ici de ponts construits avec l'acier Ac 42.

(2) Section IV - Chapitre II.

(3) On a pris $E = 2 \times 10$ Kg/m^2 (Voir 1ère partie page 124)

des poutres, en se basant sur la formule qui donne la déformation maximum d'une poutre d'égale résistance. Cette valeur moyenne est fournie par l'expression :

$$n = \frac{4 E b}{l^2} f'$$

Si par exemple, dans un pont en acier laminé de 60,00m d'ouverture, dont les poutres ont une hauteur constante de 4,50 m, on a trouvé une flèche de 7 centimètres, on en conclut que la contrainte moyenne du métal est:

$$n = \frac{4 \times 2 \times 10^{10} \times 4,5 \times 0,07}{60^2} = 6,1 \times 10^6 \text{ kg par m}^2.$$

de section brute, soit environ $\frac{6.1}{0,86} = 7,10$ kg $^m/_{m^2}$ de section nette.

Poutres de hauteur variable.

On sait que la flèche en un point d'abscisse x est donnée par la relation

$$f_x = \frac{l-x}{l} \int_0^x \frac{M \xi \, d\xi}{EI} + \frac{x}{l} \int_x^l \frac{M(l-\xi) \, d\xi}{EI}$$

I est une fonction de ξ ; le plus simple est alors en général, et pour un cas de surcharge déterminé, de construire le polygône funiculaire des forces fictives $\frac{M \, d\xi}{EI}$ comme il a été indiqué précédemment.

Poutres triangulées à assemblages rigides.

On sait que l'on peut calculer la déformation de ces poutres par les méthodes propres aux systèmes articulés.

Si l'on voulait leur appliquer les formules relatives aux poutres prismatiques (poutres à âme pleine), le résultat obtenu serait inexact, parce qu'ici, la déformation dûe à l'effort tranchant n'est plus négligeable.

Mais l'expérience a montré que la majoration de flèche due à l'effort tranchant ne dépasse pas 25% dans les conditions habituelles d'établissement des ponts ; aussi, la règle s'est-elle établie chez les constructeurs, de réduire dans la même proportion le coefficient d'élasticité du métal, dans le but de calculer rapidement, et d'une manière approchée, la flèche d'une poutre triangulée, en employant les formules relatives aux poutres à âme pleine.

En donnant à E la valeur $1,6 \times 10^{10}$ kg/m^2 au lieu de 2×10^{10} kg/m^2 on obtient une limite supérieure de la flèche, permettant d'apprécier l'ordre de grandeur du résultat à prévoir dans un projet, pour déterminer la "cambrure" à attribuer aux poutres-maîtresses.

Cambrure, ou surbaissement des poutres

Lorsqu'une platebande initialement rectiligne se déforme, et décrit une courbe concave vers le haut, en raison du fléchissement dû à la charge permanente du pont, l'œil accentue encore cette déformation, qui lui paraît déplaisante, de sorte que l'observateur a l'impression que l'ouvrage cède sous la charge, et que sa solidité est insuffisante.

Pour éviter cette sensation, on donne à la poutre une "cambrure" telle que la platebande, cintrée au moment du montage suivant une courbe concave vers le bas, tourne toujours sa concavité de ce même côté, sous l'action de la charge permanente et des surcharges.

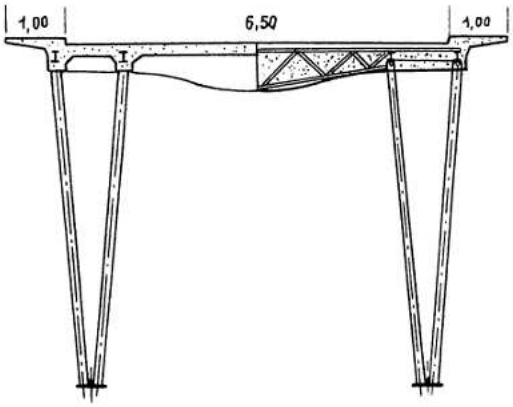
On obtient cette cambrure au moment du traçage à l'atelier.

On ne s'astreint généralement pas à la calculer très exactement, puisqu'il y a toujours intérêt à lui donner une valeur un peu plus grande que celle de la flèche correspondant à l'action cumulée de la charge permanente et de la surcharge.

On ne tient compte de cette modification de détail ni dans les calculs de stabilité, ni dans les plans et dessins de l'ouvrage ; il suffit de la signaler au constructeur, qui réalise ses tracés en conséquence.

Note sur un type de travée indépendante comportant l'utilisation simultanée du métal et du béton armé.

Le pont soudé de Tordera (Espagne) province de Barcelone)[1], comporte une membrure comprimée en béton armée, pour chacune des poutres-maîtresses, de 2 poutres métalliques et frettée ; les membrures inférieures sont des plats horizontaux, raidis par une tôle verticale contre le flèchissement local. Les diagonales sont des caissons formés de 2 ⌊ sondés. Les poutres sous le niveau de la chaussée sont du type Warren : leur hauteur sur les appuis est nulle, les nœuds de la membrure inférieure sont sur une ellipse. Les pièces de pont sont en béton armé de poutres Warren.



Chacune des diagonales est dédoublée dans le sens transversal, de manière à éviter une concentration des soudures, et à réaliser des poutres-maîtresses qui sont individuellement stables.

Les travées indépendantes ainsi réalisées ont 45 et 54,00 m. de portée.

On a constaté des flèches importantes dues aux variations de la température : c'est ainsi que, au cours des épreuves, le pont s'est relevé tandis qu'il était surchargé, en raison de la différence des températures entre l'acier et le béton armé, qui entraîne des variations linéaires très différentes. Ce type de construction, qui présente les inconvénients dûs au défaut d'adhérence et aux glissements consécutifs signalés à propos des tabliers des ponts (1ère partie, page 232) a trop peu d'existence pour que l'on puisse conclure sur l'intérêt qu'il peut présenter.

---

(1) L'Ossature métallique Mars-Avril 1946.

Chapitre II

Travées solidaires continues ou discontinues

Les poutres à travées solidaires peuvent être continues, ou discontinues.

Elles sont continues lorsque leurs membrures règnent sans interruption d'une extrémité à l'autre d'une même poutre ; la hauteur ne s'annule alors pas en une section intermédiaire quelconque.

Elles sont discontinues si elles sont coupées en plusieurs tronçons successifs, reliés bout à bout par des articulations, que l'on assimile, au point de vue du calcul, à des sections dont la hauteur et le moment d'inertie sont nuls ; le moment fléchissant dans une telle section est nécessairement nul, en toutes circonstances.

Si la poutre est soumise seulement à des forces extérieures verticales, et si les surfaces des appuis sont horizontales, la réaction mutuelle de deux tronçons consécutifs de la poutre est également verticale.

Les poutres à travées solidaires continues sont des systèmes hyperstatiques.

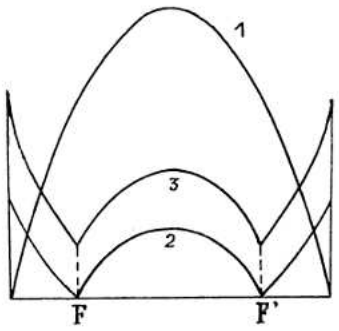
Les poutres à travées solidaires discontinues sont isostatiques si les équations de la statique appliquées successivement à chacun des tronçons permettent de calculer toutes les réactions inconnues (réactions d'appui et réactions mutuelles des tronçons) ; elles sont hyperstatiques dans le cas contraire : il faut alors tenir compte de la déformation des tronçons et des conditions de liaison aux appuis pour calculer les réactions.

Les ponts à poutres discontinues isostatiques sont souvent appelés ponts "cantilever" c'est-à-dire "à consoles" ; les premiers ont été construits en Amérique.

Travées solidaires à poutres continues

La solidarité des travées a pour effet de diminuer, dans une certaine mesure, le poids des poutres-maîtresses et éventuellement de permettre de réduire leur hauteur, par suite de l'atténuation des moments fléchissants maxima qui se produiraient dans des travées indépendantes de mêmes portées ; on peut s'en rendre compte en comparant les lignes enveloppes des moments fléchissants, qui sont très différentes suivant que l'on considère une poutre isolée ou une travée de poutre continue. La comparaison des lignes enveloppes des efforts tranchants présente beaucoup moins d'intérêt,

parce qu'elles sont assez peu différentes.



Sur la figure ci-contre, on a représenté:
en 1 la parabole des moments dûs à la charge permanente uniforme p et à la surcharge uniforme q dans la travée indépendante de longueur l.
en 2 la parabole des moments pris en valeur absolue dûs à p dans la travée de poutre continue précédée et suivie d'un nombre infini de travées égales (travée normale), à moment d'inertie égal et constant.
en 3 la ligne enveloppe des moments pris en valeur absolue dûs à la surcharge variable q, dans la même travée.

Le tableau ci-dessous indique les principales valeurs correspondantes.

abscisses	1	2	3
0	0	$-\frac{2}{3}\times\frac{pl^2}{8}$	$-0,91\ \frac{ql^2}{8}$
$0,2113\,l$	$\frac{2}{3}\times\frac{(p+q)l^2}{8}$	0	$\frac{1}{3}\ \frac{ql^2}{8}$
$\frac{l}{2}$	$\frac{(p+q)l^2}{8}$	$\frac{1}{3}\ \frac{pl^2}{8}$	$\frac{2}{3}\ \frac{ql^2}{8}$
Valeur moyenne du moment fléchissant			
	$\frac{(p+q)l^2}{12}$	$0,385\ \frac{pl^2}{12}$	$0,875\ \frac{ql^2}{12}$

On voit que la valeur moyenne du moment fléchissant est assez notablement moindre pour la travée de poutre continue considérée que pour la poutre indépendante de même portée. La solidarité apparaît comme étant surtout avantageuse en ce qui concerne la charge permanente, puisque la réduction du moment fléchissant moyen est de 61,5 %, alors qu'elle n'est que de 12,5 % pour la surcharge.

La réduction du poids des poutres est donc d'autant plus intéressante que le rapport de la charge permanente aux surcharges est plus grand: elle est plus avantageuse pour un pont-route que pour un pont de chemin de fer, et plus avantageuse aussi pour un pont de grande portée que pour un ouvrage peu important de même nature, puisque le poids des poutres-maîtresses croît beaucoup plus rapidement que la portée.

Dans le cas défavorable de deux travées continues égales, on trouverait pour valeur moyenne du moment fléchissant dû à la charge permanente $0,593\ \frac{pl^2}{12}$, ce qui représente encore une réduction de 40,7 % par rapport à la valeur moyenne relative à la travée indépendante de même portée.

On doit d'ailleurs remarquer que l'appui sur une pile intermédiaire d'une poutre à travées continues est toujours moins encombrant que celui d'une poutre à plusieurs travées indépendantes. Un seul appareil

d'appui suffit, alors que pour les travées indépendantes, il en faut deux. C'est un avantage qui peut être précieux lorsque l'encombrement des piles doit être réduit, ou lorsqu'on ne dispose pas, sur des piles préexistantes, de l'emplacement nécessaire pour placer les appareils d'appui de 2 travées indépendantes.

D'autre part, les vibrations produites par le passage des surcharges s'amortissent plus rapidement que si l'on avait une suite de travées indépendantes.

Ponts à poutres symétriques, de hauteur constante

Presque tous les ouvrages existants sont à poutres symétriques, c'est-à-dire qu'ils comportent des travées intermédiaires égales, et des travées de rive dont l'ouverture est différente, et en général, plus faible.

Les conditions d'établissement les plus économiques sont celles où la portée d'une travée de rive l s'écarte peu des 4/5 de celle L d'une travée intermédiaire.(1) Dans ce cas, en effet, les maxima des moments fléchissants (et des efforts tranchants) dans les travées successives ont des valeurs très voisines; les sections à attribuer aux membrures (et aux barres de triangulation) sont donc du même ordre de grandeur dans toutes les travées, ce qui simplifie notablement la construction.

De plus, cette propriété conduit à attribuer une hauteur constante aux poutres-maîtresses, sur toute la longueur de l'ouvrage; or, on commence ordinairement par établir les épures de stabilité en supposant la section constante et il se trouve que, lorsque la hauteur est aussi constante, les épures obtenues concordent très suffisamment avec les épures que l'on pourrait tracer après coup en tenant compte de la variation réelle des sections, pour qu'il soit inutile de les recommencer.(2)

Le maximum du moment fléchissant étant plus faible, à portée égale, que dans les poutres à travées indépendantes, la hauteur des poutres-maîtresses sera choisie également plus faible, abstraction faite des sujétions qui pourraient résulter du contreventement.

Le rapport $\frac{h}{L}$ est, en moyenne, égal à $\frac{1}{12}$ (pour la travée indépendante, il était de $\frac{1}{10}$).

Nous verrons ultérieurement, à propos du montage des ponts, que le type de poutre continue symétrique, de hauteur constante, se prête particulièrement bien à la mise en place de l'ossature métallique par voie de lancement.

Nota: Il arrive cependant que, même pour des poutres dissymétriques, on adopte des poutres de hauteur constante.

Le pont-route sur le Rhin entre Duisburg et Rheinhausen comporte 2 travées de 153,45 m et 255,75 m de portée (triangulation Warren double)

---

(1) M. Waddell signale que, dans le cas particulier d'un pont-route à 3 travées, la longueur économique de la travée médiane correspond à $\frac{36}{100}$ de la longueur totale de l'ouvrage, on aurait alors $\frac{l}{L} = \frac{4,44}{5}$

(2) Voir une confirmation dans "La Technique moderne - Construction" Janvier 1951 - La reconstruction du pont de Balbigny (Loire).

Le pont-route sur le Rhin entre Neuvied et Weissenthüren comporte 3 travées de 212,00 m, 66,00 m et 178,00 m de portée (triangulation Warren simple).

Le premier est soudé.

Épures de stabilité.

En ce qui concerne la charge permanente, l'hypothèse de la répartition uniforme ne s'écarte jamais de la vérité d'une manière suffisamment importante pour que cela vaille la peine d'en tenir compte.

Mais, on ne saurait assimiler les surcharges règlementaires formées soit par les trains-types, soit par les convois de deux camions à une surcharge uniformément répartie; pour évaluer leurs effets avec quelque certitude, le plus simple est de tracer les lignes d'influence des moments fléchissants et des efforts tranchants quand il s'agit de poutres à âme pleine; ce tracé est facile si l'on emploie des tables, en particulier celles de Cart et Portes, et peut être fait par un dessinateur.

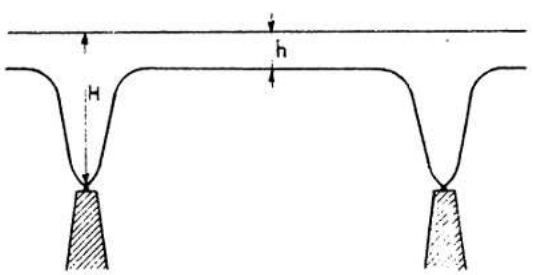
Si les poutres sont triangulées, il faut recourir aux méthodes de calcul propres à ces systèmes; mais souvent, quand il s'agit d'ouvrages dont les travées ont une portée moyenne, on exécute les tracés comme s'il s'agissait de poutres à âme pleine, et on se contente de déterminer la triangulation à partir des efforts tranchants ainsi calculés.

Poutres de hauteur variable

On constate actuellement une tendance à construire des poutres continues de hauteur variable, même pour des portées modérées, lorsqu'elles sont sous le niveau de la chaussée, en vue d'améliorer l'aspect. Dans ce cas, il n'est plus permis d'assimiler l'ouvrage étudié à une poutre à section constante si elle est à âme pleine, et la charge permanente elle-même ne peut plus être considérée comme uniformément répartie.

Au point de vue de l'économie du métal, la variation de hauteur de la poutre est généralement moins avantageuse pour la poutre continue que pour la travée indépendante; pour celle-ci, en effet, le rapport du moment fléchissant maximum au moment fléchissant moyen est égal à 1,5; dans une travée normale de poutre-continue, de hauteur constante, ce rapport n'est que 1,3 pour la charge permanente, et 1,14 pour une surcharge uniforme, de longueur variable, en ce qui concerne le moment maximum en travée.[1]

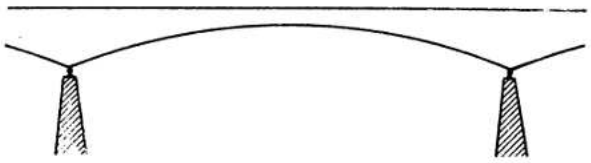
La zone dans laquelle les moments sur appuis sont supérieurs, en valeur absolue, au maximum des moments en travée, est relativement courte, si la hauteur des poutres est constante.



Le rapport des moments sur appuis et des moments maxima en travée, pour une charge uniforme, varie d'ailleurs avec la loi de variation de la hauteur de la poutre. Si cette hauteur est surtout variable au voisinage immédiat des appuis, l'influence de la variation du rapport $\frac{H}{h}$ ne se fait guère sentir s'il dépasse 3 ou 4.

---

[1] On s'impose parfois comme condition, pour franchir une ouverture donnée au moyen de 3 travées solidaires continues, de fixer l'ouverture de la travée centrale de manière à obtenir le moment fléchissant minimum sur les piles.



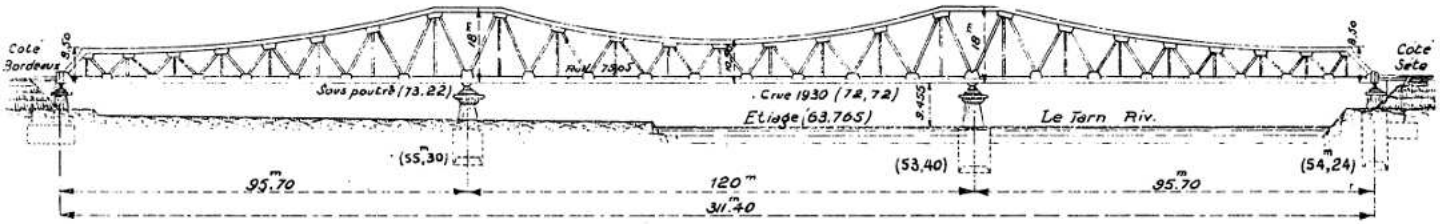
Mais si la hauteur varie d'une manière continue des appuis au milieu des portées, on peut arriver à obtenir des moments très faibles en ces points ; ce résultat n'est obtenu qu'aux dépens de la déformabilité, qui devient importante.

La tendance actuelle est, sur les fleuves navigables, en raison des exigences imposées tant par les services routiers que par ceux de navigation, de construire des ouvrages très plats, et par conséquent très déformables.(1)

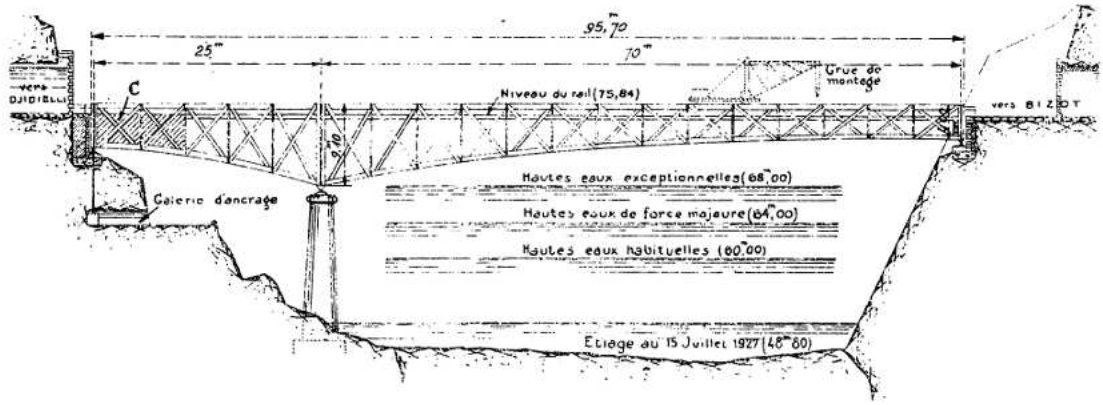
Toutefois dans le cas d'un ouvrage symétrique, la poutre continue de hauteur constante est la solution la plus avantageuse, si les ouvertures ne sont pas très importantes.

C'est surtout si les ouvertures symétriques doivent être prévues très grandes que la poutre continue de hauteur variable devient une solution intéressante. Un exemple remarquable de ce type a été exécuté en 1931-1932, à Moissac, sur le Tarn, pour la ligne de chemin de fer de Bordeaux à Sète.

C'est un pont à double voie, à 3 travées, la travée centrale ayant 120,00 m, et les travées latérales 95,70 m de portée. La triangulation est simple, du type Warren ; l'espacement des nœuds varie de 10,80 m vers les extrémités à 14,00 m. près des appuis sur piles ; des montants auxiliaires reportent aux nœuds de la membrure supérieure les charges appliquées aux pièces de pont qui ne se trouvent pas à l'aplomb des nœuds inférieurs.



Dans certains cas spéciaux enfin, il peut être utile d'employer des poutres à travées solidaires continues de hauteur variable ; nous citerons le pont de Bir Eakdar, qui se trouve sur la ligne de chemin de fer à voie métrique de Bizot à Djidjelli (département de Constantine), entre les extrémités de deux souterrains.



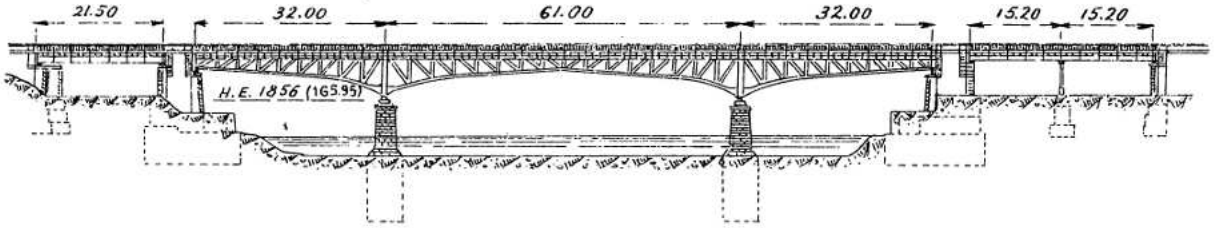
(1) Le pont de Düsseldorf-Neuss sur le Rhin comporte 3 travées solidaires de 103 m - 206 m - 103 m, en poutres caisson, à âmes pleines. La hauteur à la clef de la travée centrale est 3,30 m ; l'élancement est de 1/62 ; la hauteur sur culées est 4,70 m. La déformation sous l'action de la charge permanente est de 1,50 m à la clef ; la flèche due à la surcharge est de 0,90 m soit environ $\frac{1}{230}$ de la portée. Une contreflèche importante est donc nécessaire, la déformation totale atteignant $\frac{1}{86}$ de la portée. Quelques détails de construction se trouvent au Chapitre II de la section IV : Eléments formant les tabliers.

Il s'agissait ici de franchir l'oued El Kébir, sujet à des crues subites d'amplitude exceptionnelle (19,00 m environ) et la route de Constantine à Djidjelli. L'obligation de n'implanter aucune pile dans l'oued et de monter l'ouvrage à l'abri des crues conduisit à prévoir un pont à 2 travées solidaires continues de portées très inégales, soit 25,00 m et 70,00 m. Pour équilibrer la grande travée, on a dû surcharger de béton l'extrémité de la plus petite. L'ancrage figuré à l'aplomb de son montant d'extrémité était prévu pour permettre le montage par encorbellement de la grande travée.

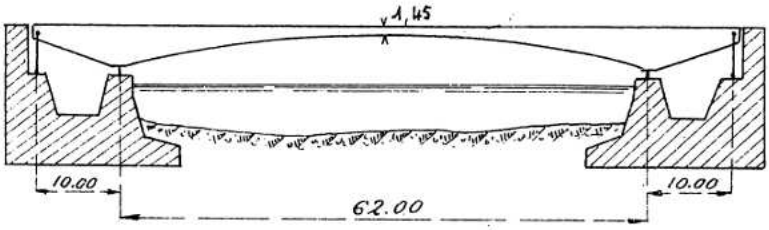
L'importance des moments fléchissants produits sur la pile pendant les opérations du montage et en service justifie le profil donné aux poutres.

Le pont de la Quarantaine, à Lyon, comporte une travée centrale de 61,00 m et 2 travées latérales de 32,50 m ; il est à tablier supérieur, et est formé de 7 poutres à caisson de hauteur variable, triangulées, qui supportent 4 voies ferrées sur ballast reposant sur une dalle en béton armé de 0,32 m d'épaisseur, en raison de la présence d'un grand nombre d'appareils de voie.

Les circonstances locales ont conduit à fixer la position des piles. La membrure inférieure de la travée centrale a la forme d'une ogive très surbaissée ; il a été nécessaire, en raison de la distribution des portées, de lester les culées de masses de béton alourdies par des vieux rails.



Une utilisation particulière des travées solidaires continues peut être envisagée lorsque l'on doit faire un pont très plat à une seule travée utile, en raison de la nécessité de respecter à la fois une cote imposée pour la voie portée et un gabarit pour la navigation, et quand les circonstances exigent qu'aucune pile intermédiaire ne soit implantée dans la voie navigable. C'est le cas du pont de Longdoz sur la dérivation de la Meuse, à Liège, qui comporte 2 travées de rive extrêmement courtes par rapport à la travée centrale, permettant la réalisation des moments d'encastrement aux extrémités de cette travée.



Ici, le rapport de la hauteur minimum de la poutre à la portée est de $\frac{1}{43}$. (1)

Dans un esprit différent, le pont d'Arnheim, sur le Rhin, comporte une travée qui, beaucoup plus longue que les autres, est renforcée au moyen d'un arc supérieur qui lui est associé.

Constitution des poutres

Les poutres à travées solidaires continues à âme pleine sont généralement de

(1) Le pont des Ardennes à Namur, sur la Meuse, a une travée centrale de 138,00 m de portée ; la portée des deux travées latérales est 24 m. Hauteur à la clef, 2,30 m, soit $\frac{1}{60}$ de la portée ; hauteur sur les piles : 6,10 m.

hauteur constante ; cependant quelques ouvrages dont les poutres sont de hauteur variable comportent des âmes pleines. Dans ce cas, la hauteur est souvent constante sur la plus grande partie de la longueur, sauf près des appuis. Les ponts correspondants sont alors à poutres multiples sous chaussée.

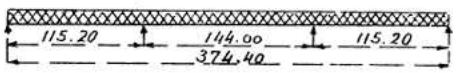
On a réalisé ainsi des ouvrages importants :

- le pont-route sur l'Elbe, à Dresde, de 285,00 m de portée totale a 4 travées, dont les portées sont : 65,00 m, 115,00 m, 65,00 m, 40,00 m.
- le pont des Trois-Roses à Bâle, de 255,00 m de portée totale a 3 travées, dont les portées sont 75,00 m, 105,00 m, 75,00 m.
- le pont de Cologne-Deutz sur le Rhin (1948) décrit au Chapitre II, Section IV, est à 3 travées de hauteur variable ; les portées sont 132,134 m, 184,45 m, 120,728 m ; en raison de la très faible hauteur disponible, la poutre formée par le tablier est multicellulaire. La hauteur des poutres varie entre 3,00 m sur culées et 7,80 m. La hauteur à la clef est 3,30 m ; son rapport à la portée de la travée centrale est de 1/56. La soudure convient particulièrement bien à ce genre d'ouvrages.

Le pont de Düsseldorf-Neuss est actuellement le pont soudé à poutres à âme pleine le plus grand et le plus élancé.

Lorsque les portées sont importantes et que les questions d'aspect sont secondaires, on emploie les poutres triangulées de hauteur constante ou variable[1] ; la triangulation est rarement simple ; elle est souvent composée ou même complexe. Le viaduc des Fades, sur la Sioule, a 374,40 m de portée totale, et comporte 3 travées dont les portées sont 115,20 m, 144,00 m, 115,20 m ; la hauteur des poutres, à treillis multiple, est constante ; il a été construit en 1909.

Viaduc des Fades 1909



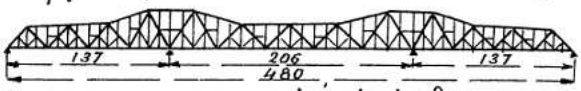
Le pont de Dunaföldvar, sur le Danube, en Hongrie, a 492,00 m de portée totale, et comporte 4 travées dont les portées sont 109,44 m, 136,80 m, 136,80 m, 109,44 m ; la hauteur des poutres, à treillis Warren simple, avec montants à tous les noeuds et mailles secondaires, varie de 15.00 m au milieu à 23.00 m sur les appuis ; il a été construit en 1930.

Pont de Dünaföldvar 1930



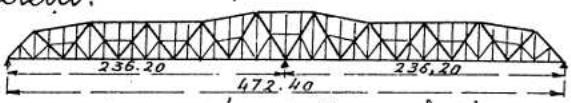
Le pont sur l'Ohio construit en 1929 entre Lavington et Cincinnati, de 480,00 m de portée totale, comporte 3 travées dont les portées sont 137,00 m, 206,00 m, 137,00 m ; la triangulation est analogue à celle de l'ouvrage précédent.

Pont sur l'Ohio (entre Cavington et Cincinnati) 1929

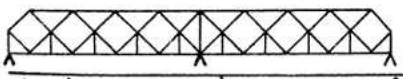


Le pont sur l'Ohio construit en 1915 à Sciotoville a 2 travées de 236.20 m de portée (triangulation Warren complexe).

Pont sur l'Ohio à Sciotoville 1915



Plusieurs ponts sur le Rhin ont des triangulations Warren à grandes mailles, simples ou doubles, sans montants. La distance des noeuds, au niveau de la chaussée, varie de 16,25 m à 20,40 m. Quand la triangulation est double, une suspente aboutit à un noeud intermédiaire de croisement des barres de triangulation. (Poutre à losanges).



Lorsque le pont doit être mis en place par voie de

(1) Il arrive parfois que, dans les ponts à deux poutres triangulées de hauteur variable les membrures supérieures soient rectilignes et les membrures inférieures également, sauf au voisinage des appuis ; cette disposition complique un peu la construction, puisque le tablier ne peut plus leur être associé, mais l'aspect général de l'ouvrage est amélioré.

lancement, il faut prévoir le renversement des efforts dans toutes les barres de triangulation, au moment où l'extrémité amont du panneau correspondant franchit un point d'appui. La triangulation composée est alors très avantageuse à ce point de vue (Voir : Montage des ponts).

Dans le cas de la triangulation Warren simple, il faut donc que toutes les barres soient susceptibles de travailler à la compression ; dans le cas de la triangulation Pratt, on munit habituellement tous les panneaux de contrebarres, et on réalise ainsi en réalité une poutre à montants et Croix de Saint-André.

Les panneaux d'appui sur piles et sur culées doivent être renforcés, pour résister à la compression locale dûe à la réaction verticale de l'appui, qui est une force concentrée sur une longueur relativement faible de la membrure inférieure.

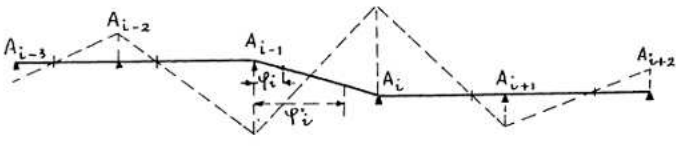
Dénivellation des appuis

La base des calculs ordinaires des efforts produits dans les poutres à travées solidaires continues est l'invariabilité des appuis ; on sait en effet que les dénivellations des appuis peuvent être cause d'efforts importants. La prudence commande donc de ne jamais recourir à ce type d'ouvrage lorsque le sol de fondation est susceptible de tasser d'une manière importante ou imprévisible.

Mais il se peut néanmoins que d'autres dénivellations des appuis se produisent ; elles peuvent être dûes à des erreurs de nivellement, à un réglage défectueux des appareils d'appui, à une variation de la hauteur des piles lorsqu'elles sont en métal, soit sous l'action des surcharges, soit sous l'action des variations de la température.

Il importe de calculer ces effets, et de se rendre compte de leurs répercussions sur la stabilité des poutres.

On rapporte l'étude générale de l'influence des dénivellations des appuis au cas simple où une seule travée est dénivelée ; soit par exemple la travée l_i, comprise entre les appuis A_{i-1} et A_i ; tous les appuis d'ordre $< i$ sont sur une horizontale ; tous les appuis d'ordre $\geq i$ sont sur une autre horizontale.



On sait que le diagramme des moments de flexion correspondants est une ligne polygonale, ayant ses sommets sur les verticales des appuis, passant par les foyers de gauche des travées précédentes, et par les foyers de droite des travées suivantes.

Si l'appui A_i est à un niveau inférieur à l'appui A_{i-1}, le moment de flexion, positif sur l'appui A_i, est alternativement négatif et positif sur les autres appuis. C'est l'inverse qui se produit si le niveau de A_i est supérieur au niveau de A_{i-1}. Les moments sur les appuis A_{i-1} et A_i ont pour valeurs, si y_i et y_{i-1} sont les ordonnées de A_i et A_{i-1}, et si $y_i - y_{i-1} > 0$:

$$\begin{cases} M_{i-1} = -\dfrac{6EI}{l^2}\dfrac{(y_i - y_{i-1})\varphi_i}{\varphi'_i - \varphi_i} \\ M_i = \dfrac{6EI}{l^2}\dfrac{(y_i - y_{i-1})(l_i - \varphi'_i)}{\varphi'_i - \varphi_i} \end{cases}$$

On en déduit aisément les moments fléchissants dans une travée quelconque.

$$M = M_k \frac{l_{k+1} - x}{l_{k+1}} + M_{k+1}\frac{x}{l_{k+1}}$$

les efforts tranchants $\quad T = \dfrac{M_{k+1} - M_k}{l_{k+1}}$

et les réactions d'appuis $\quad R_k = T_{k+1} - T_k$

Si un seul appui A_i est dénivelé, les résultats correspondants seront obtenus en cumulant ceux qui sont relatifs à la dénivellation des 2 travées l_i et l_{i+1}.

La loi de Hooke permet de même d'envisager la dénivellation d'un nombre quelconque d'appuis. MM. Pigeaud et Godard ont étudié en détail les problèmes relatifs aux dénivellations des appuis des poutres continues (1). Voici quelques uns des résultats qu'ils ont obtenus, concernant les poutres symétriques de hauteur constante, comportant un grand nombre de travées.

Soit L la longueur des travées intermédiaires, l la longueur des travées de rive, δ la dénivellation de l'appui considéré.

Si un appui extrême est dénivelé par rapport aux autres, le moment fléchissant au droit de l'appui le plus voisin a pour valeur absolue

$$M = 1{,}44\frac{EI\delta}{l^2} \quad \text{si } \frac{l}{L} = \frac{4}{5} \text{ ; et } M = 1{,}6\frac{EI\delta}{l^2} \text{ si } \frac{l}{L} = 1$$

Si un appui voisin du milieu est dénivelé par rapport aux autres, le moment fléchissant au droit de cet appui a pour valeur $M = 4{,}4\dfrac{EI\delta}{L^2}$; au droit de chacun des appuis voisins, la valeur absolue du moment est seulement les 0,634 de la valeur précédente.

On peut remarquer que les contraintes correspondantes sont toujours indépendantes du moment d'inertie de la poutre ; elles ont pour expression si h est sa hauteur $n = \dfrac{Mh}{2I} = k\dfrac{Eh}{l^2}\delta$ ou $k'\dfrac{Eh}{L^2}\delta$; elles sont proportionnelles à la hauteur de la poutre.

On peut en déduire que les poutres de hauteur variable, dans lesquelles, naturellement, la hauteur est maximum sur les appuis et beaucoup plus importante qu'en travée, sont plus sensibles que les poutres de hauteur constante aux dénivellations accidentelles des appuis.

Cherchons quelle devrait être la dénivellation d'un appui d'une poutre symétrique de hauteur constante pour que la contrainte correspondante fût de 1 kg/mm² ; prenons le cas d'un appui voisin du milieu de la poutre et supposons la hauteur égale au $\frac{1}{12}$ de la portée.

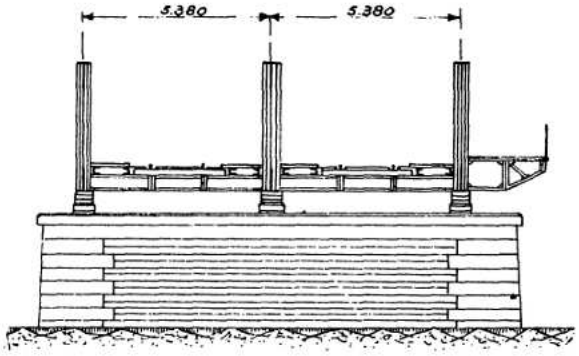
On a : $$\frac{\delta}{L} = n \times \frac{2L}{h} \times \frac{1}{E} \times \frac{1}{4{,}4} = 1 \times 24 \times \frac{1}{2 \times 10^4 \times 4{,}4} = \frac{12}{10^4 \times 4{,}4} = \frac{2{,}72}{10.000}$$

Ainsi, pour une travée intermédiaire de 40,00 m de portée, le dénivellement devrait être de 11 mm., très sensiblement. Une erreur de cette importance peut facilement être évitée sur le chantier.

Ponts à trois poutres

Il existe également des ponts à travées continues à 3 poutres. : le

(1) Annales des Ponts et Chaussées fascicule VI 1918. "Note sur la détermination des efforts développés dans le métal des rails des voies ferrées".
Ponts Métal. 2e Vol. (f. 7).



pont de chemin de fer sur l'Oise à Pontoise, comporte une partie formée de 2 travées continues, de 110.00m de longueur totale. Ce sont des poutres de hauteur constante, à montants et Croix de Saint-André, dont la coupe transversale schématique est représentée ci-contre.

Ponts en pente

Il n'y a rien à ajouter à ce qui a été dit déjà pour la travée indépendante.

Ponts à trois membrures

Il en existe peu.

L'aqueduc de Filettole-Livourne, portant deux conduites d'eau est à trois membrures, et se compose de trois travées solidaires continues, de 54,486m, 58,590m, 54,486m de portée. Les poutres sont triangulées dans le système Warren. Leur hauteur est de 3,50m entre axes des membrures inférieures et supérieure; la distance d'axe en axe des membrures inférieures est de 2,70m; entre les deux conduits se trouve la passerelle de visite.

Le pont est entièrement soudé.

Ponts - Biais

Les efforts supplémentaires qui se produisent dans les poutres-maîtresses et dans les pièces de pont sont de même nature que dans les travées indépendantes. Toutes choses étant égales d'ailleurs ils sont, pour des sections éloignées des appuis intermédiaires, moins importants que dans la travée indépendante parce que les déformations verticales et les rotations sont plus faibles; ils peuvent être plus importants au voisinage des appuis intermédiaires parce que les moments fléchissants qui se produisent dans les poutres-maîtresses d'une même section droite de l'ouvrage peuvent être de signe contraire.

Le pont n°3 à la sortie de Paris-Nord, sur la ligne de Soissons, est soudé et biais à 12°; les poutres principales, continues sur 3 appuis, ont pour portées 27 et 35,00m. (Ac. SH).

Les poutres des ponts à poutres multiples sous chaussée sont disposées parallèlement à l'axe longitudinal de l'ouvrage.

Ponts courbes.

M. Bertrand de Fontviolant a étudié les ponts-courbes à travées solidaires, dans les deux cas déjà examinés pour la travée indépendante; il existe quelques exemplaires de ces ouvrages en Allemagne et en Suisse; un autre à l'usine du Cornillon, de la Ste du Gaz de Paris.

Le premier de ces ouvrages est le viaduc d'approche à 2 travées solidaires du port de la Rapée, construit pour le Métropolitain en 1905; le pont est en pente, le lieu des axes principaux des sections successives est une surface hélicoïdale.

Déformation des poutres continues

Poutres à âme pleine.

On construira le polygône funiculaire des forces verticales fictives $M d\xi$ ou $\frac{M d\xi}{EI}$, comme on l'a indiqué à propos de la travée indépendante. La ligne de fermeture pour l'ensemble de la poutre est une ligne droite coupant la courbe funiculaire sur les verticales des appuis, supposés invariables.

Poutres triangulées à assemblages rigides.

On appliquera les méthodes propres aux systèmes articulés [1].

En raison des moments d'encastrement sur les appuis intermédiaires, les déformations verticales des poutres continues sont moins importantes que celles des travées indépendantes semblables de même portée. On se dispense souvent de donner de la cambrure aux poutres : l'effet produit par plusieurs travées déformées est d'ailleurs tout différent de celui produit par une travée isolée.

Poutres semi-continues

On a parfois réalisé le montage des poutres des diverses travées d'un pont à travées continues indépendamment les unes des autres, pour les relier ensuite bout à bout au moyen de panneaux de jonction.

Chacune des travées se comporte alors comme une travée indépendante en ce qui concerne la charge permanente déjà mise en place au moment de la jonction, et comme une poutre continue en ce qui concerne le reste de la charge permanente et les surcharges.

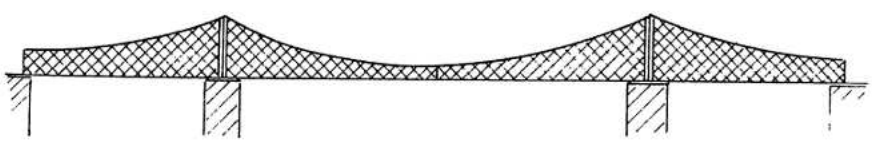
Ce sont des considérations relatives au montage qui interviennent pour justifier cette conception.

Lorsque les travées ont une portée telle que le poids de chacune des poutres soit assez faible pour permettre de la mettre en place d'une seule pièce, ce type de construction est assez avantageux, car les poutres ne représentent que la fraction la plus faible de la charge permanente totale.

Il a été employé au pont de Vichy, sur l'Allier, qui comporte 4 poutres parallèles sous la couverture.

Mais, dans les autres circonstances, la réduction du poids de métal que l'on peut escompter par rapport à un pont à travées indépendantes successives est faible.

Le type de poutre semi-continue dit "à jonction centrale" n'est guère plus recommandable au point de vue de l'économie du métal dépensé. Il est applicable à un ouvrage à 3 travées, la travée centrale présentant une ouverture notablement supérieure à celles des travées de rive. On peut prévoir soit le montage en encor-



[1] A titre d'indication, on a obtenu, pour le pont de Balbigny sur la Loire à 3 travées solidaires de hauteur constante, à poutres triangulées dans le système Warren simple, les valeurs suivantes du coefficient d'élasticité à prendre en compte dans un calcul simpliste des flèches consistant à assimiler les poutres triangulées à des poutres prismatiques de moment d'inertie constant. Pour la charge permanente $E = 1{,}57 \times 10^4$ Kg/mm^2 ; pour la surcharge sur la travée centrale $E = 1{,}77 \times 10^4$ Kg/mm^2 ; pour la surcharge sur les travées de rive $E = 2{,}04 \times 10^4$ Kg/mm^2.

bellement, soit le lancement de chaque moitié du pont, et la réunion des deux abouts au moyen d'un panneau de jonction.

On aurait une solution plus économique en rétablissant complètement la continuité au moment où l'on fait la jonction, par les opérations indiquées ci-dessous :

- abaissement des extrémités sur culées, pour ramener à l'horizontale les extrémités des membrures inférieures formant consoles ; raccordement de ces extrémités.
- léger relèvement des extrémités sur culées pour amener les membrures supérieures au contact et les assembler.
- abaissement des appuis intermédiaires sur piles, pour amener les 4 appuis de chaque poutre dans les positions relatives prévues dans le tracé des poutres ; l'ouvrage se comporte alors comme un pont à 3 travées continues pour la totalité de la charge permanente.

Cette méthode a été appliquée pour la construction du pont de Moissac, sur le Tarn.

Réglage des poutres à travées solidaires continues

Dans les poutres à travées solidaires continues, les moments fléchissants sont maxima en valeur absolue sur les appuis : l'importance des sections à attribuer aux membrures peut entraîner des sujétions d'exécution qu'il est possible d'éviter ou d'atténuer par un "réglage".

On entend par là une modification apportée à l'état d'équilibre de ces poutres, dans le but de réduire la différence entre les valeurs absolues maxima et minima des moments fléchissants dans les différentes sections d'une même poutre ; on modifie naturellement en même temps la distribution des efforts tranchants.

Plusieurs procédés peuvent être employés, dont voici quelques uns.

- On peut imposer à un ou plusieurs appuis des dénivellations déterminées à l'avance, l'ouvrage étant réduit à sa seule ossature métallique.
- Lorsque les travées sont de longueur très différente et notamment lorsque les travées de rive sont les plus courtes, on peut annuler ou limiter les soulèvements qui pourraient se produire aux extrémités par l'artifice suivant :

On charge et au besoin, on surcharge au maximum les travées qui produiraient un soulèvement sur la culée envisagée ; au contraire, on charge le moins possible les travées qui produiraient un abaissement sur cette culée.

On construit alors l'appui sur culée dans les conditions de déformation correspondantes. L'achèvement de la construction permet d'avoir un appui effectif sur la culée, dans toutes les circonstances.[1]

- Dans une poutre triangulée, on peut imposer à certaines barres des efforts de traction ou de compression, de sens contraire aux efforts maxima qu'elles

[1] On peut également, si on le désire, créer par ce procédé des précontraintes permettant de soulager la travée centrale.

subiront dans l'ouvrage en service. Ce sont alors des poutres précontraintes.

– Dans une poutre triangulée en acier Ac 42, on peut constituer la barre de membrure tendue au droit d'un appui en acier Ac 54 : la déformation de cet élément, relativement plus importante puisqu'il subit une contrainte plus élevée, a pour effet d'accroitre les moments positifs et de réduire les moments négatifs (1).

– Il est également possible de modifier la répartition des moments dûs à la charge permanente en ne construisant pas simultanément toutes les travées.

Ainsi, dans un pont à 3 travées solidaires, on peut d'abord construire une travée de rive, et supprimer l'échafaudage ; puis construire la seconde, et la relier à la première avant suppression de son échafaudage ; cet échafaudage étant supprimé, on construit la 3e travée, que l'on relie aux deux autres avant de supprimer son échafaudage. On diminue ainsi les moments sur appuis et on augmente les moments en travée : ils sont égaux à $-\frac{pl^2}{20}$ au lieu de $-\frac{pl^2}{10}$ si la charge permanente est constante et les portées égales.

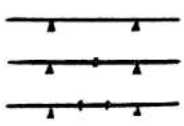
On peut d'ailleurs faire varier le résultat en utilisant des surcharges temporaires convenablement disposées.

Poutres à travées solidaires à poutres discontinues ou "Cantilever"

Lorsque l'ouvrage n'est pas symétrique, c'est-à-dire s'il comporte des travées successives de longueurs très différentes, ou bien si, l'ouvrage étant symétrique, on se propose de faire le montage par encorbellement, ou bien si la médiocrité du terrain de fondation ne permet pas de construire un ouvrage à travées solidaires continues, on réalise un pont à poutres discontinues, qui peut, sauf dans le dernier cas, être hyperstatique, dont on fera varier la hauteur, sans inconvénient. La quantité de métal dépensé est alors inférieure à celle que l'on utiliserait pour une poutre continue de hauteur variable.

Ces ponts sont fréquemment employés pour de très grandes portées.

Dans un tel ouvrage, une travée peut ne pas comporter d'articulation, ou en comporter une seule, ou deux :



Au point de vue des dispositions d'ensemble, et de la forme à attribuer aux différents tronçons, on remarquera qu'une travée dépourvue d'articulation se comporte comme une travée de poutre continue ; qu'une travée comportant une seule articulation se compose de 2 consoles reliées à leur extrémité libre, et qu'une travée à double articulation est composée d'une poutre indépendante, portée à ses deux extrémités par des consoles.

Les sections dans lesquelles les moments fléchissants sont nuls sont fixées ne varietur, et l'on a la possibilité de les déplacer, dans une certaine mesure, pour réduire au minimum la dépense de métal.

---

(1) Dans les mêmes conditions, si cette barre avait une section un peu insuffisante, la contrainte qu'elle subirait dépasserait la limite d'élasticité, et les déformations importantes qui en résulteraient auraient le même effet que dans le cas précédent ; il se produirait là un phénomène d'adaptation, au détriment de la forme de l'ouvrage, et de la sécurité qu'aurait procuré une barre de section suffisante.

Consoles.

On sait que, dans une console, chargée verticalement de haut en bas, le moment fléchissant et l'effort tranchant sont négatifs, et que leurs maxima dans une section déterminée correspondent à la surcharge complète de la partie de la console comprise entre son extrémité et cette section.

Toutefois dans les cantilevers, il se peut que la réaction appliquée à l'extrémité de la console soit dirigée de bas en haut ; l'influence de cette réaction étant prépondérante au voisinage de l'extrémité de la console, il y a renversement des efforts dans les membrures et dans la triangulation, qu'il peut être nécessaire de renforcer ou de munir de contrebarres.

Il est assez rare que l'on donne aux consoles une hauteur constante ; on la fait généralement varier dans le même sens que le moment fléchissant.

Indications sur les caractéristiques des ponts Cantilever.[1]

Le type cantilever n'étant guère employé que pour de grandes portées, on est presque toujours conduit, par raison d'économie, à faire usage de poutres de hauteur variable, croissant avec le moment fléchissant auquel elles doivent résister.

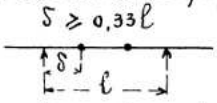
La position des articulations sera fixée d'après les indications suivantes :



a) dans une travée de rive l'articulation unique[2] sera placée aux $\frac{70}{100}$ de la portée, à partir de l'appui sur culée ; mais cette distance devra être réduite, si la travée suivante étant très grande par rapport à la travée de rive, on reconnaît la nécessité d'accroître le moment fléchissant sur l'appui produit par la travée de rive ; cette considération pourrait même conduire à supprimer l'articulation.



b) dans une travée intermédiaire ne comportant qu'une seule articulation, celle-ci sera en principe placée au milieu de l'ouverture ; toutefois, si les travées encadrant la travée en question ont des portées très différentes, on rapprochera l'articulation de la plus petite d'entre elles, pour la même raison que ci-dessus.



c) dans une travée intermédiaire à double articulation, on placera chacune d'elles au moins aux $\frac{33}{100}$ de la portée à partir de la pile voisine. On constate que, dans le cas de la charge permanente, la valeur moyenne des moments fléchissants, pris en valeur absolue, est à peu près minimum dans ce cas. δ croît si la poutre est de hauteur rapidement variable au voisinage des appuis.

Si la charge permanente était constante, il faudrait prendre $\delta = 0{,}25\,\ell$; la valeur moyenne des moments fléchissants serait alors $\frac{p\ell^2}{32} = 0{,}375\,\frac{p\ell^2}{12}$ (à peine inférieure à la valeur $0{,}385\,\frac{p\ell^2}{12}$ indiquée pour une travée normale de poutre continue).

La différence serait plus marquée pour les poutres de portées exceptionnelles, parce que la charge permanente n'est pas uniformément

---

[1] Consulter "Recherche des proportions à donner aux différents éléments d'une poutre cantilever" 9ème Volume de Mémoires de l'Association internationale des Ponts et Charpentes (P. Lorin).

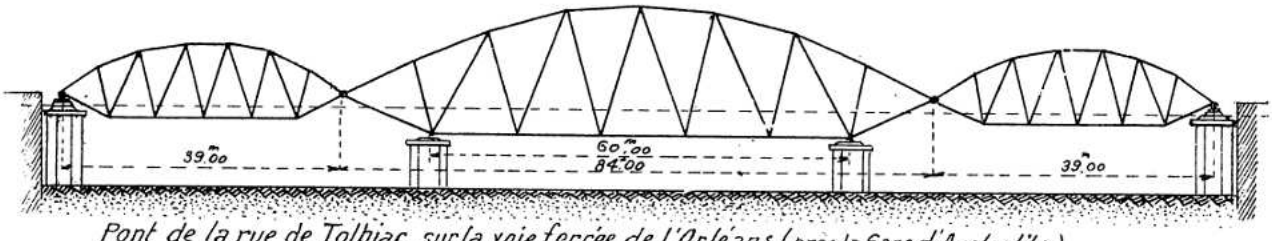
[2] Il n'y a qu'une articulation, parce qu'on n'encastre pas la travée de rive sur la culée.

répartie, mais décroît sensiblement à partir d'une pile, jusqu'au milieu de la travée. (1)
(Voir renvoi (1) pag. 56)

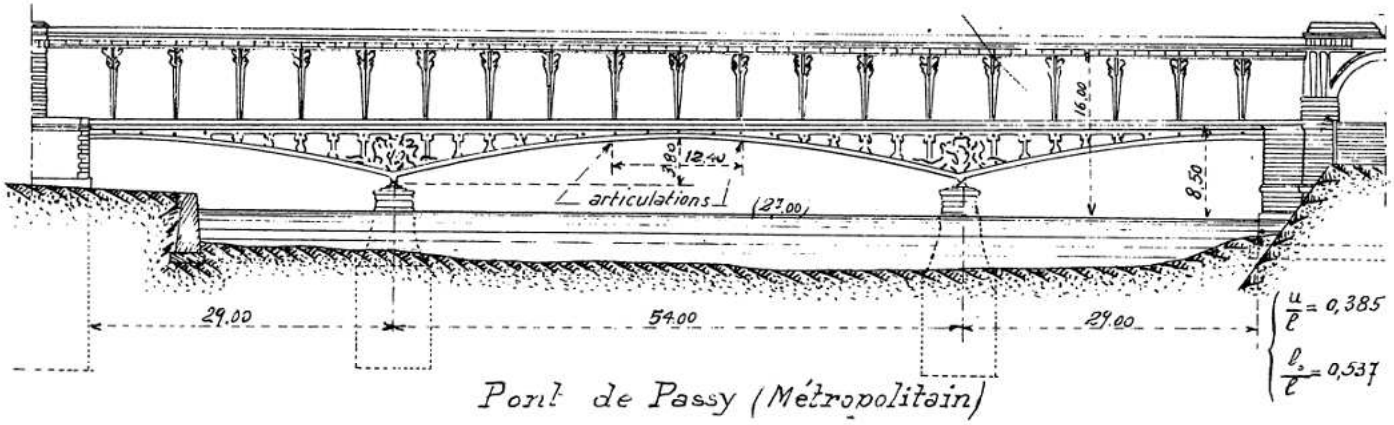
On est parfois conduit à réaliser des cantilevers à poutres multiples sous chaussée, dans les villes; bien que les portées ne soient pas considérables, les poutres sont de hauteur variable. Ce sont alors des ouvrages assez déformables, auxquels la soudure se prête particulièrement bien, s'ils sont à âme pleine.

Nous reproduisons ci-après les figures représentant schématiquement les élévations générales de différents ponts, dans le but de montrer quel parti on peut tirer des cantilevers.

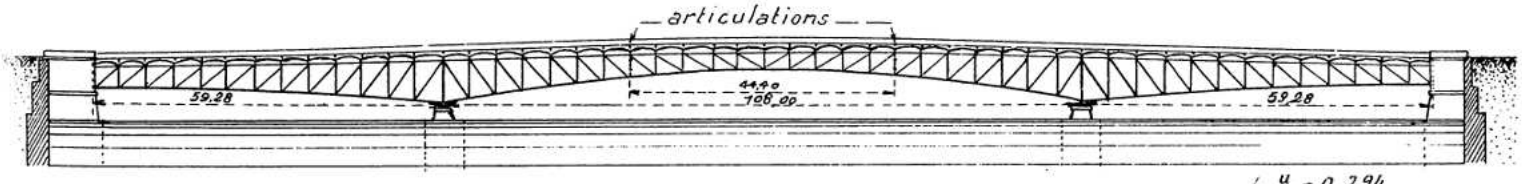
La position relative des articulations a été définie par les rapports $\frac{u_o}{l_o}$ de la distance d'une articulation à la culée dans le cas d'une travée de rive de portée l_o, et par le rapport analogue $\frac{u}{l}$ dans le cas d'une travée intermédiaire de portée l.



Pont de la rue de Tolbiac sur la voie ferrée de l'Orléans (près la Gare d'Austerlitz)

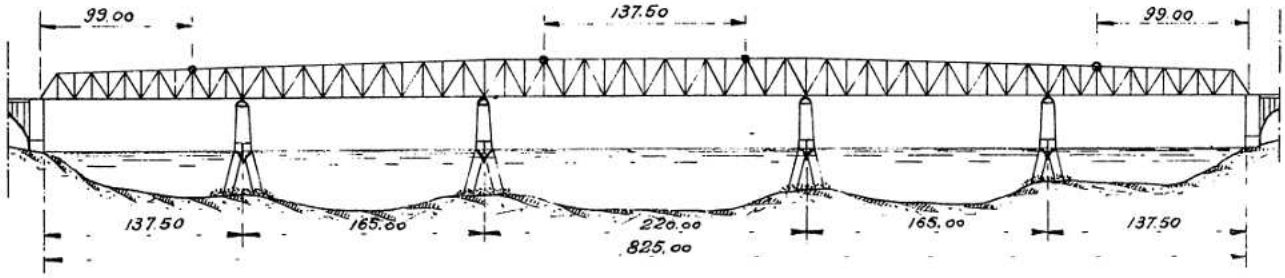


Pont de Passy (Métropolitain)



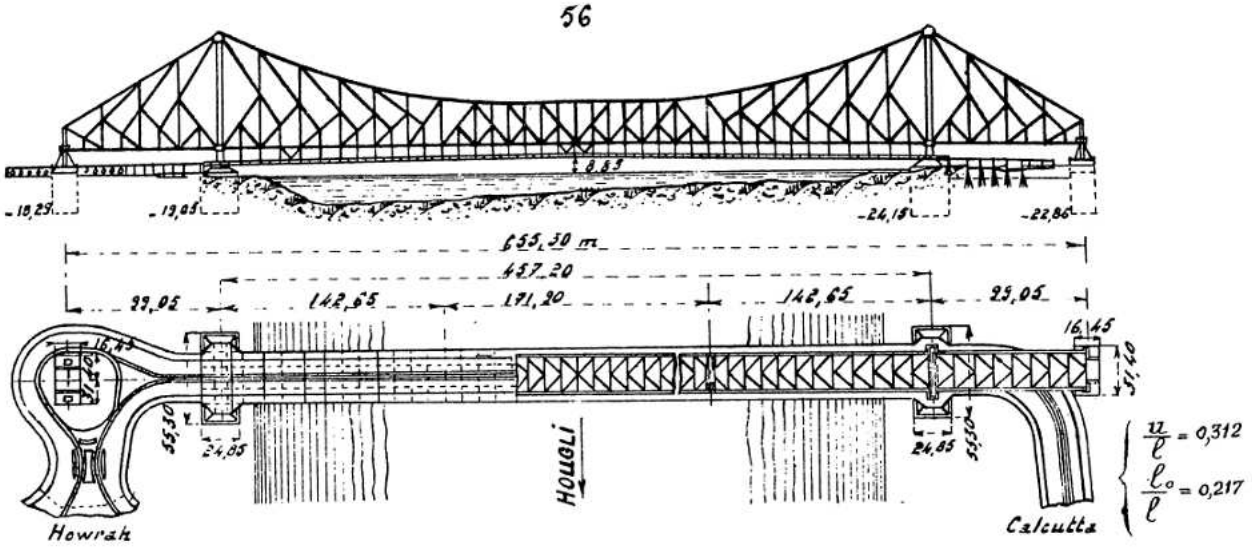
Pont de Pirmil sur la Loire à Nantes

$\frac{u}{l} = 0,294$
$\frac{l_o}{l} = 0,549$



Pont sur le PETIT BELT

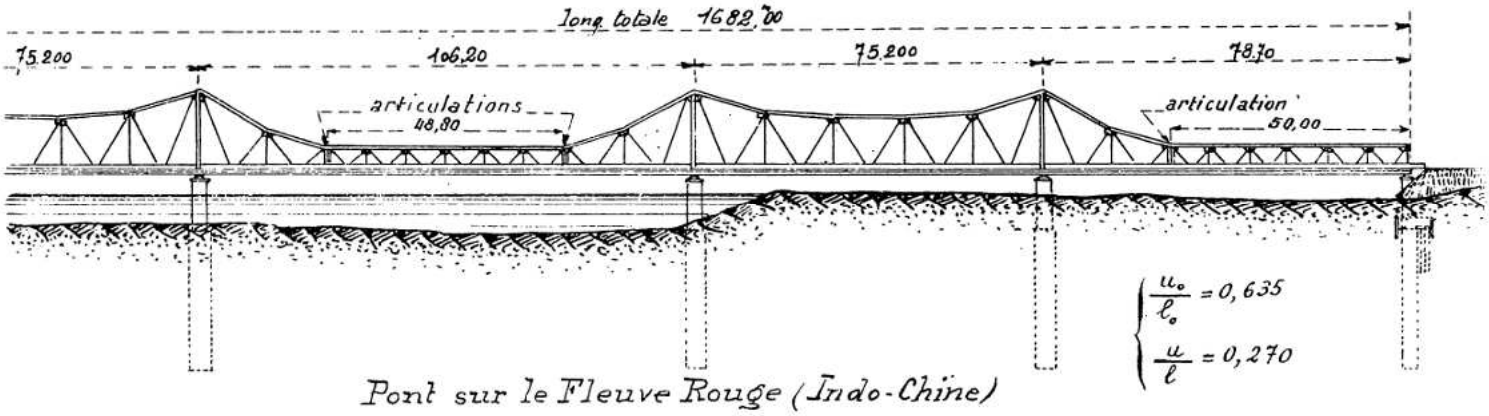
$\frac{u_o}{l_o} = 0.72$
$\frac{u}{l} = 0.189$



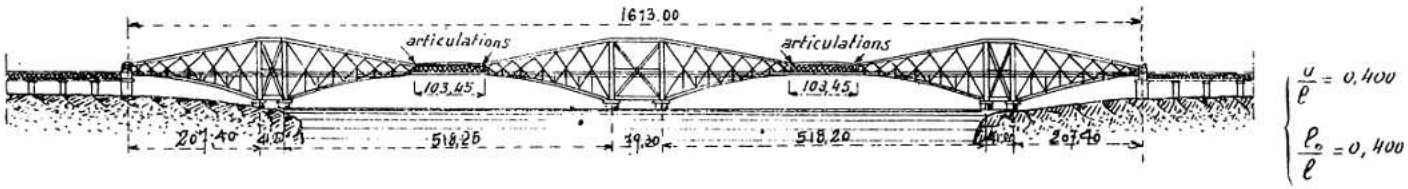
Pont de Howrah sur le Gange, à Calcutta

La travée centrale est seule porteuse ; les culasses ont pour seul rôle de l'équilibrer ; elle est formée de deux consoles et d'une travée indépendante. Le tablier est suspendu sous les poutres-maîtresses dans la travée centrale ; il est porté par des viaducs de part et d'autre. L'extrémité des culasses est ancrée dans les culées. La membrure inférieure est à 19,50 m au-dessus des plus hautes eaux ; les dommages que le choc d'un paquebot peut causer au tablier sont moins graves que s'il heurtait la membrure inférieure. Le niveau du tablier est imposé par les conditions de la circulation (pousse-pousse et chariots à bœufs sans freins, exigeant des pentes au plus égales à 2,5 %).

L'ouvrage, fortement contreventé transversalement, ne comporte qu'un contreventement longitudinal au niveau des membrures inférieures



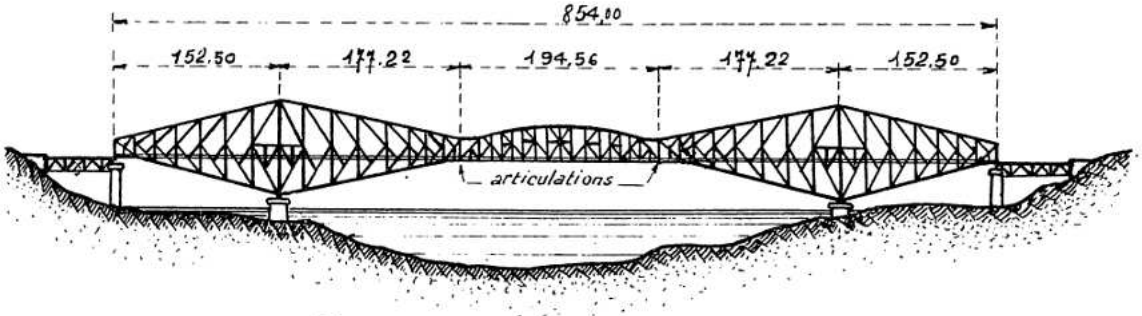
Pont sur le Fleuve Rouge (Indo-Chine)



Pont de Queensferry sur le bras de mer du Forth (près Edimbourg)

Renvoi de la page 55

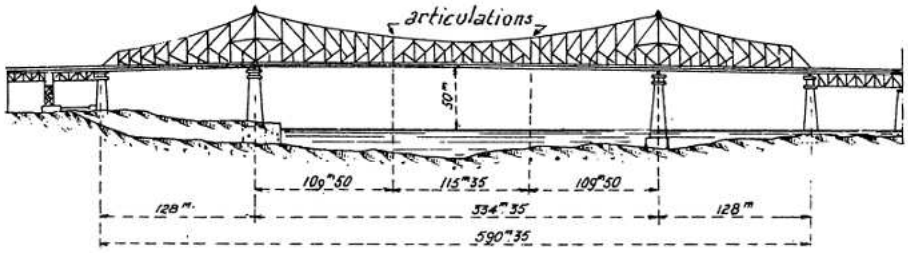
(1) M. Waddell signale que, dans le cas plus particulier d'un pont-route à 3 travées, dont la travée centrale comporte 2 articulations, la longueur la plus économique de la travée indépendante est comprise entre $\frac{45}{100}$ et $\frac{50}{100}$ de la longueur de la travée centrale et que la hauteur des poutres-maîtresses à l'aplomb des piles doit être égale à 13,5 % de la portée.



Pont de Québec sur le St Laurent

$\frac{u}{l} = 0,323$

$\frac{l_o}{l} = 0,278$

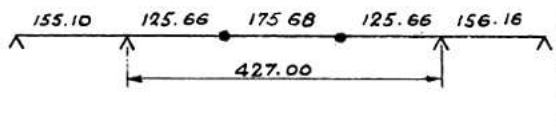


Elévation du nouveau pont cantilever sur le Saint-Laurent, à Québec.

$\frac{u}{l} = 0,345$

$\frac{l_o}{l} = 0,382$

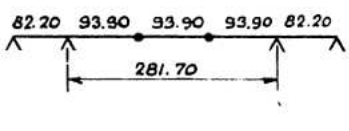
Pont cantilever du viaduc de San Francisco à Oakland



$\frac{u}{l} = 0,294$

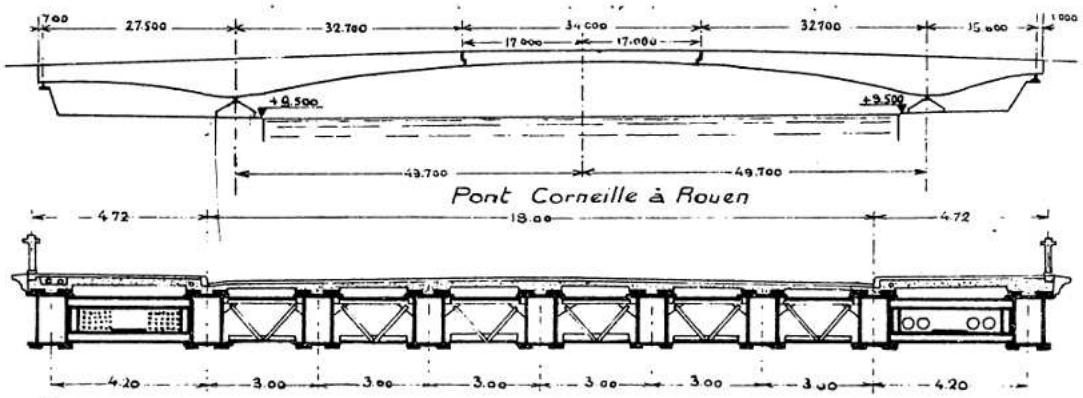
$\frac{l_o}{l} = 0,363$

Pont Story à Brisbane (Australie)



$\frac{u}{l} = 0,333$

$\frac{l_o}{l} = 0,184$



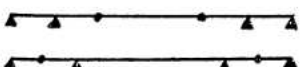
$\frac{u}{l} = 0,329$

$\frac{l_o}{l} = 0,342$

Remarques.

I - Dans plusieurs cas (viaduc de Passy, pont de Firmil, pont de la Mulatière, pont Corneille à Rouen) on a réalisé des ouvrages dont l'aspect rappelle celui des arcs; mais c'est au prix d'une dépense plus élevée de métal en ce qui concerne la travée indépendante de jonction, car sa hauteur est minimum dans la section médiane, là où les moments fléchissants sont maxima.

II - D'après les exemples ci-dessus, les cantilevers à 3 travées se présentent sous les deux aspects suivants :



qui comporte 1 travée indépendante et 2 pontres consoles.

qui comporte 2 travées indépendantes et 1 pontre console.

Le second type est préférable quand l'établissement des culées est difficile.

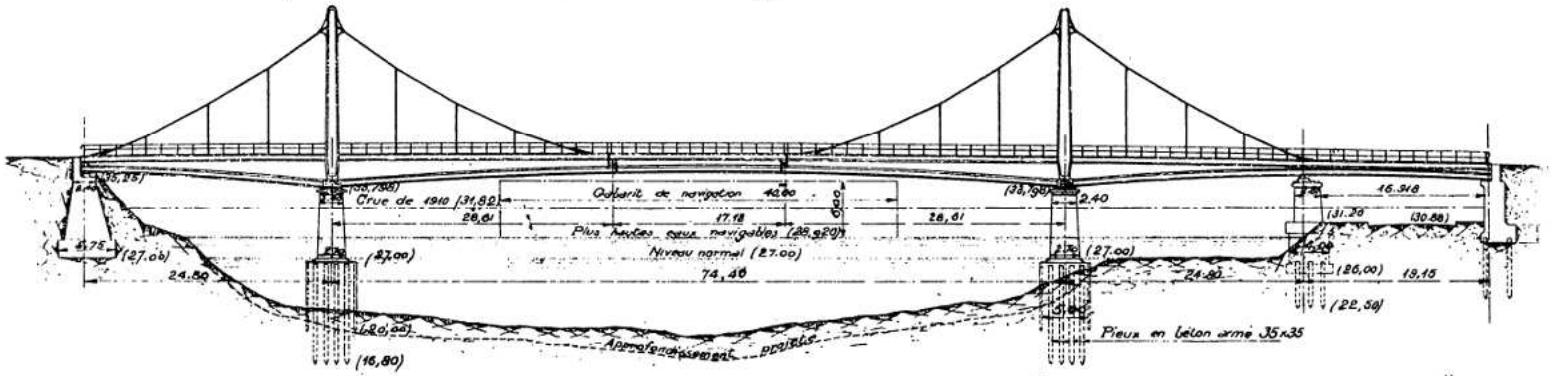
Cantilever à membrures de suspension.

Ce type nouveau de pont dû à M. Bertrand de Fontviolant a été réalisé en 1931 sur la Seine, à Billancourt, entre les bâtiments des Usines Renault et l'île Séguin. C'est un pont Cantilever à 4 travées qui franchit à la fois la Seine et la route côté Billancourt, par H

travées solidaires discontinues.

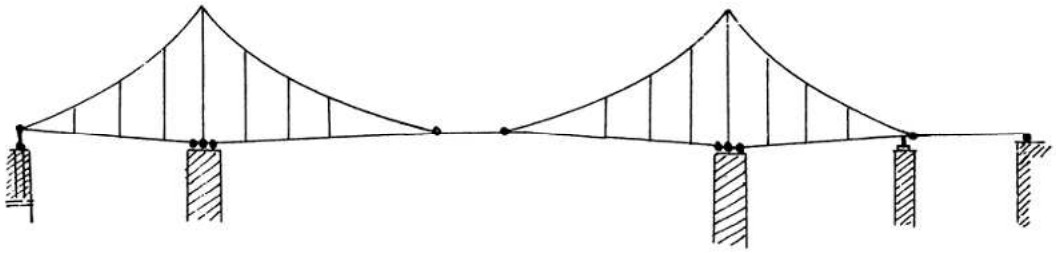
Du point de vue mécanique, il est conçu de la manière suivante :

la travée centrale est formée par 2 consoles symétriques, sur les extrémités desquelles vient reposer une travée indépendante ; chaque console se compose d'une poutre à âme pleine formant sa membrure inférieure, reliée par des suspentes verticales à une membrure supérieure polygonale très légère, fixée à la partie supérieure d'un pylône métallique vertical articulé sur la pile, et prolongée, dans la travée au-dessus de la rivière jusqu'à l'appui correspondant. A l'aplomb de cet appui, elle est fixée sur l'extrémité d'une poutre indépendante, qui lui est reliée par l'intermédiaire de suspentes.



L'extrémité de la travée de rive, du côté de l'île, est maintenue en place au moyen d'une bielle, ancrée dans la culée, qui est destinée à s'opposer à son soulèvement.

La travée au-dessus de la route est une poutre indépendante qui repose sur l'extrémité de la travée de rive adjacente, qui se trouve en léger encorbellement.



Le tablier est au niveau des semelles supérieures de la membrure inférieure.

Une charge placée sur une console (ou sur la travée de jonction), détermine dans la membrure de suspension correspondante (ou dans les deux membrures de suspension), un effort de traction, et dans les membrures inférieures de la travée centrale et de la travée de rive adjacente (ou dans les deux) des efforts de flexion et de compression. Dans la travée de rive, ces efforts de flexion proviennent de la rotation du pylône métallique autour de son articulation : ils sont de sens contraire à ceux qui résulteraient de charges appliquées directement à cette travée.

Une charge appliquée aux travées de rive ne produit aucun autre effet dans la travée centrale que des rotations.

Les pylônes, articulés à leur base, ne supportent que des efforts de compression ; quelle que soit la distribution des surcharges, les composantes horizontales des efforts supportés par les membrures de suspension sont donc égales et opposées ; les composantes horizontales des réactions obliques exercées

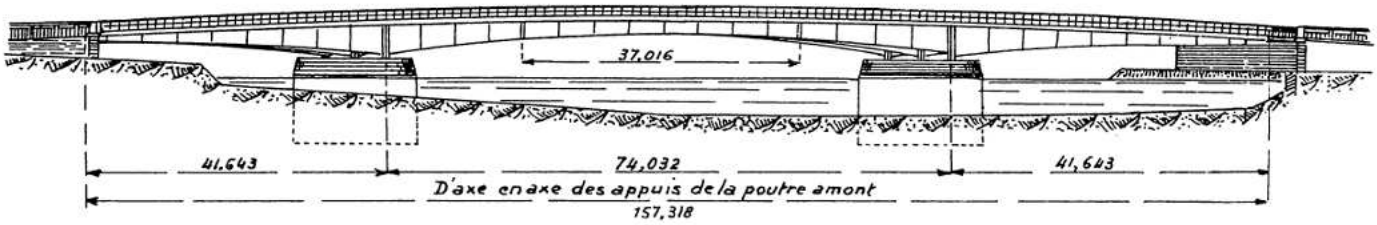
par les membrures inférieures sur chaque pile sont donc aussi égales et opposées ; on annule leur effet en montant les articulations correspondantes sur un même appareil, et en les disposant sur une même horizontale.

Ce pont cantilever est isostatique ; il constitue une solution intéressante, dans le cas d'un pont à 3 travées, où la travée centrale a une ouverture très supérieure à celle des travées de rive (le rapport des portées est ici égal à 1/3), et où l'on ne dispose que d'une très faible hauteur pour loger les poutres dans la partie centrale. Il permet d'éviter des déformations importantes des consoles et des travées de rive.

Mais ce n'est pas une solution économique.

Cantilever biais de Pont-sur-Yonne.

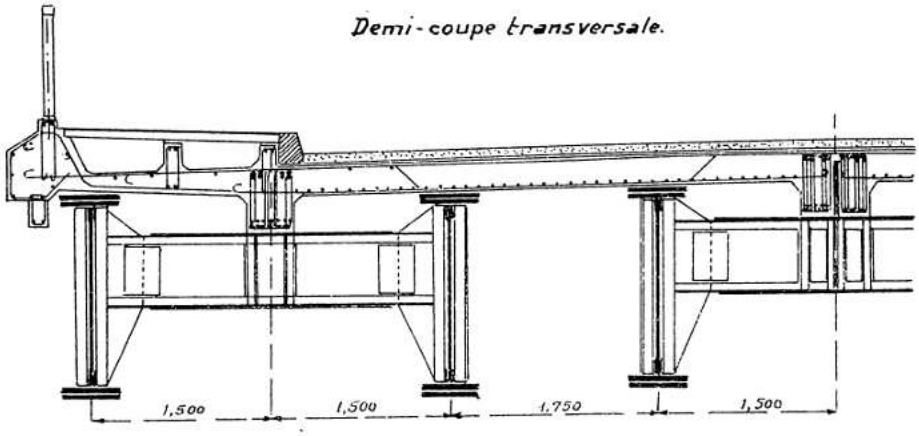
Cet ouvrage, qui devait être un pont soudé, a été exécuté par rivure en raison des circonstances de la guerre de 1939. Il comporte une chaussée de 9,00 m de largeur, et deux trottoirs de 2,00 m. chacun. Il est biais à 48°, et à poutres-maîtresses sous chaussée. En raison de l'importance du biais, et des difficultés constructives qui en résultaient, notamment pour les entretoises et leurs assemblages, l'ouvrage est constitué par 3 ponts droits parallèles indépendants, décalés l'un par rapport à l'autre dans le sens longitudinal.



Elévation

Chacun d'eux, formé de deux poutres-maîtresses de hauteur variable, à âme pleine est un cantilever à 3 travées ; la travée centrale comporte une travée indépendante dont la portée est la moitié de la sienne.

Demi-coupe transversale.



Les charges sont réparties sur ces 3 ponts par l'intermédiaire d'une dalle en béton armé, qui ne prend appui sur l'ossature métallique que par l'intermédiaire de 4 longerons en béton armé, reposant dans l'axe des entretoises ; les poutres sont ainsi toutes chargées symétriquement, et ne subissent aucune torsion du fait de la constitution de l'ouvrage, sous l'action de la charge permanente ; seul, le pont central peut subir une torsion d'ailleurs très faible sous l'action des surcharges dissymétriques.

La dalle est séparée en deux parties par un joint longitudinal axial placé sous la chaussée ; à cet effet, le longeron central est dédoublé ; en outre, des joints transversaux se trouvent au droit de chaque culée et aux extrémités de la travée indépendante.

L'association du métal et du béton armé a permis de résoudre avec des moyens très simples, un problème qu'il eût été difficile de traiter correctement en employant seulement le métal.

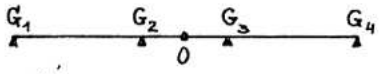
Epures de stabilité et calculs de résistance. (1)

Il n'y a aucune difficulté particulière à signaler lorsque l'ouvrage est isostatique : on a seulement à calculer des travées indépendantes, et des poutres-consoles, en tenant compte de la répercussion des charges reportées par les premières sur les secondes.

S'il est hyperstatique, il faut faire intervenir les déformations, et tenir compte de la variation rapide des moments d'inertie, quand les poutres sont à âme pleine ; quand elles sont triangulées, il faut appliquer les méthodes propres aux systèmes articulés.

Il est commode de prendre pour inconnues auxiliaires les réactions des appuis ou des articulations, choisies de telle manière que, s'ils étaient supprimés, l'ouvrage deviendrait isostatique ; on détermine tout d'abord les lignes d'influence de ces réactions ; on s'en sert ensuite pour construire la ligne d'influence d'un effet quelconque dans l'ouvrage considéré.

Nous allons préciser cette indication générale par un exemple simple.



Considérons un cantilever, formé de deux poutres-consoles égales et symétriques, réunies à leurs extrémités par un goujon d'articulation 0.

Remarquons tout d'abord que le système est isostatique en ce qui concerne la charge permanente, ou toute surcharge distribuée symétriquement, car la dénivellation en 0 est la même pour les deux poutres, et la réaction mutuelle des deux poutres-consoles est évidemment nulle.

Soit + R la réaction de la poutre de droite sur la poutre de gauche, inconnue hyperstatique dans le cas d'une surcharge quelconque. Une charge unité placée quelque part sur la poutre console $G_1 G_2 0$, définie par son abscisse α, produit en 0 un déplacement vertical v_α.

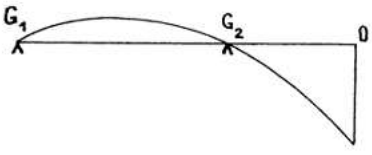
Soit v_0 le déplacement produit en 0, à l'extrémité de la même poutre, par une charge unité qui s'y trouverait ; la réaction + R exercée par la poutre de droite sur la poutre de gauche en 0 produit un déplacement $+ R v_0$, de sorte que le déplacement total correspondant, dû à la charge unité placée en α est $v_\alpha + R v_0$.

Le déplacement du point 0 de la poutre console de droite est dû à la force − R et a pour expression $- R v_0$.

On a donc, en égalant ces deux déplacements :

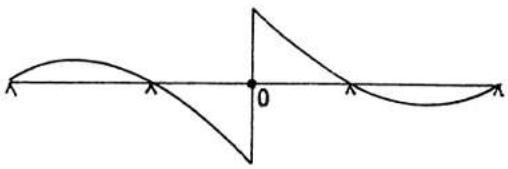
$$- R v_0 = v_\alpha + R v_0 \qquad \text{d'où} \qquad R = \frac{- v_\alpha}{2 v_0}$$

Donc, dans l'intervalle $G_1 G_2 0$, la ligne d'influence de R est, au facteur constant près $\frac{-1}{2 v_0}$, la ligne d'influence de v_α. Or, d'après le théorème de Maxwell, celle-ci n'est autre que la ligne représentative de la fibre moyenne de la poutre $G_1 G_2 0$, construite dans le cas où une charge unité est appliquée en 0, et représentée ci-contre.



(1) On doit considérer, en particulier, des coefficients de majoration dynamique distincts pour les travées indépendantes et les consoles, en prenant pour chacune de ces poutres les quantités $\frac{P}{S}$ et L qui s'y rapportent. Pour le calcul d'une console, en ce qui concerne P et S on doit tenir compte de la part qui peut provenir d'une travée indépendante trouvant appui à son extrémité.

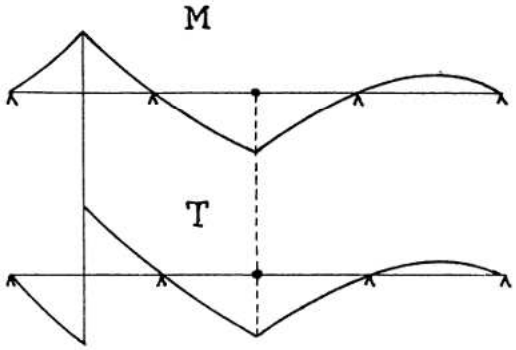
Ligne d'influence de R



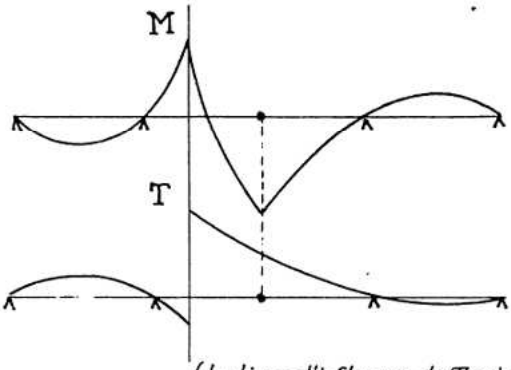
Comme v_0 est négatif, $-\frac{1}{2v_0}$ est positif, et à gauche du point 0, la ligne d'influence de R est de même signe que celle de v_x. Il est bien évident, par raison de symétrie, que, en ce qui concerne la partie de droite, la ligne d'influence de R est symétrique de celle-ci par rapport au point 0.

A titre d'indication, nous avons représenté les lignes d'influence des moments fléchissants et des efforts tranchants dans des sections prises en différentes régions de la poutre, supposée ici à âme pleine.

dans la travée de rive



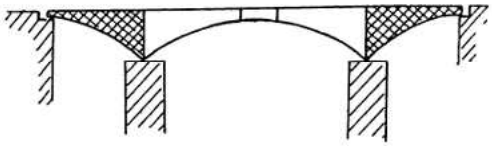
dans la travée centrale



(La ligne d'influence de T est la même que s'il n'y avait pas d'articulation).

Dispositifs d'ordre pratique.

Lorsque dans un cantilever, les circonstances locales obligent à diviser l'ouvrage en travées de portées très différentes, il peut être opportun de lester, par un remplissage en béton ou en fonte de la carcasse du tablier, une petite travée contigüe à une grande, afin d'améliorer les conditions de stabilité de celle-ci, en augmentant les moments d'appui sur la pile commune.



C'est, en particulier, ce qui a été fait au viaduc de Sassy, dont les travées de rive, formant culasses, ont été lestées; on a évité en même temps l'ancrage dans les maçonneries des culées. Au pont Corneille, à Rouen, au contraire, les extrémités des culasses sont munies de grilles reliées aux maçonneries des culées.

Déformation des poutres discontinues.

Poutres à âme pleine.

On tracera le polygône funiculaire des forces verticales fictives $M d\xi$ ou $\frac{M d\xi}{EI}$, comme on l'a indiqué à propos de la travée indépendante. La ligne de fermeture pour l'ensemble de la poutre est une ligne brisée, coupant le polygône funiculaire sur les verticales des appuis, et ayant ses sommets sur les verticales des articulations. Les angles mutuels des côtés successifs mesurent les déviations angulaires subies par la fibre moyenne au droit des articulations.

Au droit d'un appui d'encastrement, la ligne de fermeture coïncide avec le côté correspondant du polygône funiculaire.

Poutres triangulées à assemblages rigides.

On appliquera les méthodes propres aux systèmes articulés.

Chapitre III

Appareils d'appui et appareils de jonction dans les ponts à poutres

Les appareils d'appui sont destinés à reporter sur les appuis des poutres les charges qu'elles supportent ; ils reposent sur les culées dans les ponts à travée indépendante, sur les culées et sur les piles intermédiaires dans les ponts à travées solidaires, continues ou discontinues ; de plus, dans ces derniers, des appareils d'appui spéciaux servent à relier entre eux les différents tronçons des poutres : ce sont les appareils de jonction.

Ces appareils peuvent être rangés en deux catégories principales : les appareils d'appui fixes, qui maintiennent immobile la section ou le nœud de la poutre qui repose sur eux, et les appareils d'appui mobiles ou appareils de dilatation qui peuvent se déplacer pour permettre à la poutre de s'allonger ou de se raccourcir librement sous l'influence des variations de la température, et de ses déformations élastiques.

On s'attache toujours, en effet, à diminuer les efforts dûs à ces deux causes, en permettant aux poutres de se dilater librement. Cependant, les appareils de dilatation employés dans ce but ne font pas disparaître complètement les réactions horizontales.

Si l'on n'en tient généralement pas compte dans le calcul des poutres-maîtresses elles-mêmes, il peut être utile de les considérer pour déterminer les supports.

Si l'appareil est une simple plaque de friction le coefficient de frottement de glissement des surfaces en contact peut varier, suivant leur régularité et leur propreté de 0,33 à 0,66.

Dans les chariots de dilatation où un équipage de galets est interposé entre la poutre et le sommier d'appui, la réaction horizontale dûe au frottement de roulement peut être estimée à $\frac{0{,}002\,P}{d}$, d étant le diamètre d'un galet, en mètres, et P la charge transmise.

Conditions mécaniques que doit remplir un appareil d'appui.

Un appareil d'appui simple doit exercer en principe une réaction (force résultante) de direction fixe, située dans la section de la poutre passant par son axe ; il doit en outre permettre la rotation de cette section.

Les dispositions constructives doivent donc être telles qu'il soit assimilable à un appui ponctuel, sans frottement. Ces conditions ne peuvent pas être strictement remplies.

Appareils d'appui dans la travée indépendante

L'une des extrémités de la travée est munie d'un appareil d'appui fixe, et l'autre d'un appareil d'appui mobile.

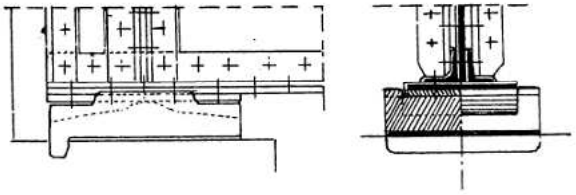
Mais on a l'habitude de supprimer l'appareil d'appui mobile, lorsque la portée est inférieure à 20,00 m, dans les régions tempérées de la France.

Aux termes du Règlement, la variation maximum de longueur, à partir de la position de réglage est, pour une portée de 20,00 m, et en supposant que la dilatation se fait symétriquement à partir du milieu, de $\frac{20}{2} \times 0,0003 = 0,003$ m; on estime que l'élasticité des maçonneries des culées leur permet de se prêter sans dommage à ce déplacement de leur partie supérieure.

On peut remarquer, d'ailleurs, que si le tablier est léger, et soumis directement à l'action du soleil, comme dans les ponts-rails, la résistance dûe au frottement des poutres sur leurs plaques d'appui est faible, et n'impose aux membrures qu'une contrainte supplémentaire peu importante.

Si le tablier est lourd, comme dans un pont-route, ou un pont-rail à voie ballastée, il comporte des organes à l'abri de l'action directe du soleil, de sorte que les poutres sont gênées dans leur dilatation, et qu'un appareil d'appui mobile ne se déplacerait vraisemblablement pas.

Disposition des appareils d'appui fixes pour les poutres dont la portée ne dépasse pas 20,00 m.



L'appareil d'appui comporte une plaque d'acier moulé, encastrée dans le sommier d'appui. Elle porte une sorte de rotule coulée en même temps qu'elle, qui permet la rotation de l'extrémité de la poutre au cours de sa déformation, et qui astreint la réaction à passer par le milieu de la base d'appui.

Des plats sont souvent rivés sous la membrure, de part et d'autre de l'appareil, pour s'opposer au cheminement de la poutre sur son support.

L'ergot dont est munie la plaque et qui pénètre dans la maçonnerie, s'oppose de même au cheminement de l'appareil sur la culée.

Si le sommier est en pierre de taille on intercale entre la plaque et le sommier, une feuille mince de plomb dans le but d'égaliser la charge sur le sommier dont la face supérieure présente toujours des irrégularités ne permettant pas un contact parfait avec le sabot. Il est indiqué de ne pas employer une feuille de plomb de plus de 5 mm. d'épaisseur, qui s'écraserait et s'écoulerait.

Si le sommier est en béton, il est préférable de poser la plaque à bain de mortier frais de ciment.

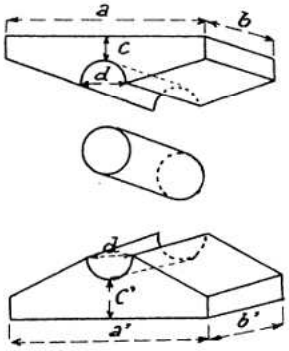
Disposition des appareils d'appui pour les ouvrages de portée supérieure à 20,00 m.

Appareils d'appui fixes.

Ce sont des appareils qui, autrefois, étaient composés de 3 parties: le balancier supérieur, le balancier inférieur, et la rotule comprise entre les 2 balanciers.

Les balanciers sont ordinairement en acier moulé; on leur substitue parfois des dispositifs de même forme générale, composés d'éléments soudés.

Balancier supérieur. Les dimensions a et b du balancier supérieur sont déterminées par la section de la pièce qui transmet la charge à l'appareil d'appui.



Résal indique que l'on détermine l'épaisseur c au droit de la rotule au moyen de la formule

$$c = \sqrt{\frac{P a}{2 R b}}$$

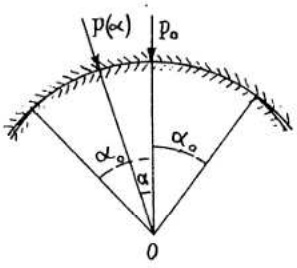
dans laquelle P désigne la réaction maximum de l'appui, et R la contrainte de sécurité de l'acier moulé. Cette formule suppose que la charge P se répartit linéairement entre le milieu du balancier et ses extrémités, l'ordonnée maximum étant égale à $\frac{2P}{a}$.

Cette réaction maximum sera calculée sans tenir compte du coefficient de majoration dynamique relatif aux surcharges, et R sera généralement compris entre 8 et 9 kg/mm², pour obtenir une grande rigidité.

Le balancier supérieur est boulonné sous la membrure inférieure de la poutre-maîtresse; il fait donc corps avec elle, et ne subit pas un travail de flexion important.

On rappelle ici qu'il est indispensable en raison de la concentration des efforts sur une petite région de la membrure inférieure de la poutre, de raidir très fortement celle-ci; on s'est parfois contenté de mettre de plus faibles nervures dans la région centrale qu'au droit des angles du balancier supérieur. C'est insuffisant: il est indispensable qu'une très forte nervure centrale soit placée à l'aplomb de la rotule: son importance est au moins aussi grande que celle des nervures latérales.

Rotule. La rotule est généralement une pièce cylindrique, de diamètre d, de longueur b, en acier laminé ou forgé. Quelquefois, on la réduit à un demi-cylindre reposant sur le balancier inférieur par sa face plane.



Afin d'éviter un grippement et un rodage des surfaces en contact qui, à la longue, pourrait s'opposer à la rotation des sections terminales des poutres, on n'impose généralement qu'une contrainte moyenne assez faible $\frac{P}{b d}$ au métal de la rotule.

On admet souvent que la composante normale de la contrainte qui s'exerce en un point défini par l'angle α, est liée à la contrainte maximum au milieu de l'arc de

contact par la relation $p(\alpha) = p_0 \cos\alpha$ et que l'angle au centre de l'arc de contact $2\alpha_0$ ne peut être supérieur à $\frac{\pi}{2}$.

Dans ces conditions on a au minimum : $p_0 = \frac{1}{0,643} \frac{P}{bd}$

Avec l'acier laminé ou forgé ordinaire, on limitera cette contrainte à une dizaine de kilogs par mm², de sorte que l'on devra avoir $\frac{P}{bd} \leqslant 6,5\ kg/mm^2$.

Dans le cas des grands ouvrages, on a intérêt à constituer la rotule par un acier à haute résistance, parce que le couple d'encastrement dû au frottement, qui s'oppose à la rotation, est proportionnel à son rayon.

Balancier inférieur

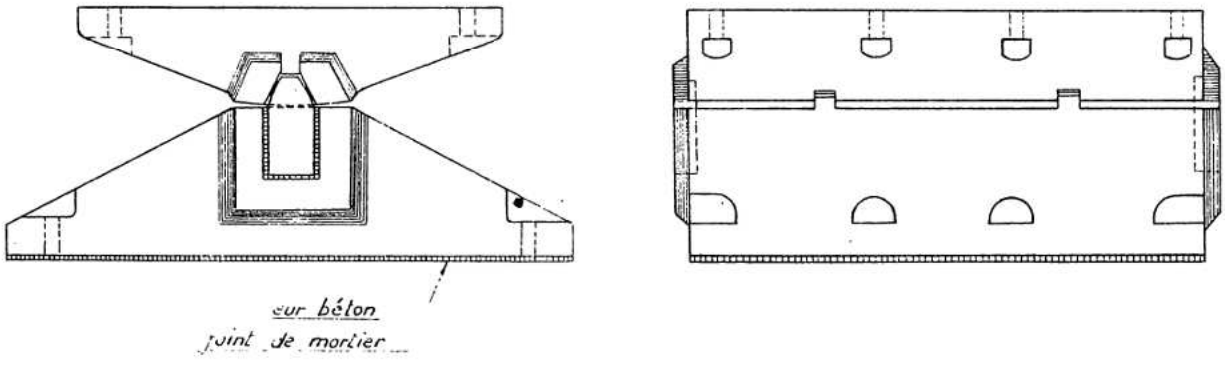
Le balancier inférieur d'un appareil d'appui fixe a des dimensions a' et b' que l'on détermine de manière que la pression moyenne sur le sommier d'appui $\frac{P}{a'b'}$ ne dépasse pas la contrainte maximum de compression que l'on s'est fixée d'après la qualité du matériau qui le constitue ; elle peut varier dans de très larges limites (20 à 80 kg/cm² par exemple).

La dimension c' est déterminée de manière que le balancier inférieur soit très rigide, afin que la pression se répartisse aussi uniformément que possible sur le sommier.

Résal indique la formule $c' = \sqrt{\frac{Pa'}{Rb'}}$ dans laquelle les symboles ont une signification analogue à ceux qui figurent dans la formule permettant de déterminer c.

Dispositions modernes

Aujourd'hui, on remplace souvent la rotule par une surface cylindrique constituant une saillie de l'un des balanciers, venue de moulage avec lui et usinée ensuite.



Le cheminement longitudinal du balancier supérieur sur le balancier inférieur est alors empêché par une dent fixée au balancier inférieur, fixée sur chacune de ses faces, et pénétrant dans une cavité ad hoc de l'autre balancier. De même, les déplacements transversaux du balancier supérieur sont empêchés au moyen d'ergots venus de moulage avec le balancier inférieur, qui pénètrent dans des cavités du balancier supérieur.

La contrainte admissible au contact des balanciers est déterminée par la formule de Hertz (page 69).

Appareils évidés.

Ces formules empiriques qui précèdent se rapportent à des balanciers pleins ; mais ce seraient des appareils lourds et coûteux, pour les ponts de quelque

importance; aussi on les vide généralement en ne conservant pleine que la partie centrale; on la réunit au moyen de flasques à la table du balancier. On ne ménage souvent dans le balancier supérieur que les évidements nécessaires au passage des boulons de fixation du balancier sous la semelle inférieure.

Dans les appareils importants, il est nécessaire de chercher l'ordre de grandeur des efforts produits dans les diverses parties des balanciers, en se basant sur des hypothèses simples de répartition de la charge P.

Appareils d'appui mobiles.

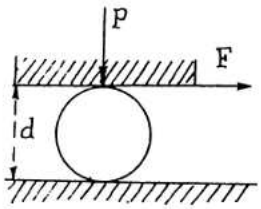
Jusqu'à ces dernières années, les appareils d'appui mobiles comportaient un nombre assez élevé de galets cylindriques, d'assez faible diamètre; on utilise maintenant un seul ou deux galets, de grande hauteur.

Il est en effet impossible d'apprécier dans quelles conditions la charge est répartie entre les galets, dès que leur nombre est supérieur à deux, en raison des déformations élastiques du balancier inférieur.

En outre, l'expérience montre que les appareils d'appui mobiles à galets multiples fonctionnent très rarement d'une manière convenable; parfois même, ils ne fonctionnent pas du tout, et l'appareil se trouve transformé en un sabot de friction.

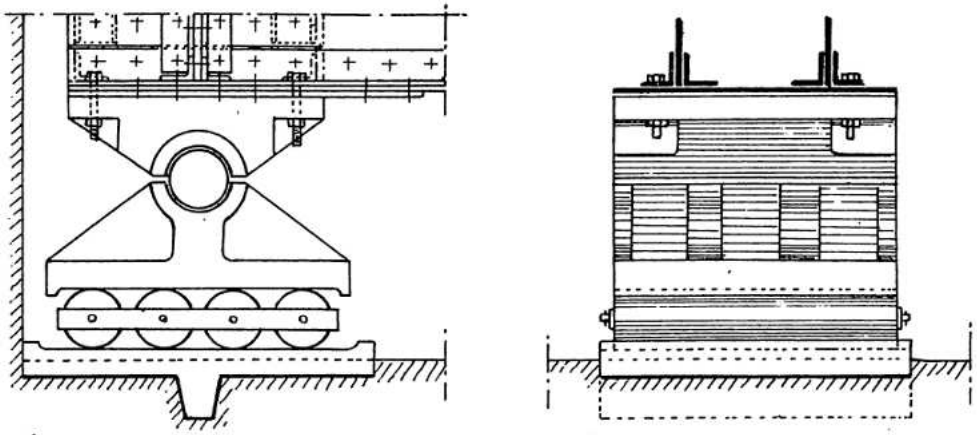
Très fréquemment, cela provient de ce que les trains de galets et leur surface d'appui sont mal entretenus: la rouille et les détritus finissent par s'opposer à tout déplacement. Il faut donc nettoyer les surfaces de roulement et les graisser avec de la graisse consistante ou de la paraffine: c'est un organe mécanique qui doit être entretenu.

Mais la raison majeure du non fonctionnement des galets est le diamètre très insuffisant qu'on leur a trop souvent attribué. On sait, en effet, que, abstraction faite de toute déformation élastique, la force F qu'il est nécessaire d'exercer pour déplacer horizontalement un cylindre de diamètre d, placé entre deux surfaces planes, et chargé d'un poids P, a pour valeur $F = \frac{2fP}{d}$, d étant le diamètre du cylindre (exprimé en mètres), f étant le coefficient de frottement du roulement. Pour une charge donnée P, cette force est d'autant plus élevée que le diamètre du cylindre est plus petit. On a donc tout intérêt à mettre peu de galets de grand diamètre. Dans ces conditions, l'expérience le montre, les galets fonctionnent parfaitement, si l'entretien est fait correctement.

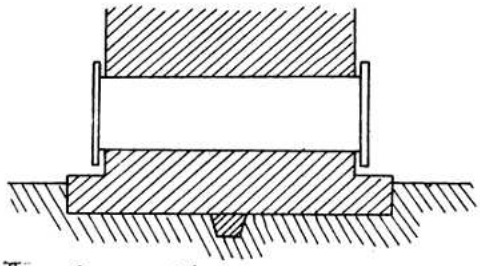


Cas où l'on utilise plusieurs galets.

L'appareil d'appui mobile est, dans ce cas, semblable à l'appareil d'appui fixe. Mais les dimensions a' et b' du balancier inférieur dépendent de la surface nécessaire pour loger l'équipage de galets, et du déplacement longitudinal que pourra subir l'appareil, en raison des changements de température et des déformations élastiques de l'ossature métallique.

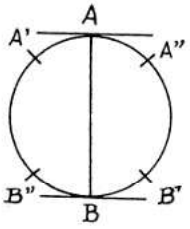


Ces galets sont des cylindres droits, généralement circulaires, quelques uns étant terminés à leurs extrémités par des collerettes faisant une légère saillie sur les faces verticales du balancier et de la plaque de roulement, interposée entre eux et le sommier d'appui.



En raison de l'inégale répartition des charges sur les galets, provenant de la déformation élastique du balancier, dont la face inférieure se transforme en une surface concave vers le haut, on admet que la contrainte moyenne admissible ne doit pas dépasser 0,6 kg/mm² de la surface diamétrale des galets lorsqu'ils sont en acier doux laminé ou forgé ordinaire.

On remarquera que, au cours des déplacements, le contact des galets avec le balancier ne se produit que sur un arc assez limité de leur périphérie, à partir de leur position moyenne AB. Si A', A" et B', B" sont les positions limites de A et B et L la portée de l'ouvrage,



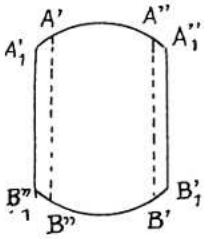
on a : $A'A'' = B'B'' = 2 \times 0{,}0003 \times L = 0{,}0006\,L$

Pour que la surface du galet fût entièrement utilisée, il faudrait que :

$$A'A'' = \frac{\pi d}{2} \quad \text{d'où} : \quad 0{,}0012\,L = \pi d \quad \text{ou} \quad L = 2618\,d,$$

ce qui conduit à des diamètres beaucoup plus faibles que ceux qui sont utilisés.

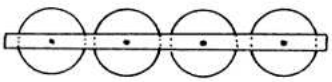
Aussi, on chanfreine les galets ; on peut ainsi les rapprocher les uns des autres, et par conséquent, réduire la surface horizontale occupée par l'équipage ; on peut en même temps augmenter le diamètre des galets, et par conséquent, en réduire le nombre. On se réserve naturellement, une certaine marge de sécurité, en remplaçant les plans A'B" et A"B' par les plans parallèles $A'_1 B''_1$ et $A''_1 B'_1$, plus éloignés de l'axe du cylindre.



Cette disposition est particulièrement avantageuse, lorsque la surface d'appui est relativement réduite ; c'est le cas notamment lorsque l'appui est constitué par une colonne.

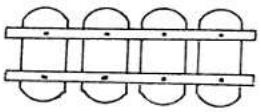
Mais si on l'adoptait sans précautions particulières, elle ne serait pas sans présenter quelques inconvénients.

En effet, si le chemin de roulement présente des irrégularités dues à un dressage imparfait de sa surface ou à la présence de matières étrangères, ou encore si les galets n'ont pas tous rigoureusement le même diamètre, il se peut qu'un ou plusieurs d'entre eux, soulagés par les galets voisins, ne soient plus chargés. Ils peuvent alors tourner librement, ce qui se produira en particulier sous l'influence des vibrations dues au passage des surcharges.

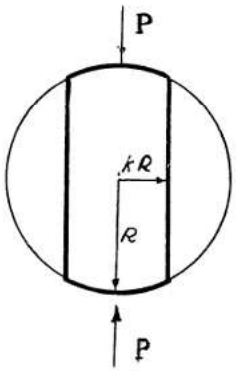


Pour éviter que la distance mutuelle des galets varie, on les réunit, lorsqu'ils sont circulaires, au moyen d'une bielle centrée, à chacune de leurs extrémités.

Mais si les galets sont chanfreinés, les rotations successives pourraient amener les points de contact extrêmes de certains d'entre eux (A' ou A") en dehors de la zone $A'_1 A''_1$; ils tomberaient et pourraient provoquer le blocage de l'appareil. On remédie à cet inconvénient en les reliant à chacune de leurs extrémités au moyen de deux bielles excentrées constituées par des fers plats.



Un galet chanfreiné de rayon R supportant la charge P suivant son axe vertical, par unité de longueur de génératrice peut être déterminé comme suit, kR étant sa demi-largeur (1).



Il subit dans son plan vertical médian une contrainte de traction constante et sensiblement égale à $\frac{Pk^2}{\pi R}$.

Dans le plan horizontal passant par le centre s'exerce une contrainte de compression.

Si $k \leqslant 0{,}4$, cette contrainte est à peu près uniforme et a sensiblement pour valeur $\frac{P}{2kR}$

Si $k \geqslant 0{,}4$ elle vaut sensiblement au centre où elle est maximum :

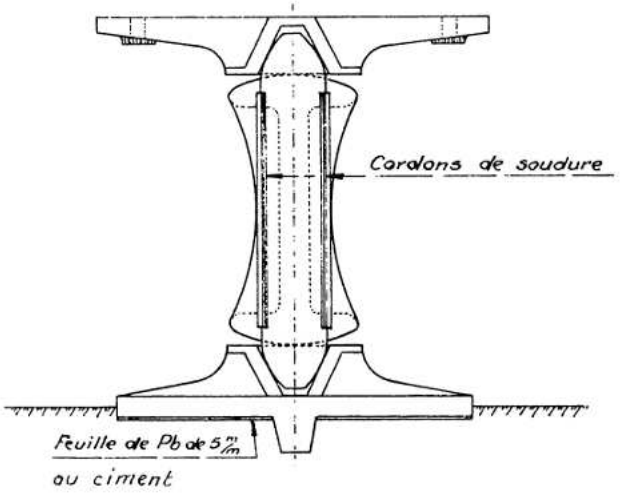
$$\left(0{,}2 + 0{,}4\,k + \frac{0{,}354}{k}\right)\frac{P}{R}$$

En fait, elle croît en se rapprochant des surfaces de roulement, sur lesquelles elle est théoriquement infinie ; pratiquement, elle est bornée par la limite d'élasticité, en raison des déformations plastiques.

Plaque de roulement. Elle est ordinairement en acier moulé.

Son épaisseur doit être suffisante pour que, tout en supportant une contrainte modérée, elle puisse répartir uniformément les charges sur la maçonnerie sous-jacente dans la position moyenne des galets ; c'est une condition qui n'est généralement pas observée. Il faut également que cette pression puisse être supportée sans dommage par la maçonnerie constituant le sommier.

Cas où l'on utilise un seul galet.



Dans ce cas, il est inutile de prévoir une rotule, et il est possible de calculer correctement le balancier supérieur, le balancier inférieur et le galet.

La figure ci-contre indique comment l'appareil peut être réalisé ; les trois parties sont alors en acier moulé.

Sur chaque face du galet est rapportée (ici par soudure), une plaque d'acier terminée à ses deux extrémités par une dent d'engrenage dont le profil est constitué par des arcs de développante de cercle ; cette dent s'engage dans un creux du balancier correspondant venu de moulage (2). Le galet est ainsi guidé cinématiquement au cours de ses déplacements ; sa rotation est donc commandée, et sa position relative par

(1) " La Photoélasticité " Girard chez Dunod.

(2) On peut aussi sonder des dents sur les balanciers, et fraiser des creux ad hoc dans le galet ; ou bien rapporter des dents vissées dans le galet, et fraiser des creux ad hoc dans les balanciers.

rapport au tablier reste invariable.

Le balancier supérieur, peu fléchi, sera calculé par la formule de Résal. Le balancier inférieur doit avoir une épaisseur suffisante pour assurer une répartition uniforme des pressions sur la maçonnerie : à partir de cette hypothèse, on trouve, avec les notations précédentes, que pour la position moyenne $c' = \sqrt{\frac{3Pa'}{4Rb'}}$

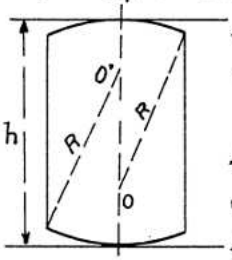
Le diamètre du galet sera déterminé au moyen de la formule de Hertz.

Soit P, la charge supportée par le galet, E le coefficient d'élasticité du métal, b la longueur du galet, r son rayon.

La contrainte locale au contact du galet et de chacun des balanciers a pour expression : $p = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{PE}{\pi br}} = 0,418\sqrt{\frac{PE}{br}}$

Avec l'acier Ac 42, on prendra $p \leq 55$ kg/mm² sans vent de 60 kg/mm² avec vent.
Ac 54, on prendra $p \leq 70$ kg/mm² sans vent et 75 kg/mm² avec vent. (1)

Nota : On est parfois ainsi conduit à prévoir un galet dont le diamètre peut paraître excessif. On diminue alors sa hauteur en employant des surfaces de roulement faisant partie de deux cylindres circulaires de même diamètre, supérieur à la hauteur du galet.



Cette disposition, qui a l'avantage de permettre d'attribuer au galet des surfaces de roulement de plus grand rayon, pour une hauteur donnée, et par conséquent de supporter des réactions d'appui plus importantes, présente deux inconvénients.

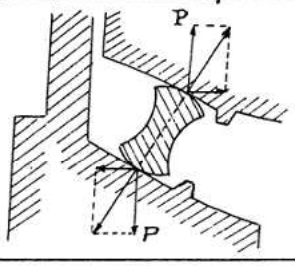
a) Au cours de ses déplacements, le galet impose de légères dénivellations à l'extrémité correspondante de l'ouvrage ; sauf circonstances exceptionnelles, elles sont généralement de peu d'importance. Si v est le déplacement de l'about de la poutre, la dénivellation a pour valeur $(2R - b)\frac{v^2}{b^2}$.

b) dans les positions différentes de la position de réglage, les points de contact du galet et des balanciers ne sont plus situés sur une même verticale ; il en résulte que la réaction d'appui est oblique. S'il est sans intérêt de tenir compte de l'action de sa composante horizontale sur la stabilité de la membrure de l'ouvrage sur laquelle est fixé le balancier supérieur, il peut ne pas en être de même pour la stabilité de la culée : si celle-ci est étroite et haute, il peut en résulter des contraintes non négligeable dûes à la flexion. Une pile d'un pont à travées solidaires est encore plus vulnérable.

Si b est la hauteur du galet, $\Delta\tau$ la variation de portée dûe à la variation de température, on a pour valeur de la composante horizontale de la réaction d'appui :

$$\frac{2fP}{b} + \frac{(2R-b)\Delta\tau}{b^2}P$$

Galet unique sur plan oblique.



M. Caquot a eu l'idée, pour les ponts en béton armé, de réaliser (en béton armé et fretté) un rouleau mobile sur un plan oblique, dans le but d'éloigner du parement extérieur des culées le point de passage, sur le plan de la fondation, de la résultante des forces agissant sur la culée, qui provient des réactions

(1) En ce qui concerne les ponts-routes, pour lesquels le cas du vent n'est ordinairement pas le plus défavorable, on peut adopter les contraintes de 60 kg/mm² et de 75 kg/mm² pour le cas des surcharges sans coefficient de majoration dynamique.

dûes au poids du pont, aux surcharges, au poids des maçonneries, et à la poussée des terres.

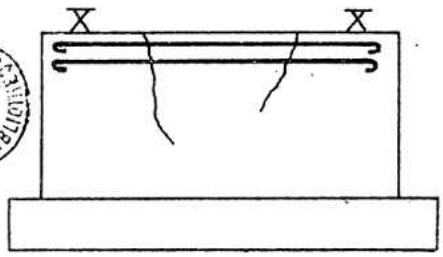
Cette disposition peut être réalisée très aisément avec un rouleau en acier forgé ou moulé. Elle permet, dans certains cas, d'améliorer la situation des culées fatiguées, en substituant une réaction oblique à la réaction verticale des appareils à plaque de roulement horizontale.

On remarquera qu'elle diminue également légèrement la traction de la membrure tendue reposant sur l'appareil d'appui ; M. Caquot a utilisé cette propriété dans le calcul de bow-strings en béton armé.

Tout se passe d'ailleurs, comme si la portée réelle était réduite, dans une proportion variable avec la section de la poutre soumise au calcul en ce qui concerne les moments fléchissants.

Disposition des appareils d'appui par rapport aux culées.

Les appareils d'appui ne doivent pas être placés trop près des parements des culées, de manière à ne pas écraser leurs maçonneries ; il est bon de réserver un espace de 0,30m au moins entre le nu du mur de culée, et le bord de la plaque d'appui de l'appareil qui en est le plus voisin.



ÉCOLE ... BIBLIOTHÈQUE

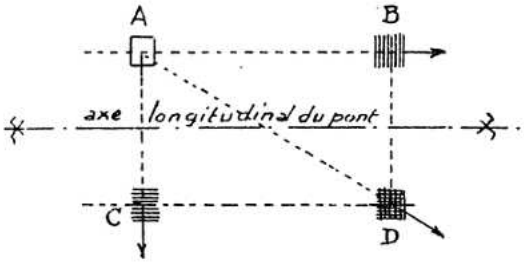
On remarque parfois des fissures verticales à la partie supérieure des culées, entre les appareils ; ce fait est dû à ce que les fondations tassent plus fortement à l'aplomb des appareils d'appui que dans la région centrale ; il se produit notamment dans les ponts larges, lorsque la hauteur totale de la culée est relativement peu importante.

On y remédie en munissant la partie supérieure de la culée d'armatures horizontales, qui résistent aux efforts de traction provenant de la flexion correspondante.

Appareils de dilatation transversale.

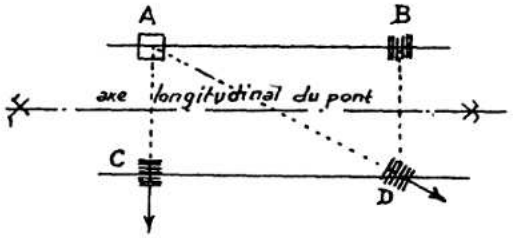
En général, on ne se préoccupe guère, dans les ouvrages, que de la dilatation dans le sens longitudinal, parce que les dimensions transversales des ponts sont souvent faibles vis-à-vis de leur longueur. Mais, il peut arriver que ces dimensions soient très importantes, et il convient alors de tenir compte de la dilatation dans le sens transversal.

L'idée la plus simple, et qui a été appliquée souvent, consiste à prévoir, pour un pont, un appareil d'appui fixe A, un appareil d'appui mobile ordinaire B, à l'extrémité de la même poutre ; puis un appareil identique à celui-ci, mais disposé perpendiculairement en C, sur la culée où repose A, et enfin, un 4ème appareil mobile en D, composé de 2 trains de galets rectangulaires superposés, le train inférieur permettant les déplacements longitudinaux, et le train supérieur permettant les déplacements transversaux,

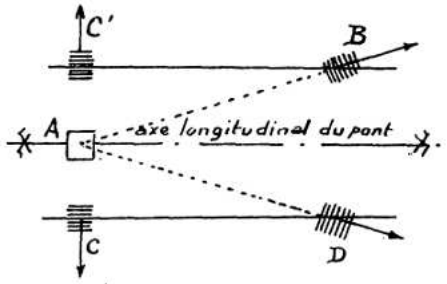


si ces derniers sont les plus faibles. Une plaque de roulement est interposée entre les deux trains de galets.

Un des inconvénients de ces derniers appareils est leur complication et leur grande hauteur. On peut simplifier cette disposition en remarquant que, sous l'action des variations de la température, le déplacement de l'appareil D s'effectue suivant la direction AD. Il suffira donc d'avoir un appareil mobile identique aux appareils B et C, dont les galets seront disposés perpendiculairement à AD.



Ce dispositif présente l'inconvénient, peu grave, il est vrai, que les galets offrent quelque résistance, en raison de leur obliquité, au déplacement du chariot D



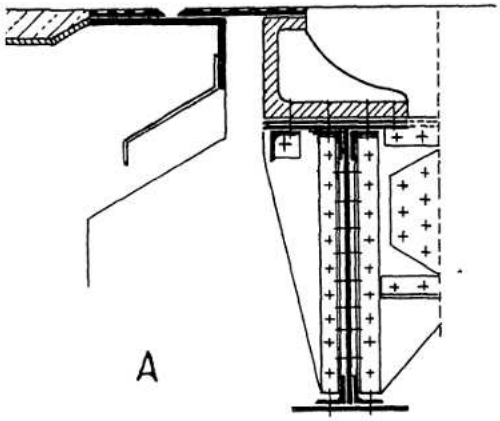
On peut y remédier, dans une certaine mesure, en plaçant l'appui fixe A non plus sous l'extrémité d'une poutre-maîtresse, mais sous la pièce de pont réunissant les abouts des 2 poutres-maîtresses ; l'obliquité des galets est moitié moindre que dans le type précédent, mais le système comporte 4 appuis mobiles, et un appui fixe, ce qui augmente de une unité le nombre des appareils.

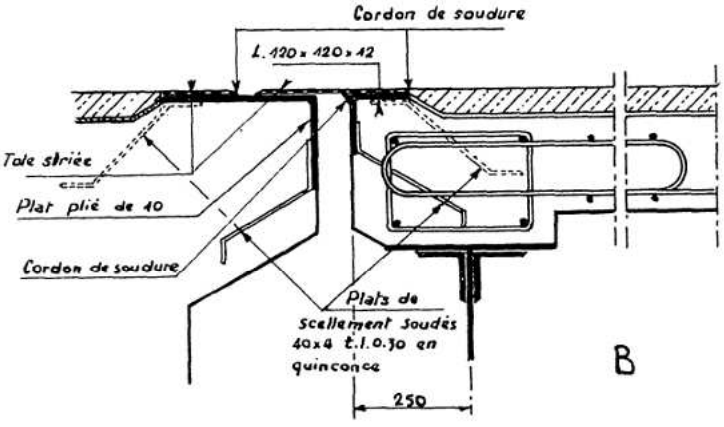
Dispositions permettant d'assurer la continuité de la chaussée et des trottoirs aux extrémités d'un pont.

Lorsque l'extrémité d'un pont est munie d'appareils mobiles, des dispositions spéciales doivent être prises pour que la chaussée d'un pont-route ou les voies d'un pont-rail ne se disloquent pas, et permettent d'assurer la continuité des passages ; un joint est indispensable.

La continuité des rails est assurée par les dispositifs étudiés dans le Cours de Chemins de fer.

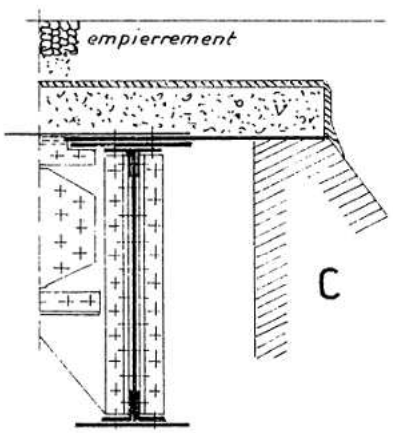
Dans le cas d'un pont-route, les matériaux de la chaussée sont contenus sur la culée au moyen d'un mur garde-grève. Si la couverture est métallique, ils sont contenus sur l'ouvrage, au moyen d'un appareil en acier moulé, fortement boulonné sur la pièce de pont d'extrémité (A). Si la couverture est en béton armé, ils sont maintenus par un épanouissement de la dalle (B). Dans les deux cas, la continuité de la chaussée est assurée par une tôle striée glissant sur une tôle lisse fixée à la partie supérieure du mur garde-grève.

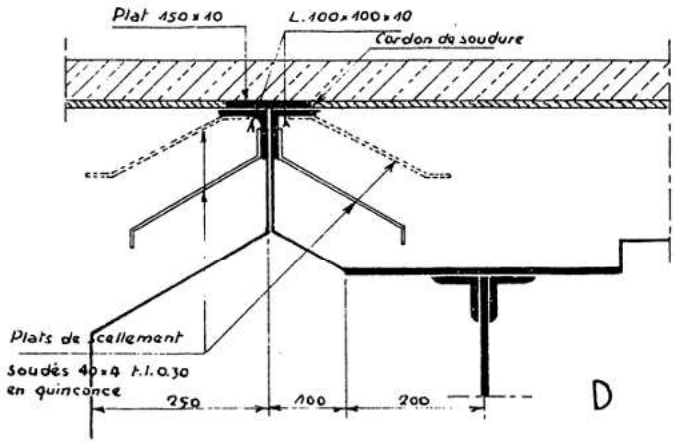




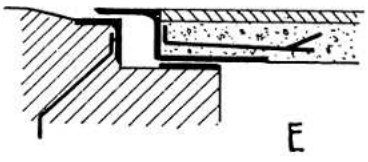
Le vide laissé entre le mur garde-grève, à sa partie supérieure et l'extrémité de l'ouvrage est réglé d'après la longueur du pont : il doit rester un jeu de l'ordre de quelques millimètres entre les parties les plus voisines à la température maximum prévue ; la longueur de la tôle striée est déterminée d'après la température minimum.

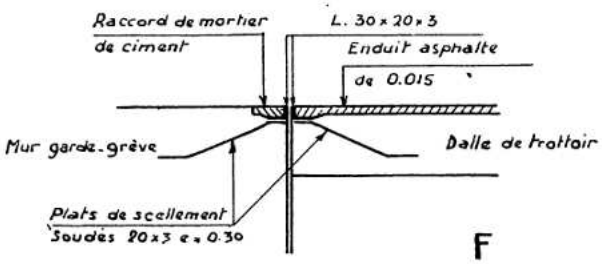
Du côté de l'appareil d'appui fixe, les dispositions, beaucoup plus simples, sont représentées ci-contre, en (C) avec couverture métallique et empierrement, en D avec couverture en béton armé et chaussée en asphalte.





Les dispositions relatives aux trottoirs E (côté mobile) et F (côté fixe) sont beaucoup plus simples.

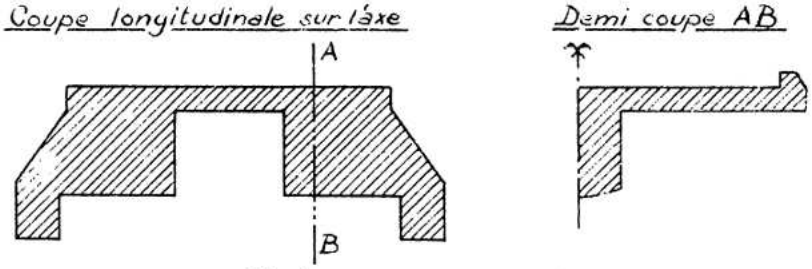




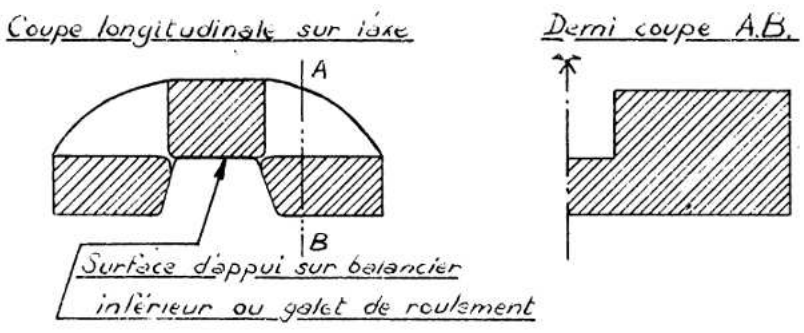
Il ne faut jamais oublier, dans l'établissement des dispositifs correspondants, qu'il est nécessaire d'"aérer" les extrémités du tablier pour permettre la visite, la conservation et l'entretien.

Ponts biais

Balancier supérieur



Balancier intermédiaire



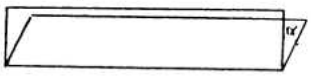
Dans les ponts biais où les sections terminales des poutres doivent tourner autour d'un axe perpendiculaire à leur plan et d'un axe longitudinal, et pour éviter des efforts secondaires de flexion dans les entretoises ou les pièces de pont, on utilise, si le biais est accentué, des articulations sphériques, ou des dispositifs réalisant des articulations à la Cardan. Dans ce dernier cas, un appareil d'appui comporte 3 balanciers : le balancier supérieur, fixé à la membrure inférieure des poutres-maîtresses, qui repose sur un balancier intermédiaire suivant la génératrice d'une surface cylindrique parallèle à l'axe longitudinal de l'ouvrage ; ce balan-

cier prend lui-même appui soit sur le balancier inférieur soit sur le galet de roulement suivant une génératrice de la surface cylindrique de ce balancier ou de ce galet.

Emploi du caoutchouc. Il remplace parfois les appareils d'appui et de dilatation dans les petits ouvrages, et son emploi est commode dans les ponts biais.

On utilise à cet effet des plaques de mélanges spéciaux, qui peuvent supporter des charges de l'ordre de 100 kg/cm²; leur qualité permet de leur faire subir une compression réduisant leur hauteur de 50 %, sans déformation permanente de durée supérieure à quelques minutes après déchargement

Dans le sens longitudinal, on peut admettre un angle de distorsion $\alpha = 30°$: avec un bloc de 0,06 m. d'épaisseur on pourrait ainsi réaliser un déplacement horizontal de 3 centimètres environ.



A titre d'indication un bloc de 0,06 m d'épaisseur, supportant une charge de 37 kg/cm² subirait une déformation verticale de 0,01 m.

Il est nécessaire de se renseigner auprès des spécialistes avant d'arrêter les dispositions définitives d'emploi de ces plaques, que l'on placera toujours entre 2 plaques d'acier [1].

Appareils d'appui dans les ponts à travées solidaires

Poutres continues

Les appareils d'appui sont ordinairement du type de ceux qui ont été étudiés pour la travée indépendante.

Une poutre à travées solidaires continue, pour être soustraite aux effets produits par les variations de la température, ne doit comporter qu'un seul appui fixe. Celui-ci est ordinairement placé sur la pile centrale, ou l'une des piles encadrant la travée centrale de manière que la course des appareils d'appui mobiles soit aussi faible que possible.

Cette disposition présente en outre un autre avantage : la résistance due au frottement de roulement des galets dans les appareils d'appui mobiles, s'oppose aux mouvements de ces appareils; les résistances relatives à tous les appareils qui se trouvent d'un même côté de l'appareil fixe s'ajoutent, et celui-ci transmet la réaction longitudinale qui en résulte à la pile sur laquelle il est posé.

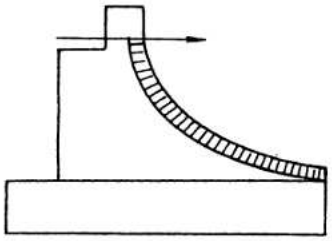
Si l'appareil d'appui fixe est situé au milieu de la longueur de l'ouvrage, les réactions provenant des deux moitiés du pont situées de part et d'autre s'équilibrent.

En général, les appuis d'un pont à travées solidaires continues sont tous situés dans un même plan, horizontal si le tablier est en palier, oblique si le tablier est en pente.

Si la pente est très forte, l'appareil d'appui fixe doit naturellement être placé au point le plus bas; le tablier exerce sur la culée correspondante, tant sous l'action des charges que de la température, une poussée qui peut parfois être assez importante pour qu'il soit nécessaire de contrebuter la culée par une voûte renversée.

On remarquera que les accroissements de longueur de la poutre dus à l'action de la température ne pourront se produire sans que la pesanteur

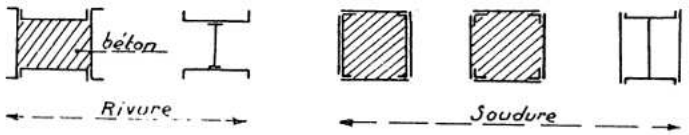
(1) Voir sur l'emploi du caoutchouc. Annales des Ponts et Chaussées "Étude sur les vieux tabliers en fer" par M. Pallette. fas. IX. 1936.



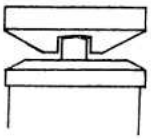
y fasse obstacle que si le centre de gravité du tablier se déplace dans un plan horizontal. Il faut donc que les plaques de roulement des galets soient horizontales, et que la face supérieure de chaque balancier supérieur soit inclinée suivant la pente des poutres-maîtresses.

Si le pont a un profil longitudinal en chevron, l'appui fixe doit être placé au sommet de la ligne brisée, de manière à diviser l'ouvrage en deux parties rectilignes, reposant chacune sur des appuis en ligne droite.

On utilise aussi parfois, dans les ponts à travées solidaires, comme appareils d'appui intermédiaires des appuis dits "pendulaires", ou "piles pendules"; ce sont des bielles à tête sphérique de grande longueur, qui remplacent les piles intermédiaires sur tout ou partie de leur hauteur. Leur section transversale est ordinairement carrée ou rectangulaire; voici quelques exemples de réalisation, en rivure et en soudure.



Au point de vue de l'aspect, il est souhaitable de donner aux balanciers dans lesquels s'engage le tenon cylindrique terminé par une portée sphérique, une forme trapue, permettant une meilleure liaison apparente entre la bielle et le dessous des poutres-maîtresses.



Pour éviter les accidents dûs à des chocs, lorsque les piles intermédiaires se trouvent sur un refuge de chaussée, il est nécessaire que le tenon pénètre assez profondément dans le balancier, et que celui-ci ait des dimensions suffisantes pour qu'il soit solidement fixé sur les poutres, soit par boulons, soit par soudure. Il est également recommandable de remplir les piles-pendules de béton.

On a parfois dissimulé le joint par une plaque de caoutchouc.

Poutres discontinues

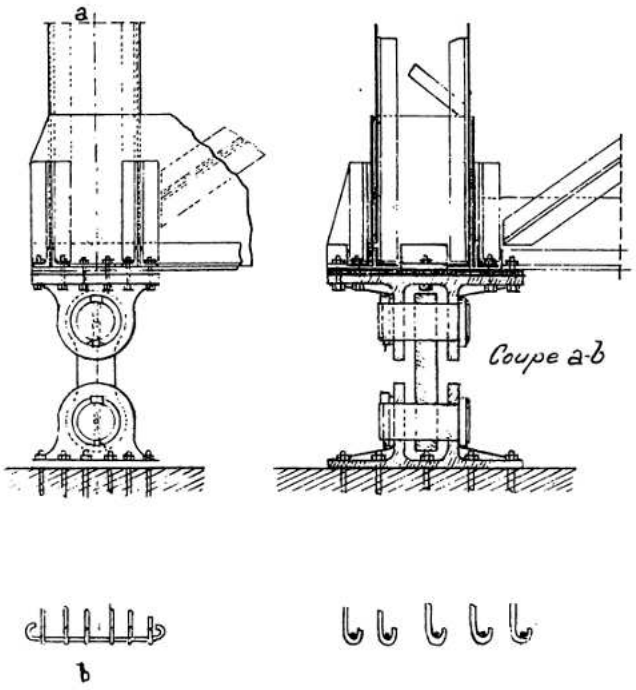
Appareils d'appui

Les appuis peuvent être simples ou doubles.

Appuis simples.

Pour un appui simple, deux cas doivent être envisagés, suivant que la réaction est toujours de même sens, ou qu'elle peut changer de sens.

Si la réaction de l'appui ne peut pas changer de sens, on emploiera les appareils fixes ou mobiles, du type étudié pour la travée indépendante.



Si la réaction de l'appui est susceptible de changer de sens, il faut empêcher la poutre de se soulever au-dessus de son appui, afin de maintenir la continuité de la chaussée ou des rails et de conserver à l'ouvrage sa même définition mécanique.

Les appuis correspondants sont d'ailleurs, très généralement, des appuis mobiles. On peut alors empêcher le soulèvement tout en permettant la dilatation en utilisant un dispositif tel que celui qui est représenté ci-contre: deux balanciers en acier moulé fixés, l'un sous la membrure inférieure de la poutre, l'autre sur la maçonnerie formant appui, sont traversés par des goujons identiques en acier forgé, reliés par une bielle en acier forgé, ou en acier moulé.

Le balancier supérieur est relié à la membrure par des boulons. Le balancier inférieur est relié à l'appui par l'intermédiaire de barres d'ancrage verticales.

Leur nombre doit être suffisant pour que, étant donné leur diamètre et leur longueur, elles offrent une résistance à l'adhérence suffisante pour équilibrer l'effort de soulèvement.

De plus, il faut que le volume des maçonneries susceptibles d'être entraînées par l'ensemble de ces barres, ait un poids supérieur à l'effort de soulèvement; on prend, à cet égard, un coefficient de sécurité au moins égal à 2.

La bielle doit avoir une section suffisante pour supporter l'effort de traction maximum correspondant à l'effort de soulèvement, et pour ne pas flamber sous l'effort de compression maximum qu'elle peut être appelée à subir.

La pression sur la surface de contact du goujon et de l'œil pratiqué dans la barre ne doit pas être trop considérable; on peut déterminer le diamètre $\underline{d}$ du goujon en conséquence, d'après les règles suivantes:



Si $\underline{a}$ est la largeur de la bielle, et $\underline{e}$ son épaisseur, on doit avoir:

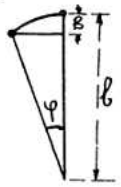
$$a \leq d \quad \text{et} \quad d > 2\sqrt[3]{a e^2}$$

Le diamètre D de la tête de la bielle est tel que:

$$D = d + \frac{3}{4}(a + d)$$

Les flasques des balanciers sont déterminées d'une manière analogue. La longueur de la bielle doit être d'autant plus importante que la

portée de la travée correspondante est plus grande. Il ne faut pas, en effet, que les variations de température aient pour conséquence d'entraîner une dénivellation trop importante entre la partie fixe des culées et la partie mobile du pont. Soit $\underline{b}$ la longueur de la bielle, $\underline{l}$ la longueur dilatable correspondante de l'ouvrage. Supposons que la bielle est dans sa position verticale à la température moyenne. Sous l'influence d'une variation de température, elle s'incline d'un angle φ, l'arc décrit par son extrémité étant approximativement égal à αl (α coefficient d'allongement proportionnel). La dénivellation $\underline{b}$ correspondante a pour valeur $b = b - b\cos\varphi \# \frac{b\varphi^2}{2}$.



Or $\alpha l = b \times \varphi$; d'où $b = \frac{\alpha^2 l^2}{2b}$, sensiblement.

Soit $l = 100{,}00\,m$, $\alpha = 0{,}0003$; pour que la dénivellation soit de l'ordre de 1 mm., il faudrait que $b = \frac{\alpha^2 l^2}{2b} = \frac{9 \times 10^{-8} \times 10^4}{2 \times 10^{-3}} = 0{,}45\,m$

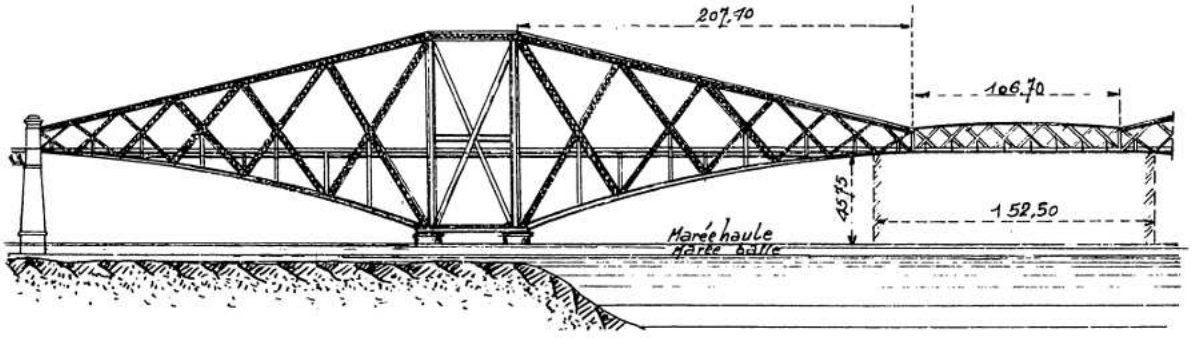
Ceci montre qu'il n'y a que pour les très grands ouvrages qu'il y a lieu de se préoccuper de cette condition, car les nécessités de la construction obligent souvent à prévoir une distance supérieure à celle qui est indiquée ici, entre les axes des têtes de la bielle.

Cet appareil pourrait facilement être transformé en appareil d'appui fixe s'opposant au soulèvement : il suffirait de supprimer la bielle et l'un des goujons en faisant traverser à la fois le balancier supérieur et le balancier inférieur par le goujon conservé : c'est alors une articulation cylindrique. (1)

Appuis doubles.

On réalise parfois dans les cantilevers un appui d'encastrement, ou appui double : il suffit d'employer pour chaque appui, 2 appareils au lieu d'un, la distance de ces deux appareils relatifs à une même pontre formant sa base d'encastrement. Un exemple remarquable est fourni par les piles du pont de Forth, dont les pieds sont écartés d'axe en axe, de plus de 41,00 m pour les piles latérales, et de plus de 79,00 m pour la pile centrale

Lorsque la base d'encastrement est aussi importante, il faut que l'un des deux pieds soit muni d'un appareil de dilatation.



On peut d'ailleurs souvent, et c'est un des avantages principaux de la pontre discontinue, reporter les dispositifs de dilatation sur les articulations de jonction, et les supprimer sur les piles les encadrant. On peut ainsi ré-

(1) Dans le cas d'appareils avec balanciers et rotules, on réunit parfois les balanciers par des tiges filetées munies d'écrous avec interposition de rondelles Belleville.

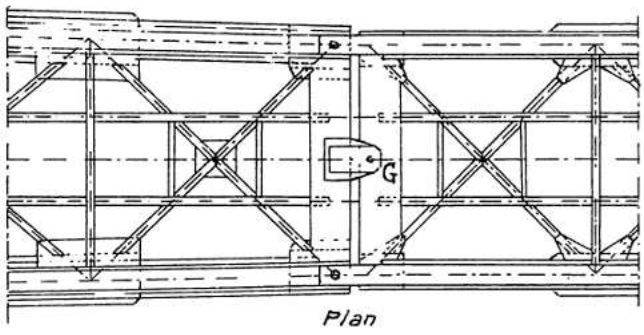
duire de beaucoup l'importance des piles, qui n'ont plus que des appareils d'appui fixe à supporter.

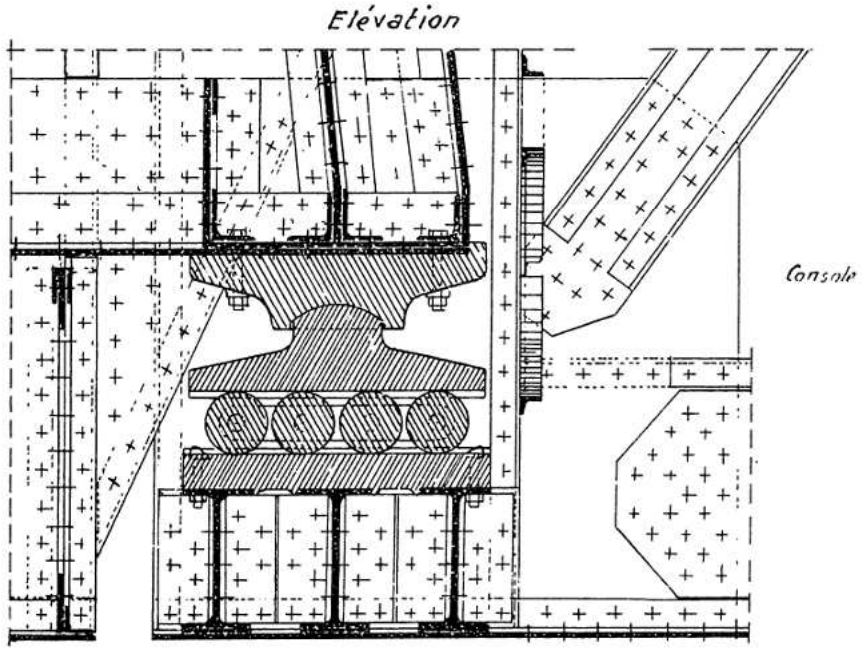
Appareils de jonction.

Deux cas sont à envisager, suivant que le sens des réactions mutuelles des deux tronçons successifs est invariable ou qu'il ne l'est pas.

Cas où le sens de la réaction mutuelle de deux tronçons est invariable.

On peut alors employer un appareil à balancier, fixe, ou sur équipage de galets, suivant qu'il s'agit d'une jonction invariable ou d'une jonction devant permettre la dilatation.





La figure ci-contre représente, en plan et en élévation, la jonction d'une console et d'une travée indépendante, au pont-rail de Cernavoda sur le Danube.

Afin de reporter à l'extrémité de la console les efforts horizontaux dûs au vent s'exerçant sur la travée indépendante, on a disposé, au milieu de la pièce de pont d'extrémité de la console un goujon vertical G, qui peut glisser dans la rainure longitudinale d'une mâchoire fixée à la pièce de pont d'extrémité de la travée indépendante.

A l'extrémité de l'autre console est fixé un goujon vertical, qui traverse en un point invariable une mâchoire fixée à l'autre pièce de pont d'extrémité de la travée indépendante, ces goujons forment articulations pour les efforts horizontaux, et transmettent par cisaillement les efforts tranchants aux extrémités des consoles.(1)

(1 Lorsque l'âme de la poutre de contreventement longitudinal est formée par la dalle de couverture en béton armé, et non par une triangulation, la transmission des efforts tranchants peut être faite par des consoles métalliques scellées sur les abouts des dalles au droit des coupures.

On peut également réaliser l'articulation de la jonction à la fois dans le sens horizontal et dans le sens vertical, au moyen d'une articulation sphérique.

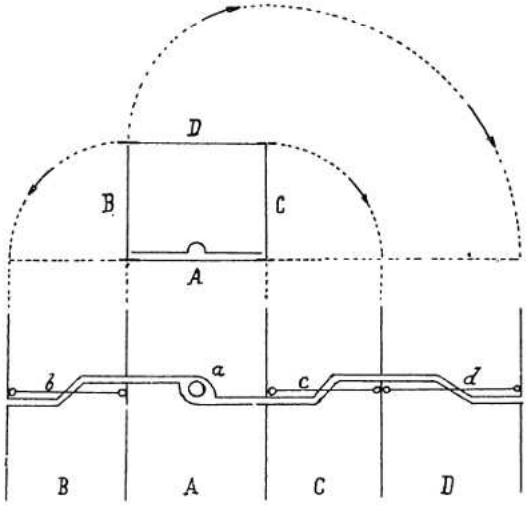
On emploie généralement des bielles à têtes sphériques ; si le renversement du sens de la réaction mutuelle des tronçons n'est pas à craindre, chaque tête de bielle peut être réduite à un genou sphérique, logé dans une crapaudine.



Rappelons que la contrainte maximum qui se produit au contact de 2 sphères l'une pleine et l'autre creuse a pour valeur, P étant la charge, E le coefficient d'élasticité du métal, r_1 et r_2 les rayons des sphères :

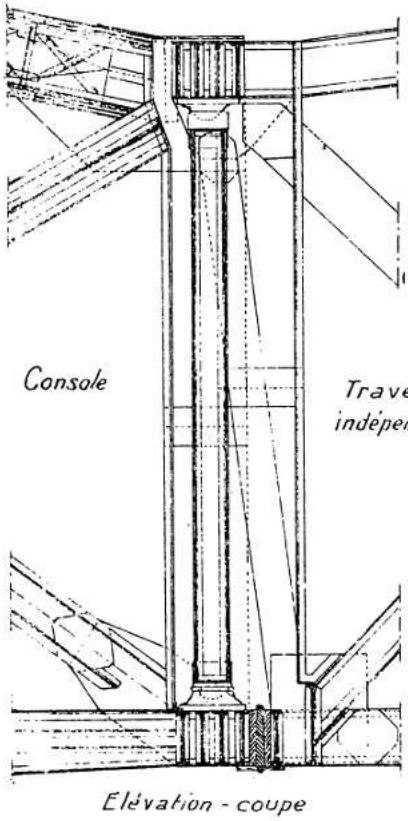
$$p_{max} = 0{,}388 \sqrt[3]{PE^2\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right)^2}$$ r_1 étant le rayon de la sphère creuse

Les contraintes admissibles sont celles qui ont été indiquées précédemment.

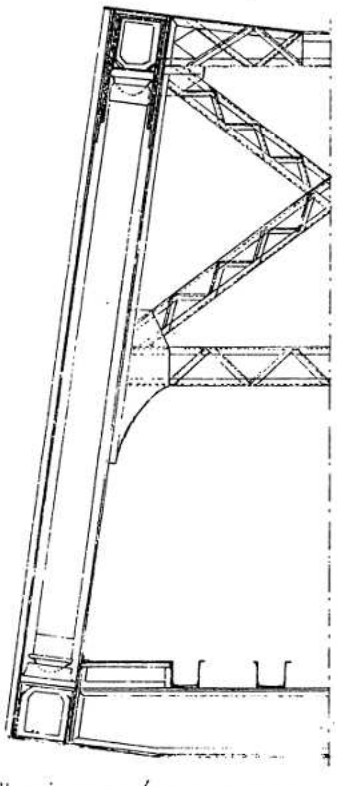


On a représenté ci-contre le schéma d'une jonction articulée reliant deux tronçons d'un pont, comportant un double contreventement longitudinal : a est une articulation à genou et crapaudine, placée au milieu du tablier, et reliant au point de vue de la résistance au vent, les deux parties consécutives de la poutre inférieure de contreventement.(1) b et c sont des bielles à têtes sphériques, transmettant les efforts tranchants des poutres-maîtresses B et C ; d est une bielle à têtes sphériques, qui remplit le même office pour la poutre supérieure de contreventement.

Un tel dispositif ne permet pas la dilatation, mais on le transformerait aisément, dans ce but, en plaçant la crapaudine de l'articulation a sur un équipage de galets, mobile dans une rainure longitudinale pratiquée dans l'axe du tablier.



Elévation - coupe



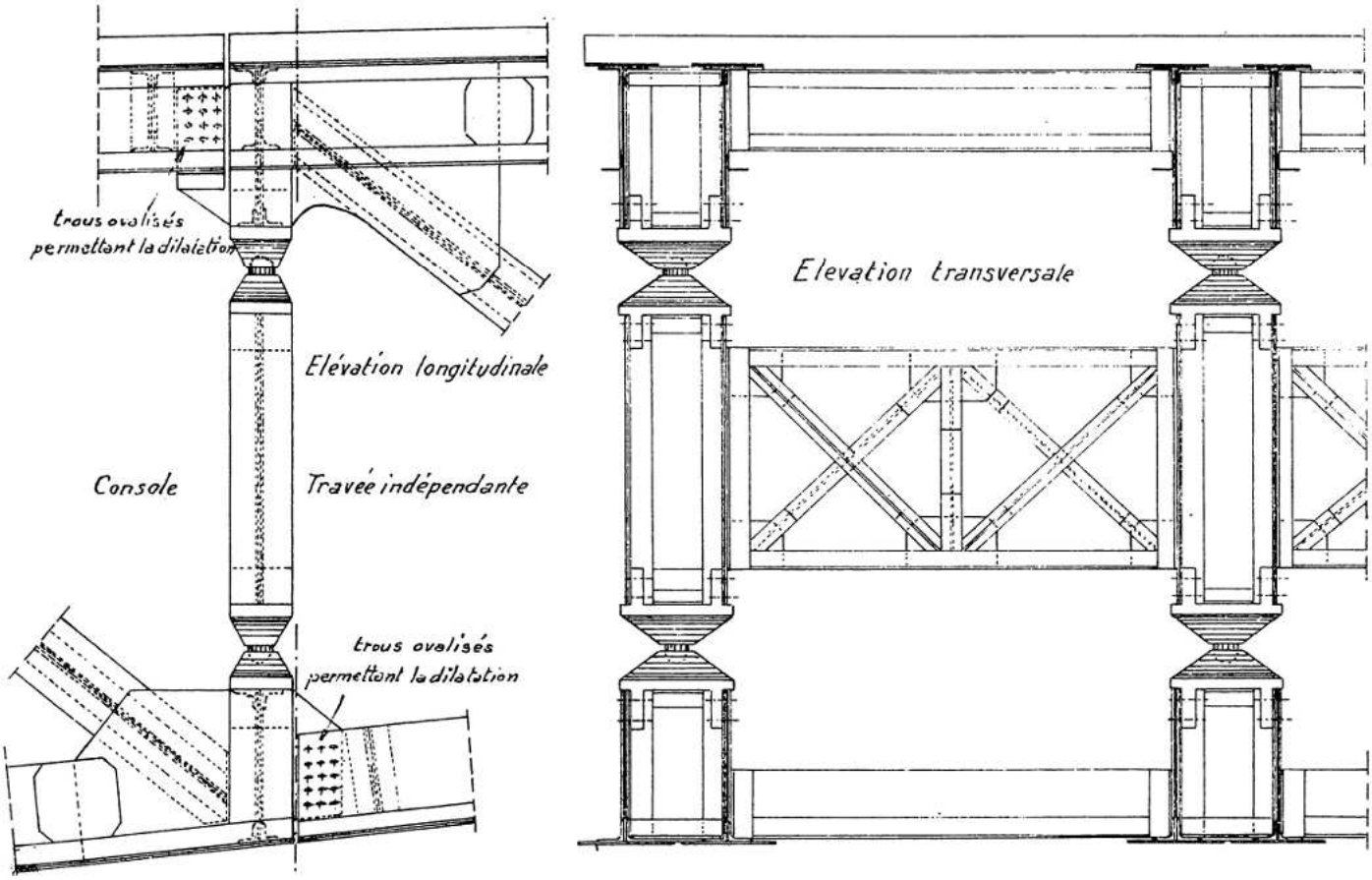
Demi-coupe transversale

Les figures ci-contre représentent les bielles de jonction à têtes sphériques du pont sur le Forth, qui transmettent à la console le poids de la travée indépendante ; l'articulation est conforme au schéma précédent, sauf en ce qui concerne

(1) a pourrait représenter également un goujon d'articulation analogue à l'un de ceux qui ont été indiqués au § précédent

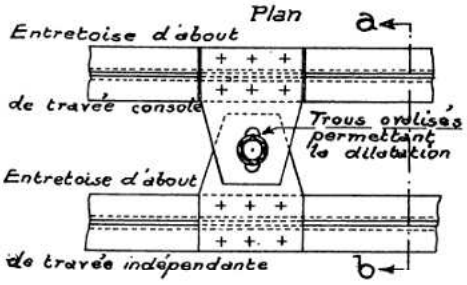
la bielle d, qui a été supprimée : les poutres de contreventement supérieur de la console et de la travée indépendante reportent les efforts tranchants dûs au vent sur des portiques d'about, qui les transmettent au tablier du pont.

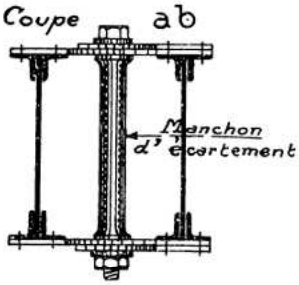
Nous avons représenté ci-dessous les bielles d'articulation à têtes sphériques qui servent aux ponts de Firmil et de la Mulatière, à réunir la travée indépendante et la console ; ce dispositif est très satisfaisant pour les ponts à poutres multiples sous chaussée, toujours très fortement contreventés transversalement.



On remarquera sur l'élévation longitudinale que l'élément de la membrure supérieure de la console voisin du joint ne sert qu'à supporter la dalle sous chaussée et que l'élément de la membrure inférieure de la travée indépendante voisin du joint n'intervient pas non plus dans la stabilité des poutres-maîtresses : ce sont de "fausses membrures", et l'élément inférieur n'est même là que pour l'aspect.

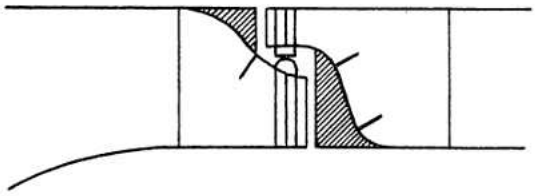
Ces éléments sont réunis à des goussets par l'intermédiaire de boulons passant dans des trous ovalisés qui permettent la dilatation.





La figure ci-contre représente la disposition adoptée dans les mêmes ouvrages, pour le gonjon vertical destiné à transmettre les efforts dûs au vent entre la travée indépendante et l'une des consoles, du côté où peut se faire la dilatation.

Lorsque l'on a affaire à un pont à poutres multiples sous chaussée, à âmes pleines, et particulièrement lorsqu'il s'agit de constructions soudées, on peut terminer les extrémités des poutres en regard comme il est indiqué ci-contre, par des formes très adoucies, les âmes étant convenablement raidies.

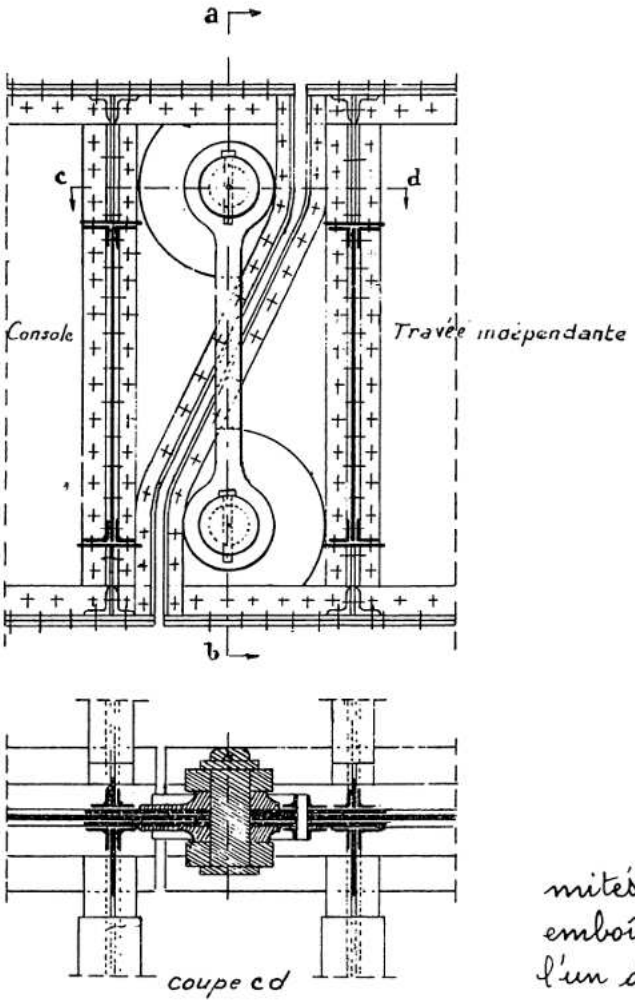


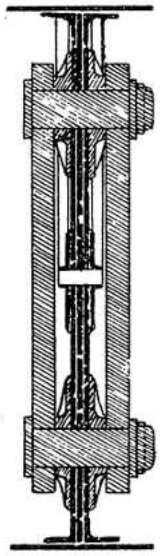
A la station Bruxelles-Midi de la Jonction Nord-Midi, on a rapporté par soudure les parties hachurées, pour rétablir la continuité d'aspect des poutres.

Cas où les réactions mutuelles de deux tronçons peuvent changer de sens.

On peut alors employer une bielle articulée à ses deux extremités, d'un type analogue à celui qui est representé ci-dessous, qui se rapporte à une poutre à âme pleine de faibles dimensions.

Ce dispositif se prête aux déformations provenant des variations de la température.

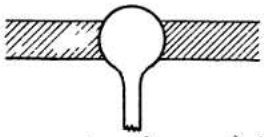




Coupe a-b

Lorsque les appareils de dilatation sont reportés sur les appuis on peut se contenter de réaliser la jonction au moyen d'une articulation cylindrique à axe horizontal, formée par une rotule, prenant appui sur des pièces rustiques en acier moulé soudées sur les pièces entre lesquelles on etablit la jonction

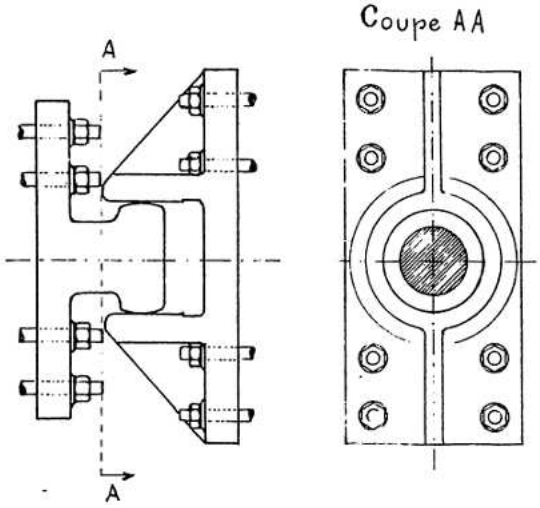
Au lieu d'une bielle à articulations cylindriques, on pourrait employer une bielle à articulations sphériques, chacune de ses extré-



mités étant terminée par un boulet sphérique emboîté dans un anneau circulaire porté par l'un des tronçons de poutre considérés.

coupe cd

Dans le cas, assez fréquent, d'un pont à 3 travées, avec articulation au milieu de la travée centrale, on peut realiser une articulation sans bielle permettant la di-



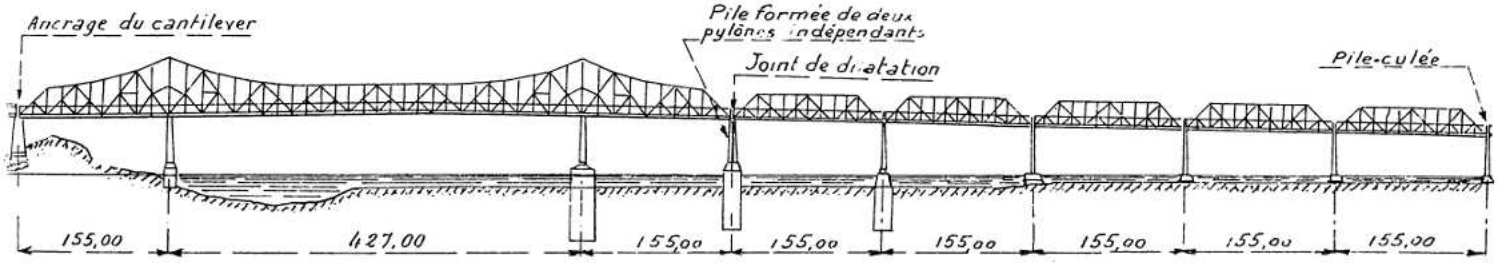
latation, au moyen d'un boulet à surface portante sphérique fixé à l'un des bords de la coupure, pénétrant à l'intérieur d'une cavité cylindrique fixée à l'autre bord.

Le schéma ci-contre indique un mode de réalisation.

Suppression des appareils de dilatation.

On peut dans certains cas très particuliers, supprimer complètement tous les appareils de dilatation.

Au viaduc de San-Francisco à Oakland, on l'a fait pour le cantilever, qui comporte une travée centrale de 427,00 m. entre piles avec des travées de raccordement de 155,00 m environ : le cantilever est ancré à l'une de ses extrémités. L'autre repose sur une pile flexible ; les 2 piles intermédiaires sont également flexibles.



Il en a été de même pour les 5 travées solidaires de 155,00 m environ de portée qui lui font suite : ces travées sont fixées sur une pile culée à l'extrémité située du côté opposé au cantilever ; toutes les autres piles sont flexibles, et la pile culée voisine du cantilever est également flexible.

La distance des extrémités des tabliers du cantilever et des poutres à travées solidaires peut varier de 1,00 m, sous l'action des variations de la température. Un dispositif à dents de peigne, analogue à celui qui sera indiqué à propos de l'étude des ponts suspendus permet d'assurer la continuité de la chaussée.

Une disposition analogue a été prise au pont de l'Harteloire, à Brest, construit en 1949-1950, comportant 3 travées solidaires continues de 53,76 m, 96,72 m, 53,76 m de portée : la hauteur des piles en béton armé encadrant la travée centrale, 39 m. environ au-dessus des quais, a permis de les couronner par des appareils d'appui fixes.

Chapitre IV

Contreventements des ponts à poutres

Généralités sur les conditions de l'équilibre des fermes principales d'un pont

Efforts produits dans une section de ferme par des forces d'orientation quelconque.

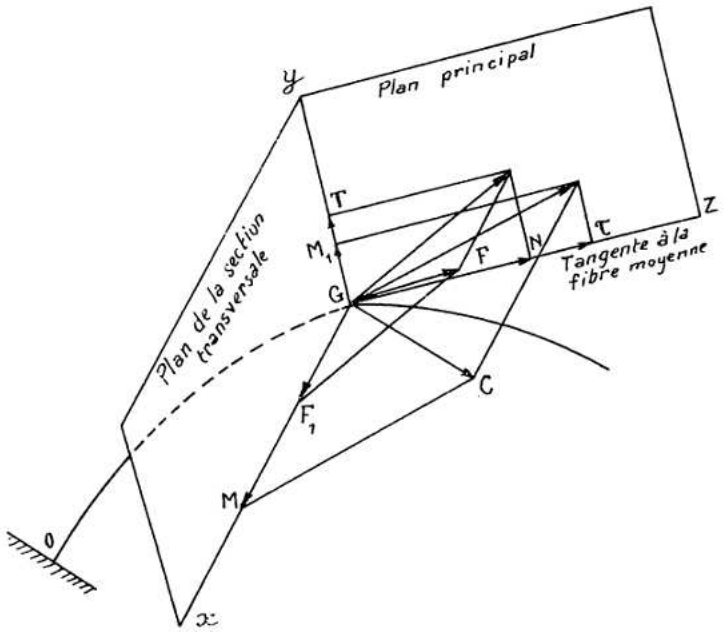
Nous avons supposé, jusqu'à maintenant, que les charges verticales portées par les poutres-maîtresses étaient situées dans leur plan moyen.

Or, les poutres-maîtresses des ponts, même lorsqu'elles possèdent un plan moyen de symétrie, sont très rarement chargées dans ce plan lui-même, en raison des dispositions du tablier ; en fait, les seules charges contenues dans ce plan, s'il est vertical, sont les poids des poutres elles-mêmes.

D'autre part, elles ont à résister à des efforts transversaux et notamment à ceux du vent.

Il en est de même des fermes principales des ponts en arc.

Afin de nous rendre compte des conséquences qui résultent de ces deux ordres de faits, considérons une ferme possédant une fibre moyenne plane ou gauche, soumise à des forces de direction quelconque.



Si l'on envisage une section quelconque G, dont la position est définie par son abscisse curviligne, l'origine étant un appui, le "système des forces extérieures" relatif à cette section est équivalent à une force G F et à un couple G C dont les vecteurs représentatifs ne sont généralement situés, ni l'un, ni l'autre, dans le plan principal de la ferme en G.

On peut décomposer la force G F en trois autres :

N, effort normal, tangent à la fibre moyenne,
T, composante de l'effort tranchant située dans le plan principal de la section, perpendiculaire à la fibre moyenne,
F_1, composante de l'effort tranchant perpendiculaire au plan principal et située dans le plan de la section transversale.

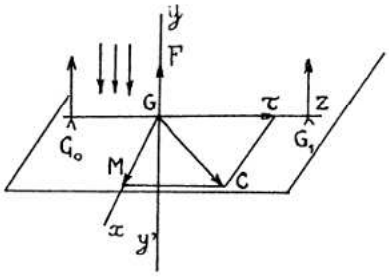
De même, on peut décomposer l'axe du couple GC en 3 autres:
M, composante du moment fléchissant perpendiculaire au plan principal,
M_1, composante du moment fléchissant contenue dans le plan principal,
τ, axe du couple de torsion, tangent à la fibre moyenne.

On voit ainsi que l'on a à considérer, d'une manière générale, en outre du moment fléchissant, de l'effort tranchant et de l'effort normal habituellement envisagés, un couple M_1, dit "de flexion latérale", un effort tranchant perpendiculaire au plan principal, et un couple de torsion.

Il s'agit de se rendre compte des répercussions que peuvent avoir sur la stabilité des fermes les composantes dont il n'a pas été fait état précédemment.

Flambement par déversement d'une poutre droite, dont le plan principal est vertical, soumise à des charges verticales non contenues dans ce plan principal

Pour analyser qualitativement le phénomène, nous nous placerons dans le cas très simple d'une poutre droite posée à ses deux extrémités sur des appuis de niveau G_0 et G_1 et dont le plan principal est vertical. Nous la supposerons soumise à l'action de forces verticales (à l'exclusion de toute force transversale) qui ne sont pas toutes situées dans le plan principal. Nous admettrons, en outre que leur position relative par rapport à la fibre moyenne est invariable.(1) Il est bien évident, dans ces conditions, que la force GF est située dans le plan principal en G ($G F_1 = 0$), et que le couple GC est dans le plan Gzx contenant la fibre moyenne, qui est ici horizontal; par conséquent, le couple de flexion latérale est nul.



La section G de la poutre est donc soumise à un effort tranchant, un moment de flexion et un couple de torsion.

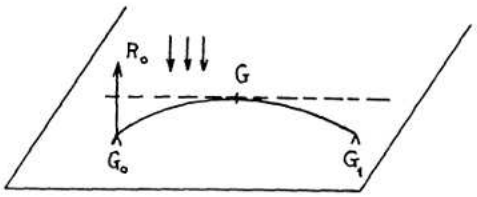
Supposons que les deux sections d'appui sont maintenues verticales, par des dispositifs appropriés, et cherchons l'influence du couple de torsion.

Sous son action, le plan principal de la poutre va subir une déviation angulaire, nulle aux deux extrémités, et variable avec la position de la section G considérée; de sorte que, les charges cessant d'être parallèles au plan principal relatif à une section quelconque, il se produira, dans cette section, un

(1) Ces conditions sont à peu près complètement réalisées dans les ponts, où les surcharges sont appliquées aux fermes par l'intermédiaire du tablier.

couple de flexion latérale : la section ayant tourné, G C n'est plus dans un plan perpendiculaire au plan principal.

Sous l'influence du couple de flexion latérale, la poutre se déforme transversalement, et alors, non seulement les forces appliquées ne se trouveront pas dans le plan principal de la section G, mais les réactions d'appui elles-mêmes se trouvent en dehors de ce plan.



Il résulte de ce dernier fait la naissance d'un nouveau couple de torsion, de même sens que le couple initial.

Le couple de flexion latérale a donc provoqué la naissance d'un couple de torsion qui s'ajoute au couple de torsion initial.

A partir de ce nouveau couple de torsion, le même processus va se reproduire.

Résal a analysé quantitativement ce phénomène dans un cas particulier, et a montré que, dans certaines circonstances, si aucune cause extérieure ne vient limiter les déformations angulaires successives, il est possible que la poutre finisse par se rabattre horizontalement, et par s'effondrer ; c'est un phénomène de flambement par déversement.

Il se pourrait d'ailleurs, que la poutre périsse avant que ce flambement se produise, si les contraintes provenant des déformations par flexion latérale et par torsion étaient suffisamment élevées pour provoquer sa rupture.

Or, les poutres telles qu'on les construit, et plus particulièrement les poutres-maîtresses des ponts, n'offrent une résistance très importante ni à la torsion ni à la flexion latérale, sauf lorsqu'elles ont de très petites portées ; on prendra donc toujours la précaution de limiter strictement les déformations qu'elles pourraient subir sous l'influence de ces deux causes par des dispositions appropriées.

Ce n'est qu'à cette condition que l'on pourra négliger les contraintes correspondantes, et ne pas se préoccuper du flambement par déversement.

Cas d'une ferme quelconque soumise à des charges verticales.

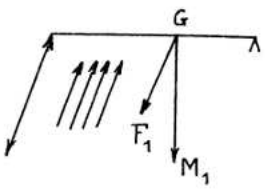
Il est bien évident que, si le plan principal de la poutre n'était pas vertical, ou bien si au lieu de considérer une poutre droite, nous avions considéré une ferme à fibre moyenne courbe, nous nous serions trouvés dans un cas au moins aussi défavorable, parce que, au couple de torsion initial, auraient été associés un effort normal et un couple de flexion latérale, dont l'effet se serait ajouté à ceux qui ont été indiqués.

On voit donc que, même si l'on se borne au cas où les ponts, tels qu'on les construit habituellement, sont uniquement soumis à des charges verticales, il est indispensable, pour la stabilité de leurs fermes principales, de les munir de dispositifs destinés à limiter leurs déformations transversales.

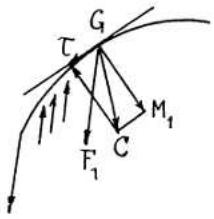
Effet des forces horizontales sur une ferme.

Supposons maintenant que la ferme soit soumise uniquement à des forces horizontales perpendiculaires à son plan moyen. Tout d'abord, on remarquera que, pour que l'équilibre soit assuré, il faut que les appuis puissent développer des réactions horizontales.

Si l'on a affaire à une poutre droite, les efforts, dans chaque section, se réduisent à un moment de flexion latérale, et à l'effort tranchant F_1 perpendiculaire au plan principal. Il est à peine besoin d'indiquer après ce qui a été dit précédemment qu'une poutre isolée est hors d'état de résister aux moments de flexion latérale provenant d'efforts horizontaux tant soit peu importants, comme le sont, notamment, les efforts dûs au vent.

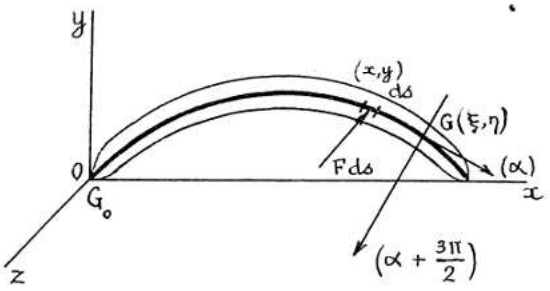


Si l'on a affaire à une poutre à plan moyen vertical dont la fibre moyenne n'est pas rectiligne ou à une ferme se comportant comme une poutre au regard des forces horizontales, dans chaque section se produit un couple de torsion, un moment de flexion latérale, un effort tranchant perpendiculaire au plan vertical.



Ici encore, il est nécessaire de prévoir des dispositifs appropriés, pour s'opposer aux déformations transversales des fermes principales.

Expressions générales du moment de flexion latérale et du moment de torsion dûs à des forces horizontales s'exerçant sur une ferme à plan principal vertical isolée (Cas d'une arche soumise à l'action du vent).



Soit xoy le plan vertical contenant la fibre moyenne de la ferme, $G(\xi, \eta)$ un point de la fibre moyenne d'abscisse curviligne σ; la force extérieure relative à la section G est contenue dans son plan; l'axe du couple correspondant est dans le plan xoy, car toutes les forces étant perpendiculaires à ce plan, leur moment par rapport à l'axe oz est nul.

L'axe du couple peut donc être decomposé en deux autres, l'un porté par la tangente à la fibre moyenne en G menée dans le sens des arcs croissants, défini par l'angle avec l'axe des abscisses α: c'est le couple de torsion $G\tau$; l'autre est porté par la normale à la fibre moyenne, menée dans la direction $\alpha + \frac{3\pi}{2}$ (1): c'est le couple de flexion latérale.

Soit $\underline{Fds}$ la valeur algébrique de l'une des forces élémentaires horizontales, appliquée au point (x, y) et relative à l'arc ds; les projections du

(1) La direction $\alpha + \frac{3\pi}{2}$ est choisie de telle manière que le sens réciproque des vecteurs représentant les forces et des couples soit le même qu'en Résistance des Matériaux lorsqu'il s'agit de forces verticales.

couple correspondant, relatif au point $G(\xi,\eta)$, sont :

$$dX = -(y-\eta)F\,ds\ ,\quad dY = +(x-\xi)F\,ds\ .$$

et la projection sur la tangente en G menée dans le sens des arcs croissants a pour valeur

$$d\tau = dX\frac{d\xi}{d\sigma} + dY\frac{d\eta}{d\sigma} = -F\left[(y-\eta)\cos\alpha - (x-\xi)\sin\alpha\right]ds$$

et $$\tau = -\int_{G_0}^{G} F\left[(y-\eta)\cos\alpha - (x-\xi)\sin\alpha\right]ds + \tau_0\cos(\alpha-\alpha_0) - M_0\sin(\alpha-\alpha_0) + R_0(\eta\cos\alpha - \xi\sin\alpha)$$

M_0, τ_0 et R_0 étant les valeurs algébriques du couple de flexion latérale, du couple de torsion et de la réaction à l'appui origine G_0, et α_0 l'angle correspondant.

De même, si l'on projette le couple sur la normale en G menée dans la direction $\alpha + \frac{3\pi}{2}$, on a :

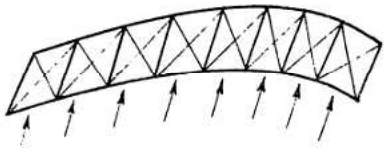
$$dM_1 = dX\frac{d\eta}{d\sigma} - dY\frac{d\xi}{d\sigma} = -F\left[(y-\eta)\sin\alpha + (x-\xi)\cos\alpha\right]ds$$

et $$M_1 = -\int_{G_0}^{G} F\left[(y-\eta)\sin\alpha + (x-\xi)\cos\alpha\right]ds + \tau_0\sin(\alpha-\alpha_0) + M_0\cos(\alpha-\alpha_0) + R_0(\eta\sin\alpha + \xi\cos\alpha)$$

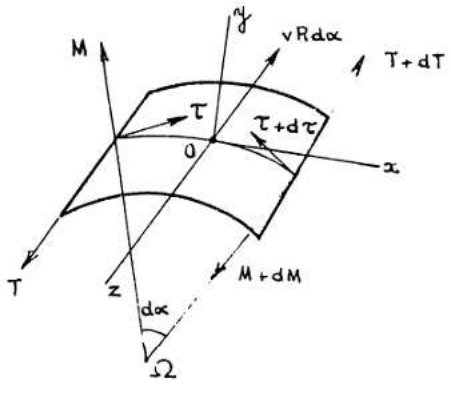
Les intégrales qui précèdent peuvent, dans un cas déterminé, être calculées exactement, ou par sommations avec une approximation aussi grande qu'on le désire. Ce sont en définitive, des fonctions des coordonnées rectilignes ou de l'abscisse curviligne du point G.[1]

Équilibre d'une poutre cylindrique uniformément chargée parallèlement à ses génératrices.

Ce problème se rencontre, en particulier, dans l'étude du contreventement longitudinal double d'une travée indépendante de hauteur variable : la poutre de contreventement longitudinal accolée à la membrure courbe est une poutre cylindrique que l'on considère comme chargée uniformément par les efforts dûs au vent parallèlement à ses génératrices. Pour qu'elle soit en équilibre, il faut que ses appuis d'extrémité puissent développer non seulement des réactions horizontales, mais résistent à un couple de flexion et à un couple de torsion, c'est-à-dire à un encastrement plus ou moins parfait.



On établira les équations générales d'équilibre dans le cas, très fréquent et recommandable, où la membrure courbe est circulaire de rayon R ; on raisonnera comme si la poutre était à âme pleine, en envisageant un élément correspondant à l'angle au centre $d\alpha$ mesuré sur la fibre moyenne, rapporté, l'origine étant au milieu de l'élément, aux axes $0x$ tangent à la fibre moyenne dans le sens des arcs croissants, $0y$ perpendiculaire à l'élément dans le sens direct, et $0z$ dirigé suivant une génératrice, formant avec $0xy$ un trièdre direct.



Soit v l'intensité du vent par unité de longueur ; la force extérieure appliquée à l'élément a pour grandeur $vR\,d\alpha$, et il est

[1] Les expressions de M_1 et τ permettent de vérifier la relation fondamentale, de $d\tau = -M\,d\alpha$, qui est démontrée directement plus loin, et qui ne trouve guère son emploi que dans le cas qui s'y trouve visé.

soumis sur ses bords, puisque les axes des couples totaux sont situés dans le plan vertical contenant la fibre moyenne

aux efforts tranchants T et $-(T+dT)$
aux moments fléchissants M et $-(M+dM)$
aux couples de torsion τ et $-(\tau+d\tau)$

Les projections des forces sur les 3 axes se réduisent à l'équation relative à Oz:

$$dT + v R\, d\alpha = 0 \qquad (1)$$

Les équations relatives aux moments par rapport aux 3 axes donnent, en faisant abstraction des infiniment petits d'ordre supérieur au premier :

pour Ox : $\quad d\tau = -M\, d\alpha \qquad (2)$

pour Oy : $\quad T = -\frac{1}{R}\left(\tau - \frac{dM}{d\alpha}\right) \qquad (3)$

pour Oz, l'équation d'équilibre est identiquement satisfaite.

En dérivant l'équation (3) par rapport à α et en tenant compte de (1) et (2), il vient

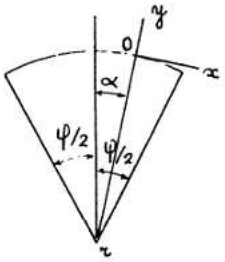
$$\frac{dT}{d\alpha} = -\frac{1}{R}\left(\frac{d\tau}{d\alpha} - \frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = -\frac{1}{R}\left(-M - \frac{d^2M}{d\alpha^2}\right) = -vR$$

D'où l'équation différentielle qui définit M :

$$\frac{d^2M}{d\alpha^2} + M = -vR^2$$

et $\qquad M = A\cos\alpha + B\sin\alpha - vR^2$

Les constantes A et B seront déterminées par les conditions aux limites. Soit φ l'arc total sous-tendu par la poutre. Par raison de symétrie, l'effort tranchant et le couple de torsion sont nuls dans la section médiane, que nous prenons pour origine des angles, soit pour $\alpha = 0$



La relation (3) montre que $B = 0$.

Soit M_0 le moment de flexion d'encastrement pour $\alpha = \pm\frac{\varphi}{2}$; on a :

$$M_0 = A\cos\frac{\varphi}{2} - vR^2$$

A est la seule inconnue hyperstatique; pour la déterminer on supposera la poutre cylindrique parfaitement encastrée à ses deux extrémités.

L'énergie de déformation a pour valeur, pour la moitié de la poutre

$$W = \frac{R}{2}\int_0^{\varphi/2} \frac{M^2 d\alpha}{EI} + \frac{R}{2}\int_0^{\varphi/2} \frac{\tau^2 d\alpha}{EJ}$$

I étant le moment d'inertie de la section de la poutre défini par α par rapport à Oy, i le moment d'inertie relatif à un axe perpendiculaire au plan xOy, et S l'aire de la section, J est défini par la relation approchée $EJ = \frac{GS^4}{40(I+i)}$

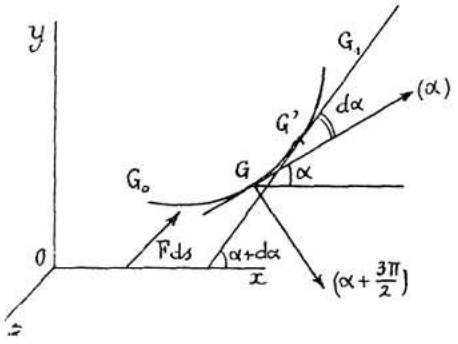
La rotation des extrémités étant nulle, on a : $\frac{\partial W}{\partial M_0} = 0$ $\left(\text{ou } \frac{\partial W}{\partial \tau_0} = 0\right)$ qui se traduit par l'équation

$$\int_0^{\varphi/2} \left(\frac{+M\cos\alpha}{I} - \frac{\tau\sin\alpha}{J}\right) d\alpha = 0$$

Tenant compte des relations $M = A\cos\alpha - vR^2$, $M_0 = A\cos\frac{\varphi}{2} - vR^2$

on en déduit A ; M et τ ; M_0 et τ_0 [1].

Nota - On peut établir directement la relation $d\tau = -M\,d\alpha$ de la manière suivante : soit $G_0 G_1$ la fibre moyenne de la poutre courbe (non forcément circulaire), contenue dans le plan x O y.



L'axe du couple de flexion total en G est contenu dans le plan x O y, qui est perpendiculaire au plan principal de la poutre en ce point ; il peut donc être décomposé en un couple de torsion, porté par la tangente en G dirigée dans le sens des arcs croissants, et en un moment fléchissant, porté par la normale faisant l'angle $\frac{3\pi}{2}$ avec la direction précédente

Considérons deux sections infiniment voisines G et G' et évaluons le couple élémentaire de torsion $d\tau$, qui provoque le changement d'orientation du moment fléchissant quand on parcourt de G en G' l'élément d'arc $d\sigma$.

En G' le couple total est, par définition, égal à la somme du couple en G, du moment de la "force extérieure" appliquée en G et du moment des forces appliquées à l'arc GG' de la fibre moyenne. Les axes portant ces deux derniers moments sont sensiblement perpendiculaires à la fibre moyenne en G' et leur projection sur la tangente est un infiniment petit d'ordre supérieur à $d\sigma$

Si nous projetons l'égalité énoncée sur la tangente en G' orientée dans le sens des arcs croissants, faisant avec l'axe des abscisses l'angle $\alpha + d\alpha$, nous aurons :

$$\tau + d\tau = -M \sin(d\alpha) + \tau \cos(d\alpha)$$

ou encore, puisque $d\alpha$ est un infiniment petit : $\tau + d\tau = -M\,d\alpha + \tau$

d'où $d\tau = -M\,d\alpha$

Soit ρ la valeur algébrique du rayon de courbure de la fibre moyenne ; on a : $\rho = \frac{d\sigma}{d\alpha}$, et par conséquent :

$$d\tau = \frac{-M}{\rho}\,d\sigma$$

C'est la valeur du couple élémentaire de torsion.

Or, si $h = f(x)$ représente l'équation de la fibre moyenne dans le plan des x y et si l'on prend pour sens des arcs croissants celui des x croissants, on a : $\rho = \frac{(1+h'^2)^{3/2}}{h''}$

---

[1] Dans le cas particulier où la section de la poutre serait constante, on aurait :

$$\frac{A}{4}\left[\frac{\varphi+\sin\varphi}{I} + \frac{\varphi-\sin\varphi}{J}\right] - \nu R^2\left[\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{I} - \frac{\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2} - \sin\frac{\varphi}{2}}{J}\right] = 0$$

En particulier, si, comme cela est généralement réalisé, la courbure de la fibre moyenne n'est pas trop prononcée, on pourra prendre $\frac{1}{\rho} = b'' = \frac{d^2 b}{dx^2}$ et la valeur algébrique du couple de torsion élémentaire sera approximativement:

$$d\tau = -M \frac{d^2 b}{dx^2} dx$$

le sens de parcours sur la fibre moyenne étant celui des x croissants

Définition du contreventement.

L'ensemble des dispositifs qui sont destinés à s'opposer aux déformations transversales des fermes principales sous l'action des couples de flexion transversale et des couples de torsion porte le nom de <u>contreventement</u>.

Son rôle est de solidariser les fermes principales, que leur nombre soit égal à deux seulement, ou qu'il soit plus élevé, de manière à constituer avec elles une ossature suffisamment rigide, c'est-à-dire, capable de résister sans contraintes excessives, et sans déformations transversales importantes, aux forces que le pont doit supporter.

On distingue : le contreventement <u>vertical</u> ou <u>transversal</u>, dont le but essentiel est de soustraire les fermes principales aux effets du couple de torsion,

et le contreventement <u>longitudinal</u>, dont le but essentiel est de s'opposer au couple de flexion latérale.

Remarque sur la méthode usuelle du calcul des ponts.

Si l'on voulait étudier d'une manière rationnelle la stabilité d'un pont, on ne devrait pas séparer l'étude des fermes principales de celle du contreventement. En effet, les fermes, solidarisées par le contreventement, forment avec celui-ci un organe unique, qui résiste d'<u>ensemble</u> aux diverses forces qui lui sont appliquées, qu'elles soient verticales ou non.

Un exemple très simple montrera comment le contreventement longitudinal intervient lorsque le pont n'est soumis qu'à des charges verticales.

Imaginons une travée indépendante à tablier inférieur dont les poutres-maîtresses sont verticales, avec contreventement longitudinal au niveau des membrures inférieures. Celles-ci s'allongent sous l'action des surcharges; la distance mutuelle des pièces de pont s'accroît, et la triangulation de la poutre de contreventement se déforme et travaille en conséquence.

Ce n'est donc pas une ferme que l'on devrait calculer, mais un solide tubulaire; il faudrait rechercher quelle est la répartition des efforts entre les différents éléments de ce solide, pour en déduire les dimensions à leur attribuer, tant en ce qui concerne les charges verticales que les forces horizontales.

Une pareille recherche est passablement compliquée; aussi, on a recours à la méthode simpliste qui consiste à calculer les fermes principales pour qu'elles soient en état de résister aux charges verticales, et les organes du contreventement (dont font partie, d'ailleurs, certains éléments des fermes principales), pour qu'ils soient en état de résister aux efforts dûs au vent. (1)

Mais, ce faisant, il faut savoir qu'il ne s'agit là que d'une approximation. Les travaux de M. de Fontviolant sur ce sujet permettent d'évaluer l'ordre de grandeur de cette approximation, et ses conséquences.

Nous allons passer en revue les différents dispositifs employés dans le contreventement des ponts à poutres; nous indiquerons, pour chaque type, les méthodes de calcul qui peuvent ou doivent être suivies.

Equilibre d'un pont à poutres soumis à l'action du vent

L'ensemble formé par un pont et les organes qu'il porte (charge permanente et, dans le cas des ponts-rails, surcharges), doit être en équilibre sous l'action des efforts du vent.

Supposons que le pont est à une seule travée.

Soit F la somme géométrique des forces exercées par le vent sur l'ensemble de ses parties, y compris les véhicules, s'il y a lieu, $\underline{h}$ la distance verticale de sa ligne d'action au plan des appuis.

Si l'on écrit les équations de la statique, on constate d'abord, que les composantes horizontales des réactions des appuis, parallèles à F sont les mêmes que s'il s'agissait d'une poutre droite de même portée.

---

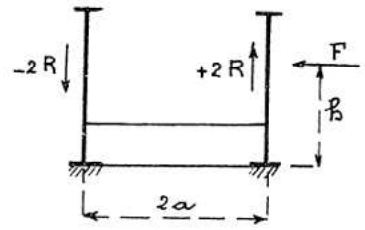
(1) Dans le cas où les plans principaux des fermes ne sont pas verticaux, la seule décomposition statique des charges verticales montre que les organes de contreventement sont intéressés, avant toute déformation élastique: il convient évidemment d'en tenir compte.

Si les appuis ne présentent pas de saillies formant butées latérales pour supporter ces efforts, il faut que le poids du pont soit suffisant pour empêcher son glissement. Cette condition est habituellement satisfaite.(1)

On constate ensuite que les composantes verticales des réactions de la poutre au vent sont égales et de signe contraire aux composantes correspondantes de la poutre sous le vent. Mais les equations d'équilibre ne permettent de connaître, en général, que la somme des composantes relatives à une même poutre.

Dans le cas particulier où F est situé dans le plan médian du pont, ces 4 composantes sont égales en valeur absolue. Si R est l'une d'elles, on a évidemment 2 a désignant la distance d'axe en axe des poutres-maîtresses:

$$4Ra = Fb \text{ , ou } R = \frac{Fb}{4a}$$



D'autre part, le poids total du pont P (surcharges comprises s'il y a lieu) doit être suffisant pour s'opposer au renversement. On doit donc avoir, dans la même hypothèse:

$$Pa > Fb$$

Cette condition, généralement remplie pour les ponts de largeur moyenne, doit faire l'objet d'une vérification précise pour les ouvrages longs et étroits.

Enfin, toujours dans le même cas, chacun des appuis doit être en état de supporter la réaction verticale totale:

$$\frac{P}{4} + \frac{Fb}{4a}$$

Si le pont était à travées solidaires, il est bien évident que les équations de la statique ne permettraient de déterminer ni les composantes verticales, ni les composantes horizontales des réactions des appuis. Toutefois, les composantes verticales des réactions relatives à la poutre au vent seraient encore égales aux composantes correspondantes de la poutre sous le vent, au signe près.

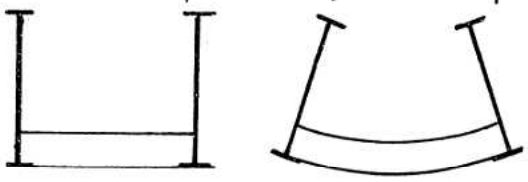
Contreventement transversal

1° Ponts à travée indépendante

a) Ponts à 2 poutres-maîtresses

Déformations des poutres-maîtresses produites par les charges placées sur le tablier.

Considérons un pont à deux poutres-maîtresses triangulées, reliées invariablement par des pièces de pont, soit à leur partie inférieure, soit à leur partie supérieure, dans des conditions telles que leurs angles mutuels soient invariables.



Supposons que le tablier du pont est uniformément surchargé.

L'ensemble se déforme d'une manière

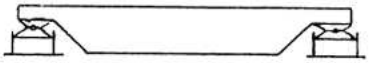
(1) Ces galets présentent parfois, au milieu de la longueur de leurs génératrices de contact, des goujons qui, engagés dans des évidements des balanciers, s'opposent au déplacement latéral des poutres, dans les appareils d'appui mobiles. Le dispositif est analogue et plus simple dans les appareils fixes



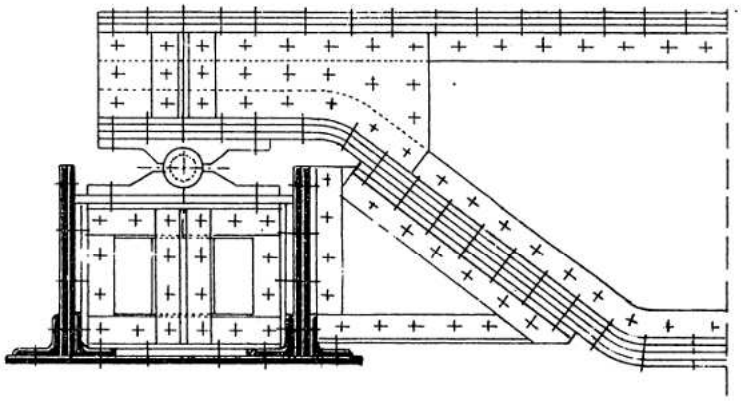
analogue sur toute la longueur de l'ouvrage, dans une mesure variable avec la section considérée. Il se produit, dans la section d'assemblage de chaque pièce de pont avec les poutres-maîtresses, un couple qui, pour la pièce de pont est un moment de flexion, et pour chaque poutre-maîtresse, un moment de torsion.

La poutre n'ayant pas une résistance considérable à la torsion, son plan principal ne reste pas vertical ; les membrures peuvent donc se déformer, par voilement de leurs âmes et platebandes.

Cette torsion des membrures ne peut guère avoir de conséquences fâcheuses au point de vue de leur stabilité, lorsque le pont est bien conçu et bien construit. Cependant, certains constructeurs, s'en exagérant les inconvénients, ont préconisé autrefois la suppression de l'assemblage rigide, et ont proposé de relier la pièce de pont aux membrures par l'intermédiaire d'une articulation placée dans l'axe des poutres-maîtresses.



Ce mode d'assemblage a été appliqué par les Ingénieurs hollandais à plusieurs ponts, construits entre 1879 et 1898 (1). Bien qu'ils aient pris la précaution de munir l'ossature du tablier d'un contreventement longitudinal distinct et indépendant du contreventement des poutres-maîtresses, ils ont dû, après mise en service des ouvrages, compléter l'assemblage de la pièce de pont avec la poutre par un gousset rigide, rivé sur la membrure et boulonné sur la pièce de pont ce qui rend inefficace l'articulation et rétablit, d'une manière détournée, l'assemblage rigide, en ce qui concerne l'action des surcharges et celle du vent.



Attache des pièces de pont sur les membrures au pont de Rhenen (Hollande)

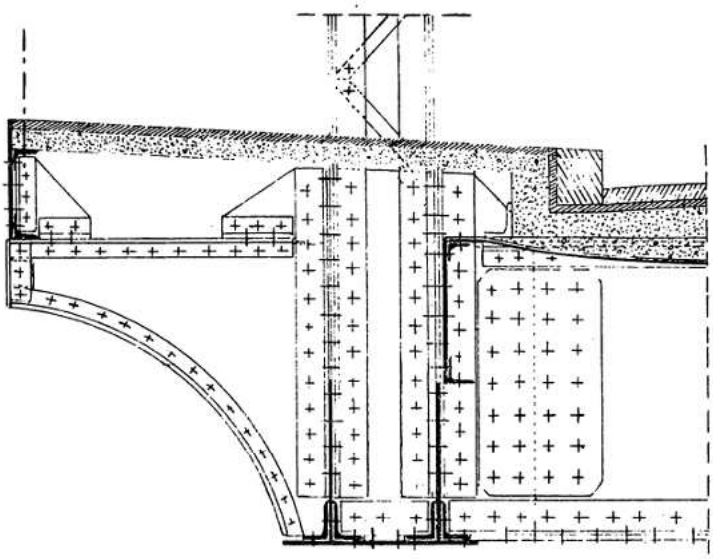
L'assemblage avec articulation est en effet défectueux, parce que la pièce de pont ne peut plus jouer un rôle efficace comme élément des contreventements transversal et longitudinal.

Il se peut cependant que, lorsque les pièces de pont sont très longues, ou très lourdement chargées, on ait intérêt à atténuer le couple de torsion. Dans ce but, on leur a parfois attribué un profil variable, de hauteur décroissante vers ses extrémités. Elles deviennent ainsi plus déformables et l'on peut, dans une certaine mesure, profiter de cette plus grande

---

(1) On peut également en voir une application à Paris, au pont de la rue de Tolbiac (1894).

déformabilité pour réduire le moment d'encastrement.(1)



Mais il est préférable, si on le peut, de laisser constante la hauteur des pièces de pont, et de disposer, en pareil cas, les trottoirs en encorbellement ; on réduit ainsi leur portée, et le couple de torsion des poutres-maîtresses.

L'action des consoles tend à ramener les poutres-maîtresses dans leur plan vertical moyen, et elles favorisent par là la stabilité de l'ouvrage, et sa bonne tenue.

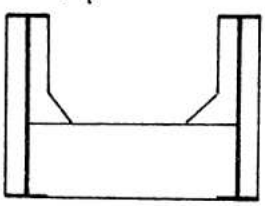
Il est d'ailleurs possible, en construction soudée, que la membrure supérieure de la pièce de pont, prolongée à l'extérieur des poutres-maîtresses, forme tout ou partie de la membrure supérieure de la console.

Possibilité du flambement des membrures comprimées des poutres-maîtresses et rôle, à cet égard, du contreventement transversal.

Lorsque les pièces de pont sont fixées aux membrures supérieures des poutres-maîtresses (qui sont comprimées), il n'y a guère à craindre le flambement de celles-ci, car elles sont maintenues.

Mais si les pièces de pont sont fixées aux membrures inférieures, il est possible que les membrures supérieures flambent isolément, par suite du déplacement latéral qu'elles subissent. Or, il est pratiquement impossible d'attribuer à ces membrures un moment d'inertie minimum suffisant pour les mettre, par elles-mêmes, hors d'état de flamber sur toute la longueur de l'ouvrage.

On les en empêche cependant, en les associant avec chaque pièce de pont, par l'intermédiaire de raidisseurs disposés verticalement ; l'ensemble formé par les raidisseurs et par la pièce de pont dessine un ⊔ qui est l'organe essentiel du contreventement transversal.



Dans ces conditions, on observera que les pièces de pont dont le fléchissement initial a provoqué le déversement des poutres-maîtresses, en raison de la rigidité de leurs assemblages qui maintient invariables leurs angles mutuels, s'opposent ensuite, grâce à la présence des

(1) Signalons que, dans les ponts d'accostage des ferry-boats, les pièces de pont sont articulés sur les poutres-maîtresses pour permettre à l'ouvrage de suivre la bande que prend le navire au cours du chargement et du déchargement. Mais les longerons et la couverture sont assemblés rigidement sur les pièces de pont. C'est là un cas extrêmement particulier. Un dispositif analogue était réalisé dans les passerelles de débarquement d'Arromanches, où seule la pièce de pont centrale était assemblée rigidement sur les poutres.

raidisseurs, au flambement d'ensemble de la membrure comprimée. Celui-ci ne pourrait en effet se produire que si les déformations transversales de cette membrure devenaient suffisantes pour entraîner, par l'intermédiaire des raidisseurs, un fléchissement encore plus accentué des pièces de pont.

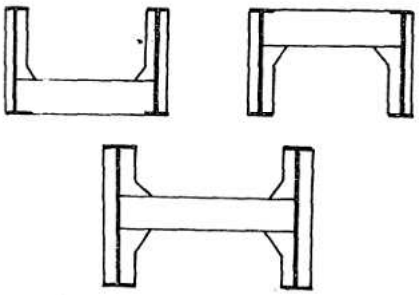
Celles-ci résistent élastiquement, et tout se passe comme si, au droit de chacunes d'elles était disposé à l'aplomb de la membrure comprimée, un appui élastique, dont la réaction serait proportionnelle à la déformation correspondante. Le coefficient de proportionnalité est d'autant plus grand que la pièce de pont est elle-même plus rigide, si les montants sont identiques.

Le contreventement transversal se trouve donc constitué par une série de cadres transversaux en ⊔, isolés les uns des autres, dont le rôle est de limiter le déversement des poutres-maîtresses, et de soustraire leurs membrures supérieures au flambement lorsque le tablier est placé à la partie inférieure.

Aux extrémités du pont, on donnera aux raidisseurs verticaux et au besoin, à la pièce de pont, un moment d'inertie plus considérable; ce résultat sera obtenu très facilement, en utilisant les montants sur appuis, dont la section est toujours importante, en raison des efforts qu'ils ont à supporter.

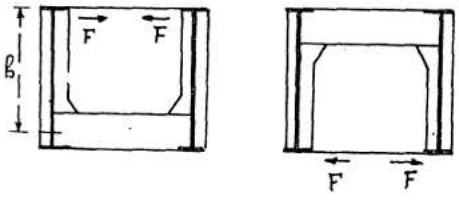
On adopte d'ailleurs une disposition analogue, lorsque le tablier est associé aux membrures supérieures.

Il est en effet indispensable que l'ensemble du pont ait une grande rigidité transversale, pour résister aux effets du vent, du freinage et du roulis des véhicules, ou même plus simplement à ceux de la dissymétrie des surcharges : un pont-rail à double-voie subit, au moment où passe un seul convoi, des efforts de torsion considérables.



Les croquis ci-contre représentent schématiquement les dispositions du contreventement transversal, dans les diverses positions que peut occuper le tablier par rapport aux poutres-maîtresses.

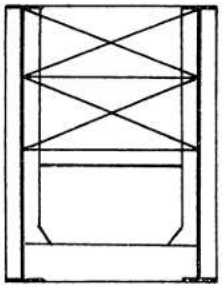
Dans les ponts de grande portée, les poutres-maîtresses sont hautes, et par conséquent, la déformation latérale des membrures opposées aux pièces de pont pourrait être trop importante si elles étaient isolées. On complète alors l'⊔ de contreventement transversal par une poutre horizontale ou entretoise, destinée à maintenir invariable l'écartement de ces membrures. Ces barres sont comprimées si le tablier est à la partie inférieure des poutres-maîtresses, et tendues dans le cas contraire; le contreventement transversal est alors composé de cadres fermés isolés.



Le rôle essentiel de l'entretoise est de s'opposer à l'effet du vent : c'est cette considération qui intervient pour déterminer sa section.

Lorsque la hauteur des poutres-maîtresses est très supérieure à celle du gabarit imposé pour le passage des véhicules, on en profite souvent pour relier entre eux les montants, par des barres formant des panneaux avec Croix de Saint-André, ou ceux d'une triangulation en K.

Ces triangulations sont arrêtées au niveau nécessaire pour respecter le gabarit; elles peuvent, comprendre, suivant les circonstances, un ou plusieurs étages de diagonales:



Une pareille disposition limite très efficacement les déformations des membrures supérieures, et donne à l'ouvrage une très grande rigidité transversale.

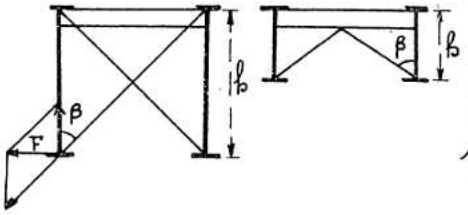
Les contraintes des montants sous l'action du vent sont, notamment, très diminuées.

Remarques.

I. Lorsque le pont est à tablier supérieur, on remplace souvent l'entretoise de contreventement par des tirants obliques reliant chaque membrure inférieure, soit à la membrure supérieure opposée, soit au milieu de la pièce de pont, suivant le rapport qu'il y a entre la hauteur des poutres - maîtresses et leur écartement.

Si β est l'angle de chaque tirant avec la verticale, l'effort maximum qu'il subit a pour valeur

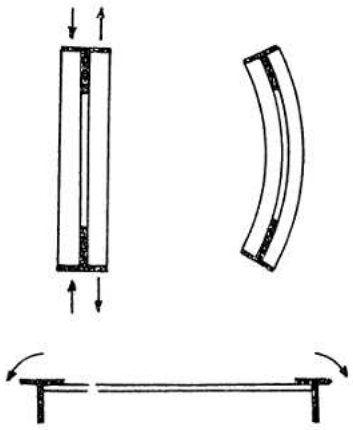
$$\frac{F}{\sin\beta} = \frac{M_0}{b\sin\beta}$$



M_0 étant le moment d'encastrement de la pièce de pont sur la poutre-maîtresse.

II. Dans les poutres légères, on a attribué fréquemment aux membrures une section à simple té sur l'âme de laquelle on rive les barres de triangulation, en appliquant sur l'une des faces les barres comprimées, et sur l'autre face, les barres tendues.

Au droit de chaque noeud, les couples de torsion dûs à la dissymétrie de la triangulation, appliqués à la membrure s'ajoutent, et les deux membrures subissent une déviation angulaire qui va en croissant depuis chaque appui, jusqu'au milieu de la travée. La triangulation se déforme, et se creuse du côté des barres comprimées tandis qu'elle fait saillie du côté des barres tendues: la poutre présente un aspect fâcheux, et sa stabilité peut se trouver compromise. On remarquera que le contreventement transversal remédie, dans une certaine mesure, à cet inconvénient.



En particulier, si on relie les membrures comprimées par une barre transversale de section suffisante, elle pourra équilibrer les couples de torsion s'exerçant sur elles, sans déformation sensible.

Influence du contreventement transversal sur la stabilité des membrures comprimées.

Le cas le plus défavorable au point de vue du flambement des membrures comprimées des poutres-maîtresses est évidemment celui où le contreventement transversal se réduit à des ⌴. Elles peuvent alors flamber soit entre deux ⌴ de contreventement, soit sur toute leur longueur. Le premier mode de flambement n'est guère à redouter, en égard aux errements habituels de la construction.

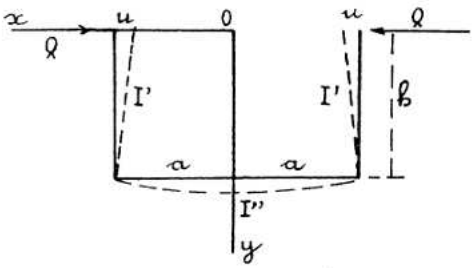
Nous porterons l'attention sur le second.

Le problème correspondant est assez compliqué, parce que l'effort de compression n'est pas constant tout le long de la membrure, dont la section est elle-même variable.

Une théorie complète a été établie par M. Keelhoff, professeur à l'Université de Gand (1)

Nous indiquerons une méthode simpliste, basée sur des hypothèses simplificatrices toutes défavorables, pour évaluer l'influence du contreventement transversal.

Nous supposerons d'abord que le rôle des diagonales des poutres-maîtresses (ou de l'âme, en dehors des montants raidisseurs) ainsi que la résistance des membrures à la torsion sont négligeables, et nous ne prendrons en compte que l'action des montants.



Considérons un ⌴ de contreventement transversal ; imposons à ses extrémités supérieures un déplacement horizontal u, vers l'intérieur, et cherchons quelle est la grandeur de la force correspondante Q qu'il faut appliquer à ces extrémités pour obtenir ce déplacement.

L'angle des montants et de la pièce de pont qui forment l'⌴ restant invariable, tout se passe comme si l'on avait une poutre à béquilles articulées à leurs extrémités, auxquelles on imposerait un rapprochement égal à $2u$.

Nous appliquerons la formule de Bresse relative aux déplacements horizontaux.

$$u_1 - u_0 = \int \frac{M \eta \, d\sigma}{EI} - \int \frac{N}{ES} \frac{d\xi}{d\sigma} d\sigma$$

Si I' est le moment d'inertie des montants, I" celui de la pièce de pont, 2a sa longueur, et si b est la hauteur des montants, on a :

dans la pièce de pont	$M = -Q b$	$N = Q$
dans les montants	$M = -Q \eta$	$N = 0$

d'où, en supposant les moments d'inertie constants :

$$Q = \frac{Eu}{\frac{b^3}{3I'} + \frac{b^2 a}{I''} + \frac{a}{S''}} = \gamma u$$

(1) Annales des Ponts et Chaussées. 1920 - fascicule II.

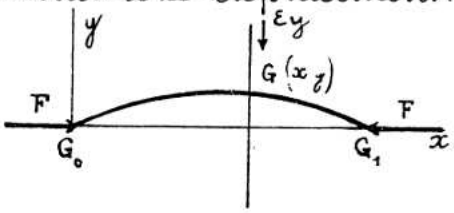
γ étant une constante, qu'il serait d'ailleurs aisé de calculer exactement même si les sections étaient variables.(1)

Nous supposerons que tous les ⊔ de contreventement transversal sont identiques, à l'exception de ceux d'about, habituellement munis de dispositifs tels que l'on puisse considérer les extrémités des membrures supérieures comme invariables dans le sens transversal. Si les montants des ⊔ n'étaient pas tous identiques, (ce qui est un cas exceptionnel pour une travée indépendante), nous considérerions le montant le plus flexible (c'est-à-dire celui qui correspond à la valeur la plus faible de γ), et supposerions tous les autres semblables, de manière à nous placer dans la situation la plus défavorable

Nous supposerons en outre que les ⊔ distants de b sont assez rapprochés les uns des autres, pour que l'on puisse remplacer l'action des forces isolées Q par celle d'une force uniforme $q = \frac{Q}{b} = \frac{\gamma u}{b} = \varepsilon u$, en posant $\varepsilon = \frac{\gamma}{b}$.

Enfin, nous supposerons que l'effort de compression des membrures est constant sur toute leur longueur et égal à sa valeur maximum, bien qu'il soit très faible près des extrémités, et aille en croissant à mesure que l'on se rapproche du milieu de l'ouvrage.

Dans ces conditions, le problème posé revient à chercher quelle est la charge de flambement d'une poutre droite dont les extrémités ne peuvent se déplacer perpendiculairement à son plan principal, placée dans un milieu opposant au déplacement transversal de chaque section un effort proportionnel à ce déplacement.(2)



Le moment fléchissant dans la section G d'abscisse x a pour valeur

$$M = -Fy + M'$$

M' étant le moment fléchissant dû à la seule réaction des montants, en supposant que la membrure est articulée à ses deux extrémités, ce qui est défavorable. Ce moment est défini par la relation $\frac{d^2M'}{dx^2} = -\varepsilon y$

L'équation différentielle de la fibre moyenne de la membrure déformée est:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M = -Fy + M'$$

dans laquelle I représente le moment d'inertie de la membrure pris par rapport à son axe vertical, dans la section d'abscisse x; nous le supposerons constant, et nous lui attribuerions sa valeur minima, s'il n'en était pas ainsi.(3)

---

(1) Le terme $\frac{a}{S''}$ est très généralement négligeable vis-à-vis des autres.

(2) M. Bachet a traité un problème analogue (Annales des Ponts et Chaussées 1933 - Fascicule IV). Il a d'abord supposé que chaque extrémité était soumise de la part du milieu à une réaction isolée; il a ensuite traité le cas où les réactions du milieu sont des forces isolées appliquées en des sections équidistantes. Voir également les études de M. Sazard (Annales des P. et Ch. 1946, fascicule III, et Annales de l'Institut du Bâtiment et des Travaux publics. Septembre 1949).

(3) Rien n'empêcherait de tenir compte de la variation du moment d'inertie, et de la variation de ε, dans un cas numérique donné, pour rechercher la valeur critique de F, en intégrant par une méthode d'approximation successives ce système d'équations différentielles.

En dérivant deux fois, on obtient :

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} + F \frac{d^2y}{dx^2} + \mathcal{E} y = 0 \quad (1)$$

équation différentielle linéaire à coefficients constants, qui a pour caractéristique

$$EI S^4 + F S^2 + \mathcal{E} = 0$$

Le cas le plus intéressant est celui où $F^2 > 4 EI\mathcal{E}$

Si $\pm ik$ et $\pm ik'$ sont les racines de la caractéristique, qui sont alors imaginaires pures, l'intégrale générale a la forme

$$y = A \cos kx + B \sin kx + C \cos k'x + D \sin k'x$$

A, B, C, D étant des constantes (2)

Soit l la longueur de la poutre; les conditions aux extrémités s'expriment par les relations

$$\begin{cases} y = 0 \\ \dfrac{d^2y}{dx^2} = 0 \end{cases}$$ pour $x = 0$ et $x = l$, en plaçant l'origine à l'extrémité de gauche.

On en déduit immédiatement $A = C = 0$; puis

$$\begin{cases} B \sin kl + D \sin k'l = 0 \\ B k^2 \sin kl + D k'^2 \sin k'l = 0 \end{cases}$$

Ces équations étant linéaires et homogènes auront en général des solutions nulles. Cela veut dire que $y = 0$, ou qu'il n'y a pas de flambement.

Pour qu'il y ait flambement, il faut donc que le discriminant soit nul, c'est-à-dire que

$$(k^2 - k'^2) \sin kl \sin k'l = 0$$

soit $kl = m\pi$ ou $k'l = m\pi$. Donc $i\frac{m\pi}{l}$ est solution de l'équation-caractéristique ; d'où, par substitution la valeur de la force critique

$$F = EI \left[\frac{m^2\pi^2}{l^2} + \frac{\mathcal{E} l^2}{m^2 \pi^2 EI} \right]$$

Quand la force F atteindra l'une des valeurs obtenues en faisant $m = 1, 2, \ldots$, il y aura flambement. La valeur de F la plus intéressante à considérer est évidemment la plus petite.

Or, la parenthèse est la somme de deux termes, dont le produit $\frac{\mathcal{E}}{EI}$ est

---

(1) Cette équation différentielle subsiste d'ailleurs si les extrémités de la membrure ne sont pas fixes, la dérivée seconde de M conservant la même expression, si l'on prend pour G_0 une section quelconque de la membrure; on aurait en effet dans ce cas, y_0 étant l'ordonnée de G_0 après déformation : $M = -F(y - y_0) + M'$.

(2) Une discussion plus approfondie montre que si $F^2 < 4 EI\mathcal{E}$, il ne peut pas y avoir flambement. Cette condition donne d'ailleurs immédiatement la valeur minimum de la force critique de flambement $F = 2\sqrt{EI\mathcal{E}}$, qui correspond au cas $k^2 = k'^2$. Mais cette valeur est très particulière, et même exceptionnelle, car elle exige une relation entre les éléments de la poutre et l'élasticité du milieu : $l = \frac{\lambda\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt[4]{\frac{EI}{\mathcal{E}}}$, λ étant un entier. La longueur d'onde de la déformation est alors $2\pi \sqrt[4]{\frac{EI}{\mathcal{E}}}$.

constant · cette somme est donc minimum quand ils sont égaux :

$$\frac{m^2 \pi^2}{l^2} = \frac{\mathcal{E}\, l^2}{m^2 \pi^2 E I}$$

ou bien :

$$m = \frac{l}{\pi} \sqrt[4]{\frac{\mathcal{E}}{E I}}$$

Mais il faut que m soit entier. On prendra donc les deux nombres entiers qui encadrent cette valeur de m, on les substituera dans F ; la valeur critique de F sera la petite des deux valeurs absolues.

Cette méthode simpliste, dont l'application est extrêmement rapide, n'a pas pour objet la recherche exacte de la force critique de flambement d'une membrure comprimée ; son but est de déterminer l'ordre de grandeur du minimum de cette force critique, vis-à-vis duquel il convient de s'imposer une marge de sécurité ; il est bon de fixer un coefficient de sécurité égal à 3 ou 4.

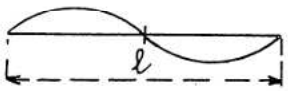
On constatera, pour les ponts comportant des montants d'extrémité très rigides, ou un portique d'about, que la force critique de flambement est obtenue pour $m = 2$, et l'on voit qu'elle est alors sensiblement le double de celle qui correspondrait à la poutre parfaitement encastrée à ses deux extrémités, bien que nous soyons partis de l'hypothèse qu'elle s'y trouve articulée.

L'influence du contreventement transversal, tel qu'on l'établit habituellement, sur la stabilité des membrures comprimées des poutres droites, est donc considérable.

Remarquons qu'à la valeur $m = 2$, correspond l'équation de la fibre moyenne de la forme

$$y = B \sin k x = B \sin \frac{2\pi x}{l}$$

C'est une sinusoïde à deux ondulations qui recoupe, en son milieu la fibre moyenne initiale de la poutre.



On a effectivement constaté que les membrures supérieures comprimées des ponts à poutres droites qui ont péri par flambement d'ensemble, présentaient cette forme après effondrement. Dans ce cas, la rigidité transversale du contreventement médian éventuel n'intervenant pas, il est légitime de prendre celle du contreventement voisin, qui peut être plus grande.

6) Ponts à poutres multiples sous chaussée.

Dans le cas d'un pont à poutres multiples sous chaussée, le contreventement transversal se trouve réalisé par l'intermédiaire des entretoisements

dont le but essentiel est de répartir les surcharges dissymétriques entre les diverses poutres.

Ces entretoisements s'opposent très efficacement aux déformations transversales des poutres, dont il est alors inutile de se préoccuper.

Ils améliorent en même temps la stabilité générale de l'ouvrage vis-à-vis de l'action horizontale du vent.

2° Ponts à travées solidaires

Toutes les considérations qui précèdent sont applicables aux poutres-maîtresses des ponts à travées solidaires ; on attribuera donc aux ⊔ ou aux cadres de contreventement transversal placés sur les culées ou sur les piles intermédiaires une rigidité aussi grande que possible, dans le cas des ponts à deux poutres-maîtresses.

On remarquera que, toutes choses étant égales d'ailleurs, dans un pont à tablier inférieur, le flambement des membrures supérieures est moins à craindre que dans la travée indépendante, puisqu'elles sont tendues au voisinage des appuis intermédiaires.

Contreventement longitudinal unique

1° Poutres de hauteur constante

Dans les ponts à poutres, la fonction essentielle de la poutre de contreventement longitudinal est de s'opposer au couple de flexion latérale dû aux efforts exercés par le vent sur l'ensemble du pont et éventuellement, sur les surcharges qu'il porte ; elle transmet ces efforts aux appuis.

Il faut tout d'abord que les poutres-maîtresses soient elles-mêmes en état de reporter sur la poutre de contreventement les efforts qu'elles subissent directement ; il est donc indispensable de compléter le contreventement longitudinal unique par un contreventement transversal, car les poutres-maîtresses n'ayant pas une rigidité transversale suffisante seraient incapables d'assurer la transmission des efforts en cause.

Quelle que soit la nature du pont, le contreventement longitudinal unique est toujours placé au niveau du tablier. Il est donc constitué par une poutre droite horizontale.

Les membrures de cette poutre sont constituées, soit par les membrures inférieures seules (ponts à tablier inférieur), soit par les membrures supérieures seules (ponts à tablier supérieur), soit par l'ensemble des poutres elles-mêmes (ponts à tablier intermédiaire dont les poutres-maîtresses sont de faible hauteur)

Son âme peut être formée par une triangulation, ou par la couverture du tablier, lorsqu'elle est suffisamment rigide (couverture métallique, en maçonnerie, en béton armé), et qu'elle s'étend d'une ferme à l'autre.

Dans ce dernier cas, il faut avoir soin de la relier aux membrures par des assemblages dont la résistance soit suffisante pour transmettre les efforts correspondants.

On sait que, si T est l'effort tranchant dans une section quelconque, la valeur de l'effort de glissement total qui s'exerce à la jonction de l'âme et des membrures d'une poutre à âme pleine est égale, d'une manière approchée à $\left|\frac{T}{2a}\right|$ par unité de longueur, $2a$ désignant la hauteur de la poutre, qui est ici l'écartement des poutres-maîtresses d'axe en axe. Ces efforts sont évidemment égaux et de sens contraire pour les deux membrures : ils forment un couple dont l'axe est T par unité de longueur.

Lorsque la poutre de contreventement comporte une triangulation, celle-ci est généralement formée de panneaux à Croix de Saint-André, dont les montants sont constitués par les pièces de pont.

Les efforts du vent peuvent en effet s'exercer soit sur l'une, soit sur l'autre face du pont, et une triangulation simple conduirait à donner aux barres qui la composent une section relativement importante, en raison du renversement des efforts qu'elles auraient à subir.

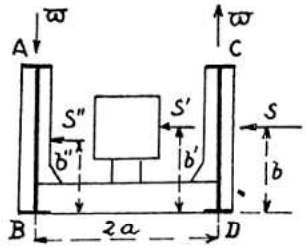
On peut également employer une triangulation en K, dans laquelle le calcul des efforts est plus sûr.

Si T désigne l'effort tranchant dans un panneau, et si d représente la longueur du panneau, les actions longitudinales exercées par la triangulation sur les membrures ont sensiblement pour valeur $\left|\frac{Td}{2a}\right|$. Ils sont égaux et de sens contraire pour les deux membrures et forment un couple dont l'axe est Td.

Il est très rare que l'on considère la poutre de contreventement comme une poutre échelle, dont les montants seraient les pièces de pont; une pareille conception ne serait admissible que si on reliait celles-ci aux membrures des poutres-maîtresses par des goussets horizontaux très développés, et suffisamment rigides.

a) Ponts à travée indépendante

Nous indiquerons comment on tient compte de la présence du contreventement dans le cas d'un pont de chemin de fer à tablier inférieur.



Soient S, S', S'', les valeurs par unité de longueur, des pressions constantes ou variables, concernant respectivement la poutre au vent, les véhicules, et la poutre sous le vent.

Nous admettrons, ce que l'on peut démontrer[1], que les efforts supportés par les poutres-maîtresses et par la

(1) Voir de Fontviolant - Résistance des Matériaux, Tome III, pages 26 et suivantes.

poutre de contreventement sont les mêmes que si ces poutres ne reagissaient pas les unes sur les autres. C'est une propriété intrinsèque du contreventement longitudinal simple associé à un contreventement transversal

Dans ces conditions, la poutre de contreventement doit supporter, à elle seule, la charge $S + S' + S''$; on la calcule donc en conséquence, comme une poutre droite, reposant, à ses deux extrémités sur des appuis simples.

Si nous considérons maintenant l'ensemble des poutres, comme les réactions horizontales des culées ne sont pas dans le même plan que les pressions exercées par le vent (S, S', S''), l'ouvrage se trouve soumis dans chacune de ses sections droites, à un couple de torsion.

Si la ligne des appuis est la droite BD, le couple de torsion élémentaire rapporté à l'unité de longueur a pour valeur $Sb + S'b' + S''b''$.

On convient de le remplacer par un couple equivalent dont les forces sont dirigées suivant les plans principaux (ici verticaux) des poutres-maîtresses, et ont pour valeur:

$$\varpi = \frac{Sb + S'b' + S''b''}{2a}$$

On désigne souvent ϖ sous le nom de "charge équivalente à l'effet duvent".

Il est bien évident que la poutre CD, qui est au vent, est soulagée de ϖ par mètre courant, et que la poutre AB, qui est sous le vent, est surchargée de ϖ par mètre courant.

On déterminera les efforts produits par la charge ϖ, tant dans les membrures que dans la triangulation.

Enfin, on déterminera les élements CD du contreventement transversal, de manière que, travaillant comme des consoles encastrées sur les pièces de pont, ils soient suffisamment robustes pour résister aux efforts $\underline{S}d$ afférents à une longueur $\underline{d}$ égale à la distance entre deux pièces de pont, sans déformation importante

Si la poutre est à âme pleine, ces éléments sont constitués à partir des raidisseurs d'âme placés à l'aplomb de chaque pièce de pont; si la poutre est triangulée, ils sont constitués par les montants eux-mêmes dans le système Pratt et dans la triangulation en K; dans la triangulation Warren, ils sont formés par les diagonales.

En résumé, si l'on envisage seulement les circonstances les plus défavorables:

1°) la poutre de contreventement longitudinal doit supporter par unité de longueur l'effort $S + S' + S''$.

Soit n_1 la contrainte relative à une section déterminée de ses membrures.

2°) Chaque poutre-maîtresse doit supporter par unité de longueur la charge ϖ; soit n_2 la contrainte correspondante dans la même section des membrures.

3°) La contrainte de la membrure inférieure de la poutre sous le vent est $n_1 + n_2$, cette membrure étant un élément commun à la poutre-maîtresse et à la poutre de contreventement:

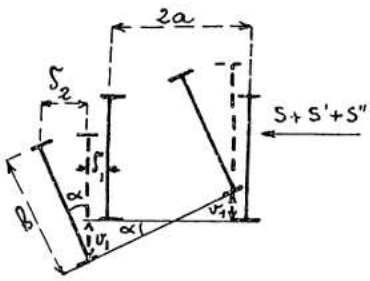
4°) Chaque organe vertical du contreventement transversal, travaillant en

console, doit pouvoir supporter l'effort S d correspondant à la longueur d'un panneau.

Ordre de grandeur de la déformation latérale des membrures supérieures.

La déformation latérale des membrures supérieures sous l'action du vent est dûe à deux causes : la déformation par flexion de la poutre de contreventement, et la déformation dûe au déversement, sous l'influence du couple de torsion.

On peut aisément déterminer l'expression analytique et l'ordre de grandeur de cette déformation dans le cas où l'on suppose la somme S + S' + S'' constante sur toute la longueur du pont, le moment d'inertie de la poutre de contreventement constant, ainsi que le moment d'inertie des poutres-maîtresses.



Soit l la portée des poutres-maîtresses ; le fléchissement horizontal de la poutre de contreventement dont le moment d'inertie est I' et dont la portée est également l a pour valeur maximum :

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{(S+S'+S'')\,l^4}{EI'}$$

D'autre part, la déformation verticale produite par la charge équivalente ϖ est

$v_1 = \frac{5}{384} \frac{\varpi\, l^4}{EI}$ (I : moment d'inertie d'une poutre-maîtresse).

L'angle de rotation correspondant α, étant faible est tel que :

$$\sin\alpha \# \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_1}{a}$$

La limite supérieure de la déformation horizontale des membrures supérieures est donc :

$$\delta_2 = b \cdot \sin\alpha = \frac{b}{a} \times \frac{5}{384} \frac{\varpi\, l^4}{EI}$$

Le déplacement total a pour expression : $\delta = \delta_1 + \delta_2$, c'est-à-dire

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{l^4}{EI'} \left[(S+S'+S'') + \frac{b\varpi}{a} \times \frac{I'}{I} \right]$$

Supposons que les points d'application des forces S, S', S'' sont dans le même plan horizontal, tel que $b = b' = b'' = \frac{b}{2}$; alors $\varpi = \frac{(S+S'+S'')\,b}{4a}$. D'autre part, on peut prendre approximativement $I' = 2\omega a^2$, $I = \frac{\omega b^2}{2}$, ω étant la section de chaque membrure.

On a alors $\frac{b\varpi}{a} \times \frac{I'}{I} = S + S' + S''$, et

$$\delta = 2\delta_1$$

La flexion de la membrure supérieure est le double de la flexion de la membrure inférieure.

Ces calculs ne représentent évidemment qu'une approximation assez grossière ; mais ils mettent en évidence ce fait que la déformation transversale peut être assez importante pour qu'il y ait lieu de craindre le

flambement de la membrure supérieure, qui est comprimée.

Cas des ponts de grande hauteur.

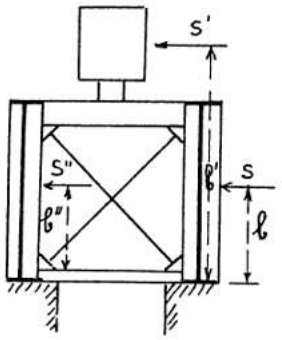
Le contreventement qui vient d'être décrit ne conviendrait pas pour des poutres droites de très grande portée, et par conséquent de grande hauteur, parce que les moments de flexion, développés dans les montants seraient très élevés; la pression du vent par unité de longueur croît en effet avec la hauteur h, et les moments de torsion croissent beaucoup plus rapidement, car ils contiennent un terme en h^2. Pour des valeurs importantes de h, on aurait donc des déformations importantes des montants, et une déviation angulaire considérable des poutres-maîtresses.

Ainsi se trouve justifiée la transformation du contreventement transversal avec cadre ouvert en contreventement transversal avec cadre fermé muni au non d'une triangulation.

La stabilité de chacun de ces cadres peut être étudiée suivant la méthode que nous indiquons plus loin à propos du calcul des portiques.

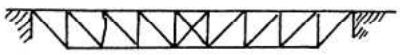
Ponts à tablier supérieur.

En Europe, les appuis des ponts à tablier supérieur sont presque toujours placés aux extrémités des membrures inférieures.

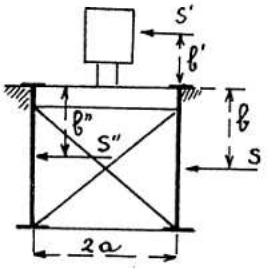


Il n'y a que pour les très petits ouvrages que l'on fait usage du contreventement en ⌴. Dans les autres cas, on relie les poutres par des panneaux triangulés qui, à résistance égale, sont moins lourds et moins déformables que le cadre rigide.

Lorsque la poutre se termine en biseau, comme dans la figure ci-contre, les appuis se trouvent au niveau des membrures supérieures.



Dans ce cas, la charge équivalente au couple de torsion dû à l'effet du vent se calcule évidemment par la relation



$$w = \frac{s'b' - sb - s''b''}{2a}$$

Il se peut alors que la poutre au vent soit surchargée, et la poutre sous le vent, soulagée. C'est en particulier, ce qui se produit quand aucune surcharge n'est sur le pont.

b) Ponts à travées solidaires.

Travées solidaires continues.

On peut appliquer sans changement, aux ponts à travées solidaires continues, tout ce qui a été dit à propos des ponts à travée indépendante. La seule différence est que la poutre de contreventement longitudinal est elle-même une poutre à travées solidaires continues.

au droit de chaque appui intermédiaire, il faut prévoir un ⌴ de contreventement transversal renforcé, de manière à limiter plus efficacement les déplacements horizontaux de la membrure qui ne se trouve pas dans le plan des appuis. Lorsque la hauteur de la poutre le permettra, on remplacera l'⌴ par un cadre fermé, si le pont est à tablier inférieur.

Travées solidaires discontinues.

La poutre de contreventement longitudinal est formée de tronçons de poutres consoles et de travées indépendantes, si le pont est discontinu pour les efforts horizontaux dans les sections où il est discontinu pour les charges verticales.

La poutre de contreventement longitudinal des poutres-consoles est alors elle-même une poutre-console, qui peut, d'ailleurs, recevoir la réaction d'une poutre de contreventement de travée indépendante, reliée à son extrémité par articulation.

Le contreventement transversal d'une console, associé à la poutre de contreventement longitudinal, comporte toujours un portique de butée, placé dans la section d'appui.

Mais on peut envisager le cas où la continuité est réalisée pour les efforts horizontaux dans les sections mêmes où le pont est discontinu pour les charges verticales ; en d'autres termes, dans ces sections, la transmission des moments fléchissants dûs aux forces horizontales est assurée, tandis que le moment fléchissant dû aux charges verticales reste constamment nul : nous en verrons une réalisation dans le cas du contreventement des arcs (Pont de la Roche-Bernard).

2°. Poutres de hauteur variable.

Dans ce cas, les forces S, S', S'', envisagées précédemment, ne sont pas constantes sur toute la longueur du pont, non plus que le couple élémentaire de torsion ; il convient d'en tenir compte dans les calculs ; mais ce fait n'introduit aucune autre modification aux considérations qui précèdent.

Contreventement longitudinal double sans contreventement transversal

Il se peut que, dans certaines circonstances la poutre de contreventement longitudinal unique placée au niveau du tablier ne puisse être exécutée que moyennant un renforcement coûteux et difficile des

membrures (pont très long et très étroit), ou que le contreventement transversal associé à cette poutre exige lui-même une dépense importante de métal (poutres très hautes et très exposées). Dans les deux cas, d'ailleurs, le déversement transversal des membrures supérieures peut être excessif.

On peut alors utiliser le dispositif de contreventement longitudinal double qui comporte deux poutres de contreventement,(1) reliant respectivement les membrures supérieures, et les membrures inférieures des poutres-maîtresses; on réalise ainsi une poutre tubulaire, qui est susceptible de résister à la fois aux charges verticales et à des forces horizontales.

1° Poutres de hauteur constante

a) Ponts à travées indépendantes

Dans le cas d'un pont à tablier inférieur, par exemple, si le contreventement longitudinal supérieur est suffisant pour résister aux efforts du vent supportés par les membrures supérieures ou reportés sur elles par la triangulation le contreventement transversal devient inutile. Mais il est indispensable que la poutre de contreventement longitudinal supérieur prenne appui à ses extremités sur des portiques, capables de supporter les réactions correspondantes sans déformations importantes, ainsi qu'on va le voir.

Supposons que, dans chaque section, les 4 membrures soient égales, ce qui est toujours sensiblement réalisé; les déformations d'une poutre de hauteur constante dépendant peu de sa triangulation, les courbures des deux poutres de contreventement déformées seront sensiblement proportionnelles à leurs charges.

En raison de la presence du tablier, les efforts du vent reportés sur la poutre de contreventement inférieur sont notablement plus grands que ceux qui sont supportés par la poutre de contreventement supérieur. La déformation de cette dernière, supposée isolée, est donc plus faible que celle de la poutre de contreventement inférieur.

Envisageons deux cas extrêmes:

Supposons d'abord que tous les montants (2), y compris les montants d'extrémité, ont la même rigidité, que nous supposerons assez faible.

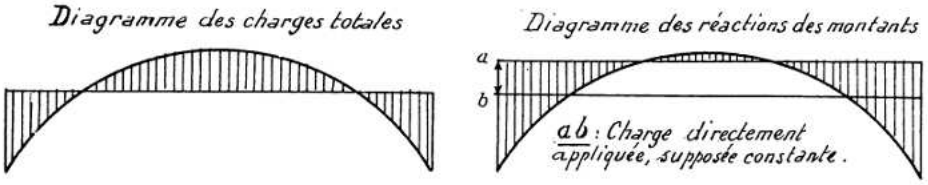
Les appuis extrêmes de la poutre supérieure sont alors très flexibles, tandis que ceux de la poutre inférieure sont invariables. Or, les réactions produites par les montants sur la poutre supérieure sont proportionnelles aux différences des deplacements horizontaux des 2 poutres de contreventement. Leurs composantes horizontales peuvent donc être representées, comme elles-mêmes par une fonction qui décroît régulièrement depuis les extrémités du pont jusqu'au milieu de la portée.

La charge totale supportée dans son plan moyen par la poutre supérieure dans chaque

(1) La poutre de contreventement voisine du tablier pouvant être constituée par la couverture et les membrures des poutres-maîtresses

(2) On fait abstraction des autres barres de triangulation pour simplifier le langage.

section est la somme algébriques des charges qui lui sont directement appliquées (très sensiblement constantes sur toute la longueur du pont) et des composantes horizontales des réactions des montants; cette poutre étant en équilibre, la somme totale de ces forces est nulle. Si donc on porte



en abscisses les diverses sections, et en ordonnées les charges totales supportées, on obtiendra une courbe dont l'aire algébrique est nulle.

Les charges directement appliquées étant toutes de même sens, il faut que, tout au moins sur une partie de la longueur de la poutre, les réactions des montants soient de sens contraire. Par conséquent, au voisinage des appuis, la poutre de contreventement supérieur charge les montants, qui reportent une partie des efforts qu'elle supporte sur la poutre de contreventement inférieur. Il se peut que, dans la partie centrale, elle soulage la poutre de contreventement inférieur; ceci dépend de la position de la ligne de référence déterminée par la grandeur des charges directement appliquées. Dans tous les cas, la poutre de contreventement supérieur ne peut soulager que partiellement la poutre de contreventement inférieur.

Supposons maintenant que les montants d'extrémité ont une rigidité considérable vis-à-vis des montants courants.

Le déplacement relatif des deux poutres de contreventement est alors nul aux extrémités, ou tout au moins négligeable; dans l'intervalle, la poutre inférieure est plus déformable que la poutre supérieure.

Il en résulte que les montants reportent une partie des charges de la poutre de contreventement inférieur sur la poutre de contreventement supérieur, qui interviendra alors pour soulager la première sur toute sa longueur.

Les extrémités de la poutre de contreventement supérieur devront donc être reliées à des portiques pratiquement indéformables.

On peut démontrer, ici encore, que les efforts supportés par les poutres-maîtresses et par les deux poutres de contreventement sont les mêmes que si ces poutres ne réagissaient pas les unes sur les autres, sous la réserve toutefois que les triangulations des 4 poutres aient chacune une section et une orientation constantes sur toute la longueur du pont, on puissent être considérées comme telles, avec un degré d'approximation suffisant.

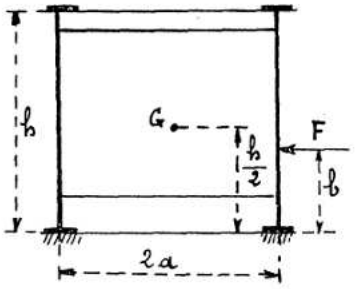
Dans les autres circonstances, les indications qui précèdent restent valables pour les moments fléchissants, qui peuvent être déterminés par la statique, mais ne le sont plus pour les efforts tranchants qui ne peuvent être calculés qu'en faisant intervenir les déformations.

Mais les forces de liaison dûes à la triangulation étant généralement peu importantes, on simplifie habituellement le calcul en faisant

abstraction de la réserve indiquée ci-dessus.

Dans ces conditions, et dans le cas envisagé d'un pont à tablier inférieur, on fera supporter à la poutre de contreventement inférieur tous les efforts appliqués au tablier, la moitié des efforts appliqués aux barres de triangulation, et les efforts appliqués au train s'il y a lieu. Or la poutre de contreventement supérieur, on fera supporter l'autre moitié des efforts appliqués aux barres de triangulation, et les forces directement appliquées à la membrure supérieure.

On remarquera que, dans le cas du double contreventement longitudinal le couple de torsion est de beaucoup moindre que dans le cas du contreventement longitudinal simple, toutes choses étant égales par ailleurs; l'effet du vent sur les véhicules donne bien toujours naissance à un couple de torsion de même grandeur parce qu'on le suppose reporté à la couverture, qui fait partie de la poutre de contreventement inférieure; mais les efforts exercés sur les poutres-maîtresses ne donnent lieu à un couple de torsion que si leur résultante ne passe pas par le centre de gravité des 4 membrures G.



Soit b la distance verticale entre les centres de gravité des membrures, F_s la charge horizontale appliquée à la poutre de contreventement supérieur par unité de longueur, F_i celle qui est appliquée à la poutre de contreventement inférieur. Leur résultante $F = F_i + F_s$ est appliquée à la distance b de la ligne des appuis telle que $b = \frac{F_s}{F} h$

Il y correspond un couple de torsion $F\left(\frac{h}{2} - b\right) = \frac{h}{2}\left(F_i - F_s\right)$, qui s'annule si $b = \frac{h}{2}$

Les poutres-maîtresses supportent la charge équivalente à ce couple, soit $\varpi = \frac{h(F_i - F_s)}{4a}$

La différence $(F_i - F_s)$ varie peu avec la hauteur de la poutre, sa variation ne provenant que de celle de la hauteur de l'âme des membrures et de celle de l'épaisseur de leurs semelles; ϖ est donc très sensiblement proportionnelle à h.

Il n'y a aucune difficulté à évaluer, dans tous les cas de position du tablier par rapport aux poutres-maîtresses et de position des appuis par rapport aux membrures, les charges horizontales appliquées aux poutres de contreventement et les charges équivalentes au couple de torsion, ainsi que leur sens.

Déformation latérale du pont.

Il est bien évident que, toutes choses étant égales par ailleurs, la déformation latérale est beaucoup plus faible dans un pont à double contreventement longitudinal, que dans un pont à simple contreventement longitudinal. Si les charges horizontales se répartissaient également entre les deux poutres de contreventement, elle n'en serait que la moitié.

D'autre part, le déversement transversal du pont étant proportionnel à ω, donc au couple de torsion, sera très réduit quand le pont sera à tablier inférieur, reposant sur ses appuis par ses membrures inferieures, ou à tablier supérieur reposant sur ses appuis par ses membrures supérieures.

Il n'en serait pas de même si le tablier, étant supérieur, reposait sur ses culées par ses membrures inférieures, car dans ce cas, le couple $S'b'$ provenant des surcharges pourrait atteindre une valeur assez élevée.

b) Ponts à travées solidaires

Travees solidaires continues.

La poutre de contreventement longitudinal non accolée au tablier est alors une poutre continue, comme celle qui est accolée au tablier.

Il faut donc prevoir un portique de butée très rigide sur chaque pile intermédiaire et sur chaque culée, pour transmettre aux appareils d'appui correspondants la résultante horizontale des poussées provenant de cette poutre. Cette précaution, indispensable, évite une torsion exagerée de l'ossature et une aggravation de la charge équivalente.

Dans le calcul de ses élements on devrait tenir compte de la déformation élastique des appuis formes par les portiques ; mais on s'en dispense ordinairement, en raison de la grande rigidité qu'on leur attribue.

Sous la réserve indiquée précédemment à propos de la travée indépendante, on peut déterminer les efforts dans les membrures comme si les poutres-maîtresses et les poutres de contreventement ne réagissaient pas les unes sur les autres

Mais il n'en est plus de même pour les efforts dans les barres de triangulation, parce que les liaisons qui existent entre les 4 poutres ont en ce qui les concerne une influence non négligeable.

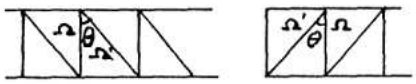
Les travaux de M. de Fontviolant l'ont conduit au résultat suivant : Soient T, T', T'' les efforts tranchants produits dans une section déterminée de la travée l_i de la poutre-maîtresse sous le vent, de la poutre de contreventement supérieur et de la poutre de contreventement inférieur. Soient, d'autre part $\theta, \theta', \theta''$ les efforts tranchants correspondants dans la même section, dans le cas où la travée l_i serait supposée indépendante du reste du pont, désignons par $M'_i, M''_i, M'_{i-1}, M''_{i-1}$ les moments sur appuis des poutres de contreventement, calculés en les supposant indépendantes l'une de l'autre.

Si $2a$ représente la distance d'axe en axe des poutres-maîtresses, b la distance verticale des poutres de contreventement, S, S', S'' les sections des 3 poutres supposées à âme pleine, on a:

$$\begin{cases} T = \theta - \dfrac{a}{l_i} \dfrac{\dfrac{M'_i - M'_{i-1}}{S'} - \dfrac{M''_i - M''_{i-1}}{S''}}{\dfrac{b}{S} + \dfrac{2a^2}{b}\left(\dfrac{1}{S'} + \dfrac{1}{S''}\right)} = \theta + C_i \\ T' = \theta' + \dfrac{M'_i - M'_{i-1}}{l_i} + \dfrac{2a}{b} C_i \\ T'' = \theta'' + \dfrac{M''_i - M''_{i-1}}{l_i} - \dfrac{2a}{b} C_i \end{cases}$$

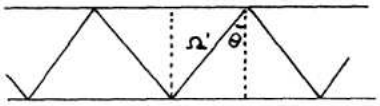
Lorsque les 3 poutres sont triangulées, on peut, par approximation, remplacer les triangulations par des âmes pleines ayant la même élasticité transversale ; les sections de ces âmes sont alors définies de la manière suivante:

E et G étant respectivement les coefficients d'élasticité longitudinale et d'élasticité transversale, on a, pour les systèmes triangulés ci-après, Ω et Ω' désignant respectivement les sections du montant et de la diagonale relatifs à un panneau de poutre Pratt ou Howe :



$$S = \frac{E}{G}\,\frac{\Omega\,\Omega' \sin\theta \cos^2\theta}{\Omega + \Omega' \cos^3\theta}$$

pour la partie comprise entre les nœuds d'extrémité de la diagonale d'une poutre Warren:

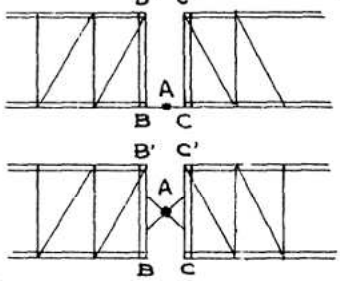


$$S = \frac{E}{G}\,\Omega' \sin\theta \cos^2\theta$$

Travées solidaires discontinues.

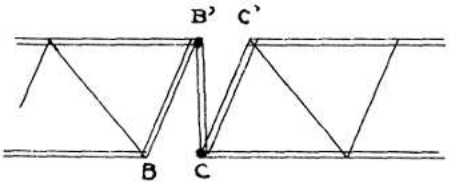
Supposons d'abord que la discontinuité soit réalisée pour les deux poutres de contreventement dans les sections comportant la discontinuité pour les charges verticales.

Si la discontinuité pour les charges verticales est réalisée au moyen d'une articulation A placée au niveau du tablier, auquel est accolée l'une des poutres de contreventement, il faut que chacun des abouts des tronçons qui constituent la poutre de contreventement supérieur soit muni d'un portique : BB' ou CC', qui transmettra à la poutre accolée au tablier, les efforts tranchants provenant de l'autre poutre de contreventement, par l'intermédiaire d'un goujon à axe vertical.



Si l'articulation A est placée à mi-hauteur des poutres-maîtresses, la transmission des efforts horizontaux dûs au vent sera assurée par l'intermédiaire de 2 portiques, BB' et CC', reliant les membrures de chaque tronçon, et réunis au milieu de leur hauteur au droit de l'articulation A par un goujon à axe vertical convenablement disposé.

Ses goujons à axe vertical doivent être situés dans le plan vertical passant par les goujons horizontaux, et au même niveau.



Si l'articulation est réalisée au moyen d'une bielle à têtes sphériques articulée à ses deux extrémités, en B' avec la membrure supérieure de l'un des tronçons, en C avec la membrure inférieure de l'autre, il faut munir les extrémités des tronçons de portiques d'about BB' et CC' ; de plus, les bielles des poutres-maîtresses doivent former un cadre rigide, capable de résister sans déformation importante aux moments de flexion dûs à la charge horizontale transmise d'un tronçon à l'autre.

Si une seule des deux poutres de contreventement était discontinue, les portiques d'about des tronçons seraient encore nécessaires pour

transmettre les efforts de la poutre discontinue à la poutre continue. Mais ils deviendraient inutiles si la continuité des deux poutres de contreventement était assurée ; dans le cas d'articulation avec bielles, il serait inutile de relier celles-ci par un cadre rigide.

2° Poutres de hauteur variable.

a) Ponts à travée indépendante

Nous n'envisagerons ici que le cas des poutres triangulées, les poutres à âme pleine étant rarement de hauteur variable, et ne comportant pas ordinairement de double contreventement longitudinal.

On peut alors constater que, très généralement, les surfaces offertes au vent par la poutre restent sensiblement constantes sur toute sa longueur [1], car la largeur des montants et des diagonales décroît au moins aussi rapidement que leur longueur croît, tandis que les surfaces des membrures et du tablier frappées par le vent restent à peu près invariables.

Mais, contrairement à ce qui se passe dans les poutres de hauteur constante, la distance $\underline{b}$ du point d'application de la pression du vent sur une poutre au plan de ses appuis varie avec la hauteur ; on peut la mettre sous la forme $b = A + Bh$, A et B étant deux quantités sensiblement constantes.

Le contreventement longitudinal double est celui qui convient essentiellement aux poutres de hauteur variable ; car, comme elles sont employées pour les ouvertures importantes, la valeur maximum de $\underline{b}$ est grande, ainsi que le couple de torsion élémentaire $\underline{S}\underline{b}$: les déformations latérales des poutres-maîtresses dûes à ce couple pourraient devenir dangereuses avec un contreventement longitudinal unique, si des oscillations étaient provoquées par des rafales.

Ici, ce mode de contreventement atténue encore les couples de torsion, mais ne peut pas les supprimer complètement, parce que la membrure supérieure lui étant accolée, elle forme une surface cylindrique à génératrices horizontales.

Nous avons vu précédemment que l'expression algébrique approchée du couple élémentaire de torsion est $d\tau = -M \frac{d^2 b}{dx^2} dx$

On tiendra compte de son effet sur les poutres-maîtresses en considérant la "charge équivalente", appliquée à chacune des poutres-maîtresses. Si $2\underline{a}$ est leur écartement, la charge élémentaire équivalente sera dans

---

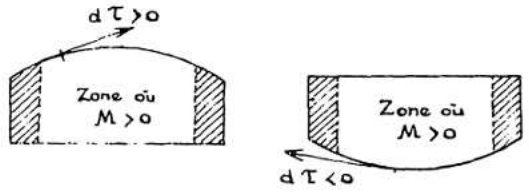
(1) Sauf au voisinage des extrémités, lorsque la hauteur y est nulle.

la section d'abscisse x :

$$d\varpi = \frac{-M}{2a} \frac{d^2 b}{dx^2} dx$$

Au voisinage des extrémités, en raison de l'encastrement sur les portiques, M est négatif ; il est positif ailleurs.

Si le pont est à tablier inférieur, $\frac{d^2b}{dx^2}$ étant négatif, la poutre au vent est déchargée de $d\varpi$ dans la zone où M est positif et surchargée dans celle où M est négatif. Ce serait l'inverse pour un pont à tablier supérieur.

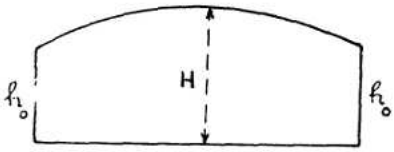


Cet effet particulier doit être ajouté à ceux que l'on a signalés dans le cas où les deux poutres de contreventement sont rectilignes.

Remarques.

I - Nous rappellerons ici qu'il vaut mieux adopter une membrure curviligne circulaire à cause de l'aspect du contreventement longitudinal correspondant, et de la facilité de la construction.

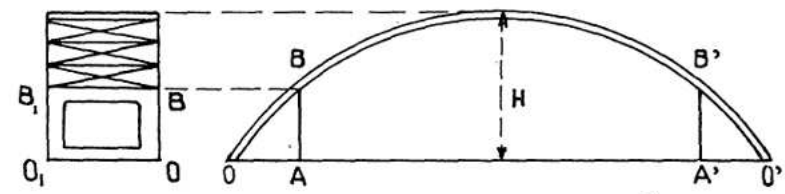
II - Envisageons une poutre droite symétrique, dont la membrure supérieure curviligne est telle que la hauteur de la poutre soit H dans sa section médiane, et h_0 au droit des appuis.



Le couple élémentaire de torsion est d'autant plus considérable que la courbure est plus grande ; donc pour une portée donnée l et une hauteur maximum donnée H, plus h_0 est petit. On a donc intérêt, au point de vue de la résistance au vent, à ne pas réduire exagérément la hauteur h_0 au droit de chaque appui.

Toutefois, dans les travées indépendantes du type "bow-string" ou "arc à tirant" dont la membrure supérieure n'est pas triangulée, il n'est pas possible de terminer le contreventement supérieur par des portiques verticaux, puisque la hauteur de ces poutres est nulle sur les appuis. On incline alors ces portiques, et on les fait coïncider avec les extrémités des membrures supérieures, suivant OB et O'B'.

Cela revient à compléter dans la poutre de contreventement longitudinal curviligne, la triangulation qui règne entre B et B' par un cadre rigide ; il faut alors renforcer les éléments de membrure OB et O_1B_1 car ils jouent le rôle de montants du cadre rigide, et subissent, en conséquence, une flexion qui peut être importante.



b) Ponts à travées solidaires

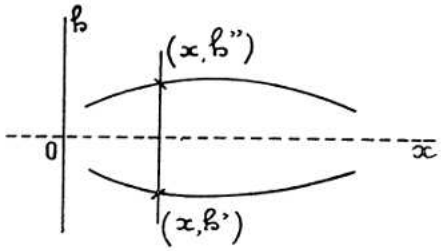
Tout ce que nous avons dit au sujet des ponts à travées solidaires à poutres de hauteur constante s'applique quand les poutres de hauteur variable.

Une seule remarque nouvelle concerne le couple élémentaire de torsion.

Dans les poutres cantilever, le sens de la courbure d'une même membrure varie souvent suivant la région de la poutre envisagée ; il en résulte, indépendamment de ce qui a été dit précédemment, que pour une direction donnée du vent, la charge élémentaire équivalente peut fort bien surcharger l'une des poutres-maîtresses dans une région déterminée, et la soulager dans une autre, pour un même signe de moment fléchissant.

On rencontre parfois, dans les Cantilever des poutres de hauteur très variable, dans lesquelles les membrures sont situées de part et d'autre du tablier, qui est rectiligne et disposé de manière à ne jouer aucun rôle dans le contreventement.

Si les membrures sont à courbures opposées et comportent chacune une poutre de contreventement longitudinal, et si l'on désigne par M' et M'' les moments fléchissants afférents aux deux poutres de contreventement et correspondant à une même section d'abscisse x, le couple élémentaire de torsion a pour valeur :



$$-\left[M' \frac{d^2 f'}{dx^2} + M'' \frac{d^2 f''}{dx^2}\right] dx.$$

Si les deux poutres sont symétriques par rapport au tablier, on aura :

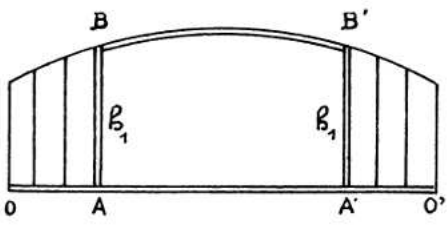
$$M' = M'', \quad \frac{d^2 f'}{dx^2} = \frac{-d^2 f''}{dx^2}$$

et le couple élémentaire de torsion, comme la charge élémentaire équivalente, seront nuls pour toutes les sections. On se passera donc, à ce point de vue particulier des effets du vent, comme si la poutre était de hauteur constante.

Contreventement mixte

On emploie parfois, avec les poutres de hauteur variable un contreventement dit <u>mixte</u>, qui consiste à utiliser le contreventement longitudinal double dans les régions de l'ouvrage où la hauteur laissée libre pour la circulation le permet, et le contreventement longitudinal unique avec contreventement transversal, dans les autres régions.

Ce mode de contreventement est recommandable, en particulier, pour la travée indépendante, dans le cas où la hauteur des poutres-maîtresses sur les appuis ne permet pas d'y installer des portiques de butée.



La poutre curviligne de contreventement supérieur est alors butée à ses extrémités sur deux portiques AB, A'B'.

Pour calculer un pareil système, on applique à chacun des types de contreventement les méthodes exposées précédemment.

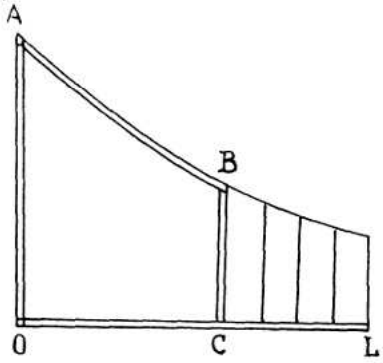
Les portiques AB et A'B' supportent en B et B' les réactions R_B et $R_{B'}$ provenant de la poutre curviligne BB', et, en raison de sa courbure, les couples d'encastrement

de flexion et de torsion dont il conviendra de tenir compte dans leur calcul.

D'autre part, ils transmettent à la poutre 00' de contreventement longitudinal inférieur en A et en A' les charges horizontales R_B et $R_{B'}$; aux poutres-maîtresses sont transmises les charges équivalentes aux couples $b_1 R_B$ et $b_1 R_{B'}$, c'est-à-dire

$$\frac{b_1 R_B}{2a} \quad \text{et} \quad \frac{b_1 R_{B'}}{2a}$$

Les couples d'encastrement de la poutre cylindrique BB' imposent des flexions locales à la poutre de contreventement 00' en A et en A' ; ils déchargent au droit des portiques, la poutre-maîtresse sous le vent et chargent la poutre au vent.



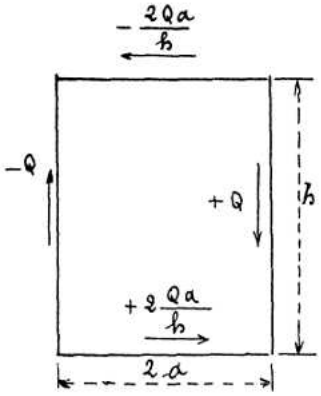
Dans les ponts à travées solidaires discontinues, l'extrémité libre CL d'une console est toujours celle qui ne comporte qu'un contreventement longitudinal unique associé avec un contreventement transversal. Dans ce cas, on peut se contenter d'un seul portique de butée, dans la section d'encastrement OA, à moins que l'on ait une raison de reporter sur la poutre de contreventement supérieur, au moyen d'un portique BC, une fraction des efforts horizontaux supportés par la poutre de contreventement inférieur régnant sur toute la longueur de la console.

Contreventement complet

Lorsqu'un pont comporte un double contreventement longitudinal, sans contreventement transversal, mais avec portiques de butée sur les appuis, les sections correspondantes des 4 membrures forment un rectangle au cours des déformations, mais les sections intermédiaires forment un parallélogramme. Il peut en résulter, dans les grands ouvrages, des efforts importants dans les assemblages mutuels des 4 poutres formant la poutre tubulaire, et dans les éléments qui y aboutissent.

Pour que les sections intermédiaires conservent une forme rectangulaire, il est nécessaire d'adjoindre un contreventement transversal au double contreventement longitudinal, et de réaliser ainsi un contreventement <u>complet</u>.

Les éléments du contreventement transversal seront : les montants des poutres-maîtresses et des poutres de contreventement longitudinal, convenablement renforcés et reliés par des goussets d'assemblage : souvent, l'un des éléments est constitué par la pièce de pont correspondante.



Le problème de la répartition des efforts dûs au vent entre les 3 organes du contreventement est notablement plus compliqué que les précédents ; on peut néanmoins le ramener au problème du double contreventement longitudinal, en supposant que chaque cadre du contreventement transversal reste rectangulaire au cours des déformations de l'ouvrage.

Si l'on considère un cadre transversal quelconque, les réactions qu'il exerce sur les poutres-maîtresses et sur les 4 poutres de contreventement sont dirigées suivant ses 4 côtés.

En effet, l'expérience le montre, chacune de ces poutres

reste sensiblement plane au cours des déformations ; or, en raison de leur constitution, elles sont incapables de supporter, sans déformations importantes, des forces perpendiculaires à leur plan. C'est donc qu'elles ne supportent que des forces qui y sont contenues. On peut en dire autant des cadres de contreventement transversal ; par conséquent, les réactions mutuelles des poutres et d'un cadre sont dirigées suivant leurs droites d'intersection.

On peut donc supprimer chacun des cadres transversaux, en appliquant respectivement à chacune des poutres les réactions dirigées suivant les côtés, qu'il exerce sur elles. Le cadre étant en équilibre, les réactions dirigées suivant les côtés parallèles forment des couples ; l'équation des moments montre que ces couples doivent être égaux et de signe contraire. Si Q désigne la grandeur des réactions **verticales**, celle des réactions horizontales sera par conséquent $\frac{2Qa}{b}$.

Le problème revient donc à déterminer la force Q relative à chaque entretoisement.

Pour y parvenir, M. de Fontviolant suppose que les cadres sont infiniment voisins, et que, par conséquent, les réactions isolées Q sont assimilables à une réaction continue d'intensité q. Tenant compte de l'invariabilité de la forme rectangulaire d'une section transversale quelconque du pont, que l'on exprime analytiquement en écrivant que l'une des diagonales ne subit aucune variation de longueur sous l'action du vent (a et b étant supposés constants), il obtient une équation différentielle du second ordre, qui permet d'exprimer q au moyen des fonctions hyperboliques.

Des formules et des abaques permettent de mener à bonne fin les calculs complets concernant la travée indépendante et les ponts à travées solidaires.(1)

Voici une méthode plus simple,(2) (mais qui comporte une hypothèse supplémentaire), qui peut tout au moins servir de guide pour les déterminations préliminaires des différents éléments du contreventement.

Nous supposerons la section du pont symétrique par rapport au centre du rectangle constituant un cadre transversal, et la hauteur des poutres constante.

Soit F la valeur algébrique de l'effort total du vent sur l'ouvrage afférent à une longueur égale à la distance de deux cadres, parallèle à Az.

Décomposons la force F en deux forces égales à $\frac{F}{2}$ appliquées à chacune des poutres de contreventement et un couple d'axe – Fα, ($\frac{b}{2}+\alpha$ étant la cote de son point d'application), appliqué à un cadre d'entretoisement A'B'C'D'.

Ce couple peut lui-même être décomposé en 2 autres, dont les forces sont portées par les côtés du cadre. Soient φ et ψ les valeurs algébriques de ces forces pour la poutre-maîtresse au vent et la poutre de contreventement supérieur.

On aura : $-2\varphi a + \psi b = F\alpha$.

Le système des forces $\frac{F}{2}$, φ, $-\varphi$, ψ, $-\psi$, $\frac{F}{2}$, est équivalent à la force F, et les 3 équations d'équilibre statique sont satisfaites.

---

(1) Tome III. Pages 77 à 187.

(2) Applications de la statique graphique - Koechlin.

Les déformations qui se produisent sous l'action de ces couples vont permettre d'écrire une seconde relation permettant de déterminer φ et ψ.

Soient 2 cadres voisins ABCD, A'B'C'D', distants de $\underline{d}$.

En exprimant que la longueur d'une diagonale du cadre A'B'C'D' reste invariable, on a :

$$2a\,\Delta 2a + h\,\Delta h = 0$$

D'autre part, la déformation des triangles DD'C' et BCC' est telle que :

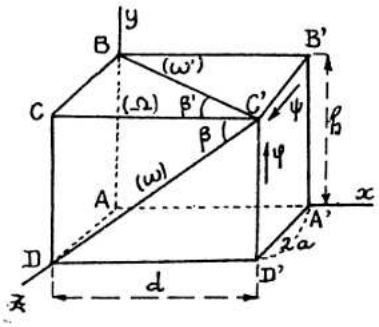
$$DC'\,\Delta DC' = d\,\Delta d + h\,\Delta h$$
$$BC'\,\Delta BC' = d\,\Delta d + 2a\,\Delta 2a$$

et en ajoutant : $DC'\Delta DC' + BC'\Delta BC' = 2d\,\Delta d = 2d\,\Delta CC'$

ou encore :

$$\frac{\Delta DC'}{\cos\beta} + \frac{\Delta BC'}{\cos\beta'} = 2\,\Delta CC'$$

Pour calculer $\Delta DC'$, $\Delta CC'$, $\Delta BC'$, évaluons les déformations des barres correspondantes sous l'action des forces φ et ψ. Au point C' aboutissent la membrure CC', les diagonales DC' et BC' de la poutre-maîtresse au vent et du contreventement supérieur, dont les sections sont respectivement Ω, ω, ω'.



Supposons que les déformations peuvent être calculées en faisant abstraction des panneaux voisins.

On a alors :

$$\begin{cases} \Delta CC' = \dfrac{-d}{E\Omega}\left(\dfrac{\psi}{tg\,\beta'} + \dfrac{\varphi}{tg\,\beta}\right) \\ \Delta DC' = \dfrac{\varphi\, d}{E\,\omega \sin\beta\cos\beta} \\ \Delta BC' = \dfrac{\psi\, d}{E\,\omega' \sin\beta'\cos\beta'} \end{cases}$$

Ce qui donne en définitive :

$$\varphi\left(\frac{2}{\Omega\, tg\,\beta} + \frac{1}{\omega \sin\beta\cos^2\beta}\right) + \psi\left(\frac{2}{\Omega\, tg\,\beta'} + \frac{1}{\omega' \sin\beta'\cos^2\beta'}\right) = 0$$

Telle est la seconde relation cherchée, dans l'hypothèse faite ci-dessus.

Mais cette hypothèse est certainement excessive ; on aurait une hypothèse extrême dans l'autre sens en supposant que la membrure CC' ne change pas de longueur (ni par conséquent, les autres membrures), c'est-à-dire que les cadres transversaux ne se gauchissent pas. Alors $\Delta CC' = 0$, ou $\Omega = \infty$; d'où l'on déduit

$$\varphi\,\omega' \sin\beta'\cos^2\beta' + \psi\,\omega \sin\beta\cos^2\beta = 0$$

La valeur correcte du rapport $\frac{\varphi}{\psi}$ est comprise entre celles que permettent de calculer ces deux formules, qui, pratiquement donnent des résultats différant de 15 à 18% de la valeur moyenne qu'elles permettraient d'obtenir.

Les valeurs algébriques des efforts à prendre en compte provenant du vent pour les calculs sont alors les suivants, au droit de chaque cadre transversal :

Contreventement longitudinal supérieur : $\frac{F}{2} + \psi$
Contreventement longitudinal inférieur : $\frac{F}{2} - \psi$
Poutre-maîtresse au vent : φ
Poutre-maîtresse sous le vent : $-\varphi$

Les considérations qui précèdent s'appliquent qu'il s'agisse d'une travée indépendante, ou de travées solidaires. Elles pourraient être facilement étendues au cas des poutres de hauteur variable.

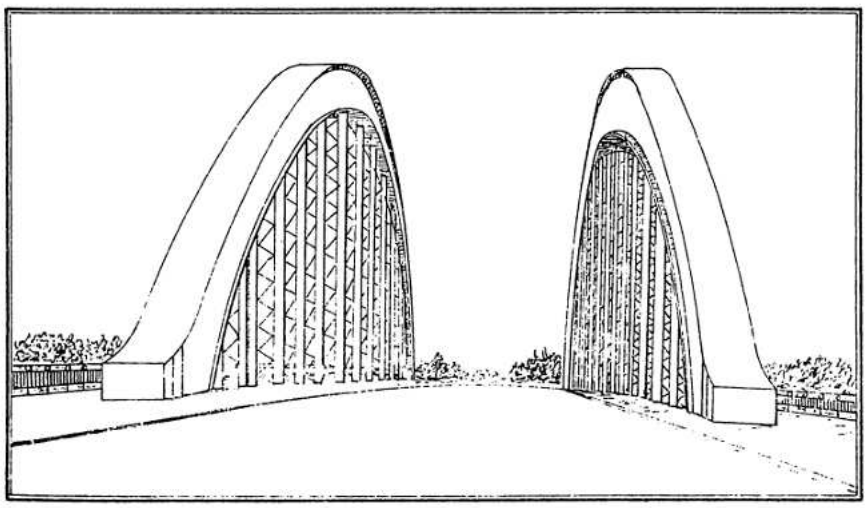
Remarques relatives aux différents systèmes de contreventement

---

On a parfois le choix entre le système du contreventement longitudinal unique, et celui du contreventement longitudinal double. On peut dire, en règle générale, que le second est préférable pour les ouvrages de quelque importance, parce qu'il améliore nettement leur rigidité et les conditions de leur stabilité. Car non seulement les efforts développés par l'action du vent dans les différents éléments de la construction sont diminués dans une mesure importante, mais aussi les oscillations produites par les rafales sont très atténuées.

Dans les ponts de chemins de fer, notamment, le contreventement longitudinal double diminue l'amplitude des vibrations importantes, qui s'y produisent au passage des très lourdes charges circulant à une vitesse élevée; d'autre part, ces vibrations s'amortissent alors plus rapidement.

Toutefois, l'aspect du contreventement longitudinal supérieur est parfois fâcheux; dans les ponts-routes, qui sont soumis à des actions moins importantes et moins brutales que les ponts-rails, on peut souvent l'éviter, et se contenter du contreventement longitudinal unique, associé à un puissant contreventement transversal, en terminant, au besoin, l'ouvrage par des portiques de butée très rigides, ou, si la chose est impossible, en donnant à l'⌴ d'extrémité une rigidité considérable, par renforcement de la pièce de pont et des montants.



La figure ci-contre montre l'aspect obtenu pour le bow-string établi sur le bassin Vauban, à Strasbourg (90,50 m de portée), aujourd'hui détruit.

Pour les ponts comportant un contreventement longitudinal unique, avec contreventement transversal, la triangulation Pratt paraît préférable à la triangulation Warren.

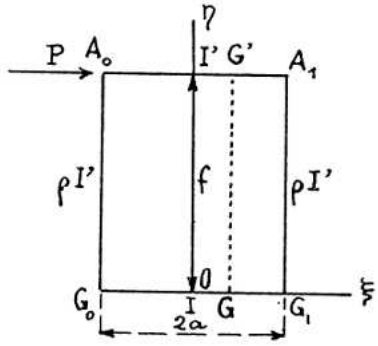
Dans la première, en effet, les montants comprimés fournissent les éléments verticaux des cadres de contreventement transversal; dans la triangulation Warren, au contraire, les pièces comprimées sont obliques, et il est souvent utile d'ajouter des montants supplémentaires, pour constituer des cadres verticaux de contreventement. On alourdit ainsi la construction, et le métal supplémentaire est mal utilisé. Mais on peut également s'en passer, et constituer des cadres de contreventement transversal obliques au moyen des diagonales.

La même observation peut être faite en ce qui concerne les poutres à triangulation composée.

Mais, dans le système de double contreventement longitudinal, la triangulation Warren paraît plus économique que la triangulation Pratt.

Etude d'un portique de butée

Nous considérerons un tel portique comme un système formé de 2 poutres, l'entretoise $G_0 G_1$ (généralement, la pièce de pont d'extrémité), et la poutre à béquilles $G_0 A_0 A_1 G_1$; ces poutres étant réunies à leurs abouts G_0 et G_1 par des assemblages rigides; le portique repose sur les appareils d'appui en G_0 et G_1.



Nous allons étudier l'équilibre élastique du portique dans le cas où une force horizontale donnée P agit au sommet: ce sera, par exemple, la réaction d'extrémité de la poutre de contreventement supérieur.

Les notations employées ont été définies précédemment, les hypothèses et le mode de calcul sont identiques.

En une section quelconque G, d'abscisse ξ de l'entretoise inférieure, le moment fléchissant a pour expression:

$$M = \mu + A + B\xi - Q\eta$$

Dans la section correspondante G' de la poutre à béquilles $G_0 A_0 A_1 G_1$, le moment fléchissant est de même,

$$M' = \mu' - A - B\xi + Q\eta'$$

Remarquons que dans le système d'appuis provisoires, devant servir au calcul des moments μ et μ', on peut imposer à l'appui G_0 d'être un appui simple. Mais alors l'appui G_1 doit pouvoir produire une réaction oblique, dont la composante horizontale soit égale à $-P$.

La réaction R_0 en G_0 et la compression verticale R_1 de la réaction en G_1 sont telles que :

$$R_0 = -R_1 = -\frac{Pf}{2a}$$

Les expressions suivantes de μ et de μ' en découlent immédiatement :

entretoise $G_0 G_1$ $\mu = 0$ — montant $G_0 A_0$ $\mu' = 0$

entretoise supérieure $\mu' = -\frac{Pf}{2a}(a+\xi)$

montant $G_1 A_1$ $\mu' = -\frac{Pf}{2a} \times 2a + P(f-\eta) = -P\eta$

Les équations de condition sont alors :

$$\begin{cases} 2A(\delta+K+1) - Qf(2+K) = -\frac{Pf}{2}(2+K) \\ 2B(\delta+3K+1) = -\frac{Pf}{2a}(2+3K) \\ 3A(2+K) - 2Qf(3+K) = -Pf(3+K) \end{cases}$$

La première et la dernière de ces équations peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} 2A(\delta+K+1) + f(2+K)\left(\frac{P}{2} - Q\right) = 0 \\ 3A(2+K) + 2f(3+K)\left(\frac{P}{2} - Q\right) = 0 \end{cases}$$

Ce sont deux équations linéaires et homogènes en A et $\frac{P}{2} - Q$; leur déterminant est positif.

On a donc $A = 0$, $Q = \frac{P}{2}$, et cela quelles que soient les valeurs de δ et de K.

Les efforts dans chaque élément du portique, sont les suivants :

Entretoise inférieure
$$\begin{cases} M = +B\xi \\ T = B \\ N = +Q = +\frac{P}{2} \end{cases}$$

Entretoise supérieure
$$\begin{cases} M = -\xi\left(B + \frac{Pf}{2a}\right) \\ T = -\left(B + \frac{Pf}{2a}\right) \\ N = -Q = -\frac{P}{2} \end{cases}$$

Montant $G_0 A_0$ (au vent)
$$\begin{cases} M = +Ba + \frac{P\eta}{2} \\ T = Q = \frac{P}{2} \\ N = -B - \frac{Pf}{2a} \end{cases}$$

Montant $G_1 A_1$ (sous le vent)
$$\begin{cases} M = -\left(Ba + \frac{P\eta}{2}\right) \\ T = -\frac{P}{2} \\ N = +B + \frac{Pf}{2a} \end{cases}$$

On remarquera que le moment fléchissant est nul au milieu de l'entretoise inférieure et de l'entretoise supérieure.

Toutes ces expressions deviennent encore plus simples dans le cas particulier où le moment d'inertie de l'entretoise supérieure est égal à celui de l'entretoise inférieure : $I' = I$; alors $\delta = 1$.

D'où $A = 0$, $B = -\frac{Pf}{4a}$, $Q = \frac{P}{2}$, valeurs indépendantes de K.

On en déduit que le moment fléchissant est nul au milieu de chaque montant. Tout se passe donc dans ce cas particulier comme si tous les éléments du portique étaient articulés en leur milieu. Le seul

effort variable est le moment fléchissant ; son maximum se produit aux encastrements.

Les efforts maxima à considérer pour le calcul des éléments du portique, dans ce cas simple, sont alors les suivants :

$$\text{Entretoises : } M = \mp \frac{Pf}{4} \qquad T = -\frac{Pf}{4a} \qquad N = \pm \frac{P}{2}$$

$$\text{Montants : } M = \mp \frac{Pf}{4} \qquad T = \frac{P}{2} \qquad N = \mp \frac{Pf}{4a}$$

On retrouve ainsi les règles simples qui sont fréquemment utilisées par les constructeurs, dans le calcul des portiques.

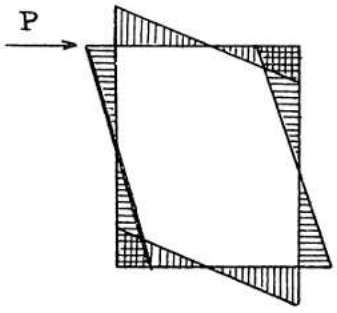
Il convient de ne pas oublier les hypothèses qui ont permis d'arriver à ce résultat :

1°) on a supposé que l'influence de l'effort normal et de l'effort tranchant est négligeable, dans les formules de déformation.

2°) on a supposé que les moments d'inertie de l'entretoise supérieure et de l'entretoise inférieure sont égaux.

Cette dernière condition n'est pas toujours réalisée, mais il est alors facile de calculer correctement B.

Quoiqu'il en soit, il est intéressant de retenir le résultat que les moments fléchissants sont distribués en première approximation, comme si les 4 poutres qui forment le portique étaient articulées en leurs milieux, ainsi que le représente la figure ci-contre.



Les fibres moyennes déformées présenteront donc un point d'inflexion en leur milieu.

Déformation horizontale du portique.

Evaluons le déplacement horizontal du point A_0, les appuis G_0 et G_1 étant supposés invariables : appliquons la 3ème équation de Bresse, sous sa forme transformée, au montant $G_0 A_0$.

$$u - u_0 + \omega y - \omega_0 y_0 = \int_s^S \frac{M}{EI}\,\eta\,d\sigma - \int_s^S \frac{N}{ES}\,\frac{d\xi}{d\sigma}\,d\sigma$$

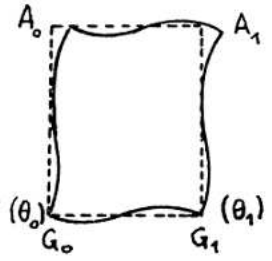
On aura : $u_0 = 0$, $y_0 = 0$; $\frac{d\xi}{d\sigma} = 0$

D'où : $u + \varphi f = \int_0^f \frac{M}{E\rho I'}\,\eta\,d\eta$, φ étant l'angle de rotation du montant à son sommet A_0.

D'après la première équation de Bresse, appliquée à $G_0 A_0$, on a :

$$\varphi = \theta_0 + \int_0^f \frac{M}{E\rho I'}\,d\eta$$

θ_0 étant l'angle de rotation en G_0 qui est égal à celui de l'entretoise $G_0 G_1$. Si θ_1 désigne son angle de rotation en G_1, il est bien évident que $\theta_0 = \theta_1$, ce que montrerait d'ailleurs la première équation de Bresse, appliquée à l'entretoise $G_0 G_1$.



Si l'on applique la deuxième équation à cette poutre sous sa forme transformée :

$$v_1 - v_0 = \omega_1 x_1 - \omega_0 x_0 - \int_{s_0}^{s} \frac{M\xi}{EI}\, d\sigma - \int_{s_0}^{s} \frac{N}{ES}\,\frac{d\eta}{d\sigma}\, d\sigma$$

comme $\frac{d\eta}{d\sigma} = 0$, elle donne avec $M = B\xi$

$$\theta_0 = \frac{Ba^2}{3EI}$$

Et comme dans le montant au vent $M = Ba + Q\eta$, on en déduit

$$\varphi = \frac{Ba^2}{3EI} + \frac{f}{2E\rho I'}\left(2Ba + Qf\right)$$

et enfin

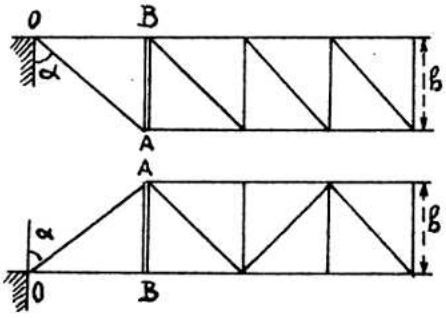
$$u = \frac{-Baf}{6E}\left[\frac{3f}{\rho I'} + \frac{2a}{I}\right] - \frac{Qf^3}{6E\rho I'}.$$

Dans le cas particulier où l'on a $I' = I$, cette expression devient :

$$u = \frac{Paf^2}{24EI}\left(K + 2\right)$$

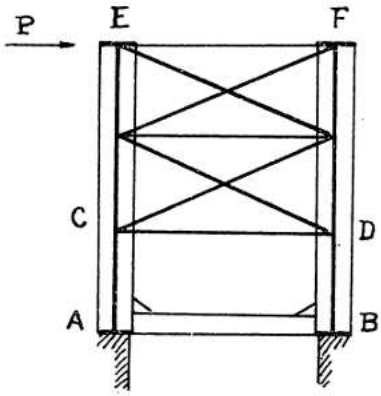
Ce déplacement doit être aussi faible que possible, car il s'ajoute aux déplacements horizontaux dûs au fléchissement de la poutre de contreventement, et il augmente d'autant l'amplitude des oscillations qu'éprouve le pont sous l'impulsion du vent agissant par rafales. Il paraît convenable de ne pas dépasser pour u les $\frac{3}{1000}$ de la hauteur de la poutre.

Lorsque les poutres-maîtresses se terminent en biseau, le portique de butée se trouve placé dans un plan oblique ; aucune modification n'est à apporter à l'exposé qui précède. Mais à résistance égale des éléments, et pour une même hauteur de poutre b, le portique serait moins rigide, parce que la longueur de ses montants est égale à $\frac{b}{\cos\alpha}$; elle croît avec l'angle α, et intervient au carré dans le déplacement u.



Aussi, préfère-t-on parfois conserver le portique de butée dans une position verticale, et le disposer suivant le premier montant A,B de la triangulation ; les efforts du vent sont alors reportés complètement sur l'une des membrures mais dans des conditions beaucoup moins défavorables que si l'on avait un contreventement longitudinal unique avec contreventement transversal.

Lorsque la hauteur des poutres-maîtresses à leur extrémité est très supérieure au gabarit nécessaire pour permettre le passage des véhicules, on munit le portique de panneaux de triangulation. On calcule parfois un tel portique (dont le calcul complet est pénible) en supposant que la partie triangulée est suffisamment rigide pour que le système



EFCD soit indéformable. AC et BD sont alors des poutres encastrées en C et D, et invariablement reliées en A et B à l'entretoise. Les appuis C, D peuvent se déplacer horizontalement. Les deux montants étant identiques, l'effet de la partie CDEF est de répartir également entre eux la force horizontale P appliquée au sommet. Tout se passe donc comme si, aux extrémités C et D, dont la direction doit rester invariable, on appliquait deux forces horizontales égales à $\frac{P}{2}$.

Étude expérimentale de la rigidité des portiques.

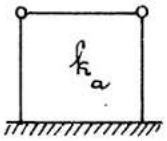
MM. P. Le Rolland et P. Sorin ont étudié expérimentalement la rigidité des portiques par une méthode de vibrations forcées (1)

Voici quelques uns des résultats qu'ils ont obtenus, dont les premiers sont faciles à établir par le calcul.

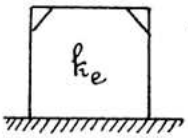
On appelle coefficient de rigidité k d'un portique le rapport entre la force horizontale P exercée au niveau de l'entretoise supérieure, et la flèche horizontale correspondante u : $k = \frac{P}{u}$. Ils ont vérifié d'abord les résultats suivants.



Soit k_1 le coefficient de rigidité d'un montant encastré à sa base, et libre à son extrémité supérieure.



Si on associe à ce montant un autre montant identique, au moyen d'une entretoise articulée à leurs extrémités supérieures, le coefficient de rigidité de ce système est $k_a = 2k_1$.



Si l'on remplace les articulations par des assemblages rigides, le coefficient de rigidité a pour valeur

$$k_e = 8k_1 = 4k_a.$$

Bien que le portique d'extrémité d'un pont ne se trouve pas exactement dans la même situation, en raison de la présence de l'entretoise inférieure, on voit par là tout l'intérêt qui s'attache à la substitution d'un portique à un cadre ouvert, et l'avantage de réaliser des assemblages très rigides.

Dans le cas des portiques de grande hauteur, ils ont également vérifié la loi de variation de la valeur du coefficient de rigidité du portique simple, auquel on adjoint une entretoise intermédiaire E_1, de position variable. Le coefficient de rigidité maximum du portique est obtenu lorsque E_1 est placée sensiblement au milieu de la hauteur du cadre; dans les conditions d'expérimentation, le coefficient de rigidité $k_{E_1} = 3{,}5\,k_e = 28\,k_1$.

La rigidité du portique simple est donc considérablement augmentée par la présence de cette entretoise, et il faut en retenir que, dès que le gabarit le permet, on a intérêt à munir le portique d'une entretoise intermédiaire.

---

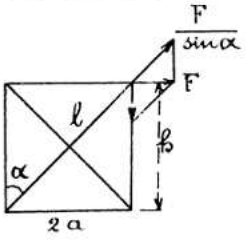
(1) Premier Congrès international de la Sécurité aérienne 1930. Revue de Métallurgie - Novembre 1931.

Ils ont déterminé ensuite quelles devraient être les positions de deux entretoises intermédiaires pour obtenir le coefficient de rigidité maximum du portique et ils sont arrivés à cette règle simple que la rigidité du portique est maximum lorsque les surfaces limitées par les entretoises entre les montants sont égales.

Enfin, MM. Le Rolland et Sorin ont recherché quelle était l'action de fils métalliques tendus en diagonale sur la rigidité d'un cadre. L'expérimentation a mis en lumière les deux points suivants:

1°) La rigidité du système est pratiquement indépendante de la tension initiale des fils, et cela jusqu'à des tensions voisines de la limite de rupture

2°) L'augmentation de rigidité dûe aux fils est celle que l'on calculerait en supposant que chaque fil travaille à la traction sans apporter de modification, par les tensions qu'il produit, au mode de déformation du cadre.



Ce dernier point se traduit analytiquement de la manière suivante.

Soit l la longueur d'un fil, b la hauteur du cadre, $2a$ sa largeur; si ω est la section d'un fil, son allongement sous l'action d'une force horizontale F a pour valeur:

$$dl = \frac{F}{\sin\alpha}\ \frac{l}{E\omega}$$

Cet allongement est relié au déplacement horizontal correspondant par la relation.

$$d(2a) = \frac{l}{2a}\ dl = \frac{dl}{\sin\alpha} = \frac{F}{\sin^2\alpha}\ \frac{l}{E\omega}$$

Le coefficient de rigidité correspondant a pour valeur

$$k_f = \frac{F}{d(2a)} = E\omega\ \frac{\sin^2\alpha}{l}$$

Pour l'ensemble des deux fils, la règle expérimentale montre que l'accroissement de rigidité du cadre a pour valeur $2k_f$.

On a également vérifié cette règle dans le cas d'un cadre composé de deux rectangles superposés, comportant chacun 2 fils disposés en diagonale.

Ces résultats mettent en évidence, bien que le cas ne soit pas exactement le même, l'importance des entretoisements en diagonale dans les portiques de grande hauteur, au point de vue de leur rigidité.

Influence de l'inclinaison des fermes principales sur la verticale au point de vue du contreventement

Dans les grands ponts Cantilever, on juge souvent utile d'incliner sur la verticale les plans contenant les fermes principales : la distance horizontale entre les membrures supérieures est sensiblement constante, tandis que la distance horizontale des membrures inférieures est variable, et d'autant plus grande dans une section que sa distance verticale aux appuis est plus faible ; elle est donc maximum au droit des appuis.

Cette disposition a été réalisée, en particulier, au pont sur le Forth.

Son effet est d'accroître notablement la résistance des ouvrages aux efforts du vent.

Tout d'abord, l'équilibre statique de l'ouvrage est mieux assuré que si les fermes principales étaient verticales, en raison de la distance horizontale plus grande entre les appareils d'appui : le moment de stabilité croît proportionnellement à cette distance, toutes choses égales d'ailleurs, tandis que, dans ces conditions, le moment de renversement demeure invariable.

D'autre part, la rigidité de la poutre de contreventement longitudinal accolée aux membrures inférieures est considérablement accrue.

On remarquera que, dans le cas d'un ouvrage dont la longueur est très grande par rapport à la largeur du tablier, il serait nécessaire, pour avoir une poutre de contreventement très rigide, de renforcer, dans certaines régions, les membrures inférieures des fermes principales si leurs plans moyens étaient verticaux.

La poutre de contreventement étant continue au droit des appuis, c'est dans les sections correspondantes que se produisent les moments fléchissants maxima ; si la hauteur de cette poutre varie dans le même sens que les moments, on pourra éviter, en grande partie, les renforcements des membrures des fermes principales.

Mais on sait que dans un ouvrage hyperstatique, on peut faire varier les limites entre lesquelles varient les moments fléchissants en valeur absolue, en agissant sur la loi de variation des moments d'inertie des sections.

Ainsi, dans une poutre encastrée de section constante, soumise à l'action d'une charge uniformément répartie, le moment fléchissant au milieu est égal à la moitié du moment d'encastrement, et la section est très surabondante.

Mais si la section est variable, de telle sorte que les moments d'inertie croissent en allant du milieu vers les extrémités, le moment fléchis-

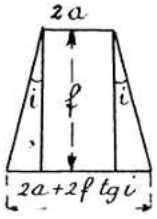
sant au milieu sera plus faible, tandis que le moment d'encastrement sera plus important.

A la limite, la section au milieu de la portée devenant nulle, la poutre se composerait de deux consoles symétriques. Pour une charge constante p par unité de longueur, le moment d'encastrement serait :

$$\frac{p\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2} = \frac{pl^2}{8}$$

Dans une poutre encastrée, on peut donc envisager une loi de la variation des sections telle que le moment d'encastrement varie entre les limites extrêmes $\frac{pl^2}{12}$ et $\frac{pl^2}{8}$; il suffit de déplacer parallèlement à elle-même la ligne de fermeture de la parabole représentant les moments fléchissants pour se rendre compte de leur variation tout le long de la poutre.

Dans le cas de la poutre de contreventement envisagée, l'accroissement des moments résistants des sections, au voisinage des appuis, permettra de résister à cette aggravation des moments d'encastrement, sans qu'il soit nécessaire, souvent, de renforcer les membrures.



Considérons les plans des fermes principales, inclinés de l'angle i sur la verticale, $2a$ étant leur distance horizontale dans la section la plus rétrécie. Au droit des appuis, situés à la distance verticale f de cette section, la distance horizontale des fermes est égale à $2a + 2f \operatorname{tg} i$: c'est la base d'encastrement vis-à-vis des efforts dûs au vent.

Au couple de flexion M dû à l'effet du vent correspond dans une poutre de contreventement courbe le couple de torsion élémentaire $\frac{-M\,d\sigma}{\rho}$; d'après ce qui vient d'être rappelé, il est plus faible dans la partie centrale de l'ouvrage que si la largeur de la poutre de contreventement était constante.

Mais, par contre, il est accru dans la section d'appui ; cependant, la composante de la charge équivalente correspondante, dirigée suivant le plan des fermes qui a pour expression.

$$d\varpi = \frac{-M\,d\sigma}{2\rho(a + f \operatorname{tg} i)\cos i}$$

n'augmentera pas, car dans la pratique, l'accroissement du moment fléchissant est compensé, et au-delà, par l'accroissement de la hauteur de la poutre de contreventement.

Remarquons enfin que le couple de torsion varie comme $\frac{1}{\rho}$, c'est-à-dire comme la courbure ; pour une portée donnée, il varie donc comme la flèche.

Par conséquent, c'est pour les ponts Cantilever dont le tracé des membrures inférieures présente un faible surbaissement qu'il est le plus intéressant d'incliner les plans des fermes principales sur la verticale.

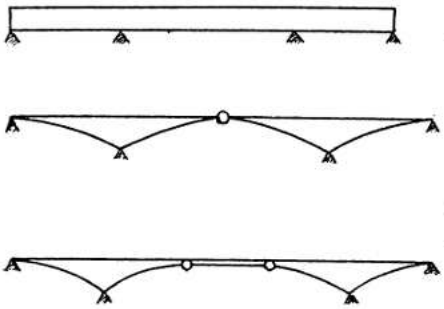
Section VI

Poutres à béquilles

Poutres à béquilles

Généralités

Quand une travée de grande ouverture est encadrée par deux travées de longueur plus faible, on réalise une économie appréciable de métal en adoptant une poutre à travées solidaires continue, ou discontinue avec une ou deux articulations dans la travée centrale. Quel que soit le système adopté, les travées de rive, qui ne comportent pas d'articulations, et peuvent être lestées, comme nous l'avons déjà indiqué, forment contrepoids, et créent des moments d'encastrement sur les piles. La travée centrale est donc dans la situation d'une poutre partiellement encastrée à ses deux extrémités.

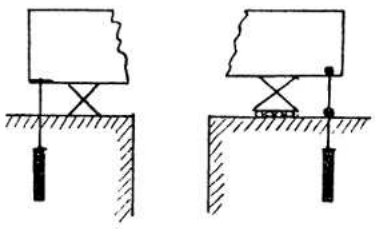


Mais il peut être intéressant, même pour un pont de faible ouverture pouvant comporter l'emploi d'une travée indépendante, de rechercher à diminuer au maximum la hauteur de la poutre ; on est en effet très souvent gêné, dans l'établissement d'un projet, parce que la cote de la chaussée ou du rail est imposée, et parce que les exigences de la navigation ou de la circulation imposent un gabarit libre sous l'ouvrage, dont l'ossature, pour des raisons impératives (visibilité, aspect décoratif, etc.) doit être entièrement située sous la chaussée.

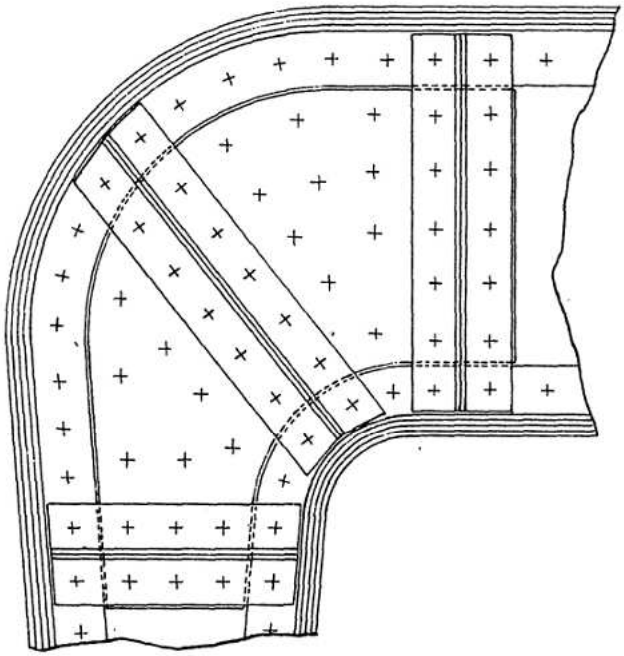
Or, une poutre de hauteur réduite, posée sur appuis simples, est toujours lourde, et très déformable. On sait que, en la solidarisant avec des travées voisines, on peut, tout en lui attribuant une faible hauteur, réduire à la fois son poids et sa déformation.

On parviendrait au même résultat si l'on avait à sa disposition un système permettant d'encastrer d'une manière plus ou moins parfaite la poutre à ses deux extrémités.

Effectivement, on a essayé d'encastrer les abouts de poutres métalliques dans la maçonnerie des culées, comme on l'a indiqué schématiquement ci-contre, mais les résultats obtenus ont été médiocres parce qu'il est difficile de régler l'encastrement au moment du montage ; bien plus, même en le supposant correctement réalisé, une variation ultérieure du niveau des maçonneries, l'usure des articulations, un mouvement de l'ancrage dans les maçonneries, même très faible, peuvent diminuer considérablement l'efficacité de l'encastrement et compromettre la stabilité du pont. L'emploi du béton armé a donné un regain d'actualité à ce type de solution plus aisément réalisable avec ce matériau (Voir Section V - Chapitre II - Pont de la Barge, à Gand).



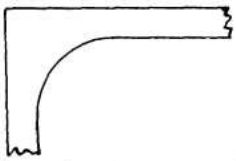
Mais, lorsque la poutre repose sur des supports métalliques, l'objection n'est plus fondée, si l'encastrement sur ces supports est réalisé, d'une manière certaine, par un assemblage rigide rivé ou soudé, qui ne soit pas susceptible de se disloquer.



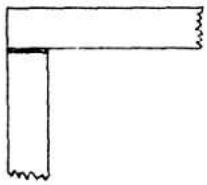
Dans un tel assemblage, on doit réaliser la continuité des semelles et des cornières de la poutre horizontale et des supports en béquilles, au moyen de congés de raccordement assez développés. Les âmes doivent être renforcées, et des raidisseurs, constitués en rivure par des cornières jumelées, en soudure par des plats, sont disposés perpendiculairement aux fibres moyennes.

Il est d'ailleurs plus facile d'assurer en soudure qu'en rivure le passage de la poutre horizontale aux béquilles. On peut, notamment, y faire emploi d'âmes plus épaisses que dans les parties courantes.

Différents raccordements de l'intrados ont été étudiés expérimentalement, notamment dans le cas où la membrure supérieure présente un angle vif ; le raccordement circulaire donne lieu à une majoration de contrainte au voisinage du point de tangence ; par exemple, cette majoration était de 16% par rapport à la contrainte subie par la poutre horizontale sous moment constant. Un raccordement en anse de panier à 3 centres a permis de la réduire à 2%.(1)



Des expériences très complètes ont été faites par M. Campus ; il a conclu à des raccordements en sinusoïdes déformées.(2)



Toutefois, il faut constater que, aux Etats-Unis, on n'hésite pas à assembler par soudure, et à angles vifs, les béquilles sur la poutre horizontale.

L'ouvrage, à travée unique, constitué par une poutre horizontale, encastrée à ses extrémités sur des supports métalliques sensiblement verticaux constitue ce que l'on nomme la poutre à béquilles ; ses différences avec les ponts à poutres sont que cette poutre ne peut pas être rendue librement dilatable, et que les réactions des appuis sont d'orientation variable avec l'importance du couple d'encastrement et la répartition des surcharges.

La poutre à béquilles apparaît donc comme un type dérivé des poutres à travées solidaires continues, dont le choix est justifié toutes les fois que la hauteur disponible est insuffisante pour réaliser une travée indépendante.

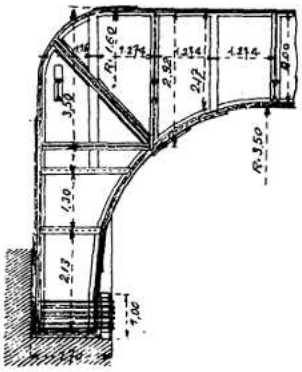
---

(1) Revue Arcos. Août 1938 (Rosenthal et Seray).

(2) Ossature métallique Mars et Avril 1940

On peut en effet, en donnant aux béquilles la rigidité et la hauteur convenables, réduire dans une très large mesure les moments fléchissants dans la poutre horizontale, dont la hauteur est fixée d'après leur valeur maximum.

Poutres à béquilles à une seule travée



On n'emploie que la poutre à béquilles dont les pieds sont articulés; il est en effet tout aussi difficile, et tout aussi incertain, d'encastrer convenablement les pieds d'une poutre à béquilles que les extrémités d'une poutre droite à travée indépendante.

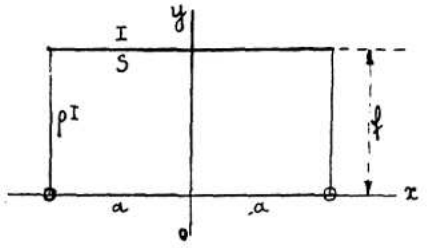
On a essayé de le faire parfois, notamment au pont sur le Ciron, près de Barsac, sur la ligne de Bordeaux à Cette. La figure ci-contre montre que les semelles du pied de la béquille étaient traversées par de longs boulons encastrés dans les maçonneries des culées, dont les têtes étaient fixées sur un sommier métallique. Le résultat a été mauvais.

Toutes les poutres à béquilles que l'on construit maintenant sont munies d'articulations.

Poutres à béquilles à 2 articulations.

On sait que la réaction des appuis dûe à des charges verticales n'est pas verticale.

Si les deux appuis sont au même niveau, la composante horizontale de cette réaction, ou poussée (par analogie avec les arcs) est donnée par les formules suivantes, dans lesquelles 2a désigne la distance entre articulations, supposées au même niveau, f la hauteur des béquilles, comptée de l'axe des articulations à la fibre moyenne de la poutre horizontale, I et S le moment d'inertie et l'aire de la section supposés constants, de la poutre horizontale, ρI le moment d'inertie, supposé constant, des béquilles.



1°) La poutre horizontale est soumise à une charge uniformément répartie $\underline{p}$:

$$Q = \frac{pa^2}{3f} \times \frac{1}{1+\frac{K}{3}+\frac{r^2}{f^2}} \quad \text{avec} \quad K = \frac{f}{\rho a}, \quad r^2 = \frac{I}{S}$$

2°) La poutre horizontale est soumise à une charge P unique, à l'abscisse $x = ma$

$$Q = \frac{Pa}{4f} \times \frac{1-m^2}{1+\frac{K}{3}+\frac{r^2}{f^2}}$$

3°) La poutre à béquilles est soumise à une variation de température provoquant un allongement proportionnel $+\delta\tau$ $(\pm 0{,}0003)$

$$Q = \frac{EI}{f^2} \times \frac{\delta\tau}{1+\frac{K}{3}+\frac{r^2}{f^2}}$$

En possession de ces éléments, il est très facile de calculer, pour une section

quelconque de la poutre à béquilles le moment fléchissant, l'effort normal et l'effort tranchant.

On remarque aisément, d'ailleurs, en établissant l'expression du coefficient de Q que les formules qui précèdent sont encore valables, si le moment d'inertie I' des béquilles est variable, et si ρ satisfait à la relation.

$$\int_0^f \frac{\eta^2 d\eta}{I'} = \frac{f^3}{3\rho I}$$

C'est une condition assez facile à satisfaire, et il est plus économique d'employer des béquilles de section variable, surtout lorsqu'elles sont hautes, car leur section doit être maximum à leur sommet, et théoriquement nulle à l'articulation.

Influence de la rigidité des béquilles.

On sait que dans un arc à fibre moyenne parabolique ou circulaire assez surbaissé, la poussée, dans le cas d'une charge uniformément répartie p, a pour expression :

$$Q_a = \frac{pa^2}{2f} \times \frac{1}{1+\frac{15}{8}\frac{z^2}{f^2}}$$

Le terme en $\frac{z^2}{f^2}$ est toujours un terme correctif, très faible, la valeur du rapport $\frac{1}{1+\frac{15}{8}\frac{z^2}{f^2}}$ étant généralement voisine de 0,99, et même supérieure; si on le néglige, on voit que le rapport de la poussée dans la poutre à béquilles Q_b, et de la poussée dans l'arc a pour valeur

$$\frac{Q_b}{Q_a} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1+\frac{K}{3}}$$

Ceci montre que la poussée, dans une poutre à béquilles, est notablement moindre que dans un arc parabolique de même portée et de même flèche. Si les béquilles sont très flexibles, c'est-à-dire si ρ est petit, ou si leur longueur est grande par rapport à la portée de la poutre, c'est-à-dire si $\frac{f}{a}$ est grand, K est grand, et la poussée peut devenir très faible.

Si, par contre, les béquilles étaient très courtes ou très rigides, K serait très petit, la poussée serait plus grande, mais ne pourrait pas dépasser les $\frac{2}{3}$ de celle de l'arc parabolique.

Le moment fléchissant au milieu de la poutre horizontale a pour valeur

$$M = \mu - Qf = \frac{pa^2}{2} - \frac{pa^2}{3} \times \frac{1}{1+\frac{K}{3}+\frac{z^2}{f^2}} = \mu + M_0$$

Le second terme représente le moment d'encastrement introduit par la béquille. Il est égal au moment d'encastrement qui se produirait à l'extrémité de la poutre horizontale parfaitement encastrée à ses deux extrémités, multiplié par le coefficient $\frac{1}{1+\frac{K}{3}+\frac{z^2}{f^2}}$, inférieur à l'unité. Ce coeffi-

cient est d'autant plus petit que K est plus grand, comme on pouvait s'y attendre. Abstraction faite du terme correctif $\frac{x^2}{f^2}$, il serait égal à $\frac{3}{4}$ pour K=1.

Cas particulier d'établissement de la poutre horizontale.

Lorsque les circonstances locales n'exigent pas impérieusement que la poutre horizontale soit de hauteur variable, on peut déterminer la rigidité des béquilles, c'est-à-dire le facteur ρ, en s'imposant la condition que la valeur absolue des contraintes des fibres extrêmes soit la même au milieu de la poutre horizontale et à ses extrémités, lorsqu'elle est complètement surchargée, en supposant sa section symétrique.

Il est bien évident que, le moment fléchissant étant positif au milieu de la poutre et négatif à l'extrémité, il faudra comparer les contraintes de deux fibres extrêmes opposées.

Si cette condition se trouve réalisée, la section de la poutre horizontale sera la même au milieu et à l'extrémité; il sera souvent possible alors de la maintenir constante sur toute sa longueur, ou à peu près constante; dans ce dernier cas, l'adoption d'une section moyenne permettra de faire les calculs avec une précision suffisante.

D'une manière générale, la contrainte d'une fibre de la poutre horizontale située à la distance v de l'axe neutre est donnée par l'expression

$$n = \frac{Q}{S} + \frac{(\mu - Qf)v}{I}$$

Ce sera, par exemple, la contrainte dans la fibre supérieure de la section médiane.

Dans la section d'extrémité, $\mu = 0$; d'autre part, v est négatif pour la fibre inférieure, et l'on doit avoir :

$$n = \frac{Q}{S} + \frac{Qfv}{I}$$

En égalant ces 2 expressions, on en déduit, $2Qf = \mu$; et en remplaçant Q et μ par leurs valeurs, on en tire : $K = 1 - \frac{3x^2}{f^2}$.

Les formules données précédemment se simplifient notablement, puisque

$$1 + \frac{K}{3} + \frac{x^2}{f^2} = \frac{4}{3}$$

Il devient alors très simple de calculer la poutre horizontale, sans se préoccuper des béquilles, dont la section devra être déterminée après coup seulement, pour satisfaire à la condition qui précède.

On remarquera que le moment d'encastrement (égal au moment au milieu) a alors pour valeur $-\frac{pa^2}{4}$; il est égal aux $\frac{3}{4}$ du moment qui correspondrait à un encastrement parfait aux deux extrémités.

Mais il se peut fort bien que, en raison des circonstances locales, ce moment se trouve encore insuffisant, pour permettre d'avoir une hauteur suffisamment faible au milieu de la poutre. Il faut alors raccourcir

les béquilles, ou accroître leur rigidité, ou donner à la poutre une section variable, croissante vers les extrémités.

Déformation des poutres à béquilles.

Il n'y a aucune difficulté théorique à calculer la flèche en un point quelconque d'une poutre à béquilles, au milieu de la poutre horizontale, par exemple, au moyen des formules de déformation complètes.

On peut toutefois simplifier un peu les calculs en remarquant que la déformation verticale provenant de la flexion des béquilles est négligeable devant celle qui provient de leur compression.

On peut donc, en pratique, se borner à déterminer la flèche de la poutre horizontale, supposée uniformément chargée, et y ajouter le raccourcissement des béquilles, dû à l'effort de compression qu'elles subissent.

Si p est la valeur de la surcharge envisagée par mètre courant, la fibre moyenne déformée de la poutre horizontale est définie par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{\mu - Qf}{EI} = \frac{p(a^2-x^2)}{2EI} - \frac{pa^2}{3EI} \times \frac{1}{1+\frac{K}{3}+\frac{z^2}{f^2}}$$

dans le cas simple où les sections de la poutre et des béquilles seraient constantes.

Conditions d'emploi.

Les poutres à béquilles peuvent être employées soit comme poutres-maîtresses, soit, plus fréquemment, sous forme de poutres multiples sous chaussée, dont le nombre est alors déterminé d'après la largeur de la chaussée (ou le nombre de voies), et la nature du trafic. Dans ce cas, on prend alors soin d'entretoiser entre elles les poutres horizontales, de manière à former un ensemble rigide.

C'est un type de pont dont l'aspect est toujours satisfaisant, et qui peut être utilisé très avantageusement sur les canaux, car il permet de dégager complètement le gabarit nécessaire pour la navigation et pour le halage, sans encombrer aucunement la partie située au-dessus de la chaussée ; il procure ainsi en même temps le maximum de visibilité pour la circulation terrestre.

Pour les ponts sur canaux qui doivent être remplacés, on est d'ailleurs généralement gêné par le peu d'épaisseur disponible pour le tablier, car les routes les franchissent souvent en saut de mouton, avec des pentes assez fortes, qu'il est souvent impossible de modifier.

Dans tous les cas identiques l'emploi des poutres à béquilles multiples sous chaussée, permet de réaliser un tablier d'épaisseur minimum.

Ce n'est pas un type de pont très économique, en raison même des circonstances dans lesquelles on est conduit à l'utiliser.

Le rapport de la hauteur de la poutre horizontale à la portée, (qui est en moyenne de 1/10 pour les poutres droites à travées indépendantes), peut

très aisément être abaissé au-dessous de 1/20 dans les poutres à béquilles.

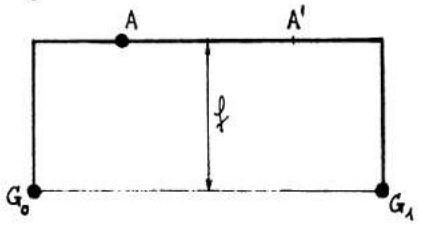
Voici quelques exemples:

Pont de Cannstadt, sur le Neckar :	portée	70,00 m	$\frac{h}{l} = \frac{1}{33}$
Pont d'Attigny, sur l'Aisne :	"	21,50 m	$= \frac{1}{38}$
Pont de la Barge, à Gand	"	28,50 m	$= \frac{1}{42}$
Pont de Jeumont, sur la Sambre :	"	32,90 m	$= \frac{1}{53,8}$
Pont de fer à Tournai :	"	33,00 m	$= \frac{1}{68,75}$ (ouvrage soudé).

Ces ponts sont nécessairement assez déformables; ils vibrent beaucoup.

Poutres à béquilles à 3 articulations

On rencontre, plus rarement, des poutres à béquilles à 3 articulations; ce sont des systèmes isostatiques, assimilables à des arcs à triple articulation.



La troisième articulation est placée sur la poutre horizontale, fréquemment au voisinage du quart de la portée.

Les moments fléchissants dans la poutre sont indépendants de la hauteur des béquilles: h', en effet, μ_a est le moment fléchissant dans la poutre sur appuis simples de la portée $G_0 G_1$ au droit de l'articulation A, la poussée a pour valeur $Q = \frac{\mu_a}{f}$.

Pour une section quelconque dans laquelle le moment dans la poutre correspondante est μ, le moment fléchissant est $M = \mu - Qf = \mu - \mu_a$.

Si l'on envisage des charges symétriques, μ a la même valeur pour deux sections symétriques. M s'annule donc en A', symétrique de l'articulation A.

Ce système permet de réduire au minimum la hauteur de la poutre au voisinage de l'articulation; il peut être intéressant à employer lorsque l'on est très gêné par le gabarit à réserver, au-dessus d'un canal par exemple.

Il conduit à une dépense de métal un peu plus élevée que la poutre à béquilles à deux articulations, toutes choses égales d'ailleurs. Etant isostatique, sa stabilité est indépendante des variations de la température.

Poutres à béquilles à travées solidaires

Poutres continues.

Il existe de nombreuses poutres à béquilles à travées solidaires, notamment au-dessus des voies de chemins de fer, aux abords immédiats des gares. Ce sont, en réalité, des poutres à travées solidaires en portiques, dont les supports intermédiaires, formant appuis élastiques, sont constitués par des poteaux métalliques encastrés sur la poutre, et articulés à leur base; les supports extrêmes sont soit des poteaux analogues, soit des appareils d'appui simple portés par les culées.

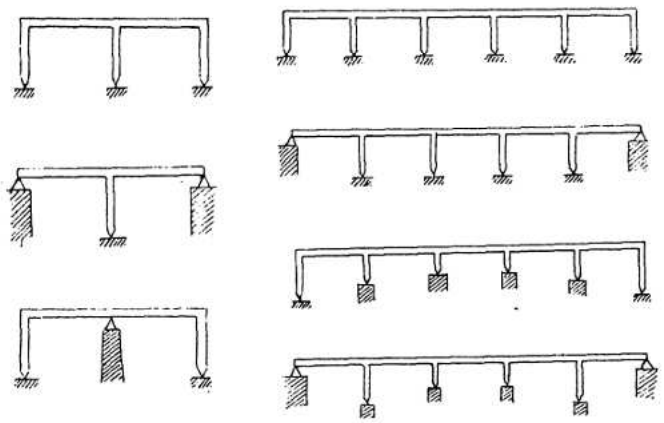
Ces dispositions sont justifiées, dans le cas indiqué, parce que l'on ne dispose pas de la hauteur nécessaire pour installer une poutre continue ordinaire, ni de la largeur suffisante pour loger des piles en maçonnerie.

Les poutres continues à béquilles, bien conçues pour résister aux charges verticales et aux effets du vent sont désavantageuses en ce qui concerne les efforts dûs aux variations de température ; ces derniers sont en effet proportionnels à l'ouverture totale du pont, et non plus seulement à l'ouverture d'une seule travée, et varient en raison inverse de la hauteur des béquilles.

Résal indique que, d étant la distance horizontale de l'axe d'une béquille au milieu du pont, il est désirable de choisir la hauteur f de la béquille de manière que $\frac{f}{d} \geqslant \frac{1}{6}$.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'attribuer à toutes les béquilles la même hauteur, et la règle précédente permettrait même de faire décroître cette hauteur depuis la béquille extrême jusqu'à la béquille voisine du milieu du pont, que l'on pourrait réduire à un simple appui fixe.

On atténuera d'ailleurs les effets de la température, en supprimant les béquilles extrêmes, et en les remplaçant par des appareils d'appui simple à dilatation, portés par des culées.



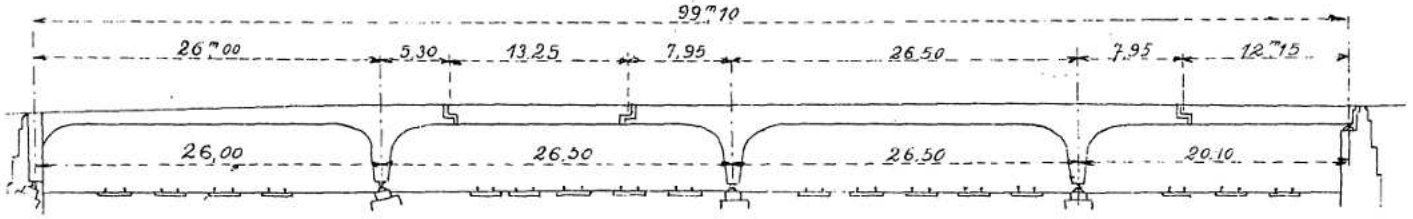
On a représenté-ci-contre quelques types représentatifs de ces ponts.

Leur calcul s'effectue suivant la méthode enseignée pour les portiques dans le Cours de Résistance des Matériaux. Quelques réalisations ont été faites en soudure.

Un exemple récent est le pont à béquilles à travées solidaires (biais à 40°45'50") au-dessus du Boulevard Ney à Paris, pour voie ferrée[1]. Il comporte 3 travées, la travée centrale ayant 35,19 m de portée, et les travées latérales 22,318 m. Les extrémités des travées latérales reposent sur les culées par l'intermédiaire d'appareils de dilatation.

Poutres discontinues.

On a d'ailleurs réalisé des poutres discontinues à béquilles, et la figure ci-dessous relative au pont-viaduc de Gabbary, sur la gare d'Alexandrie (Egypte) en offre un exemple.



[1] Revue Générale des Chemins de fer - Septembre 1937

La première et la troisième travées, à partir de la gauche, sont des poutres à béquilles munies de consoles ; la seconde travée comporte 2 articulations, dont l'une permet la dilatation. La partie centrale de cette travée se comporte ainsi comme une poutre indépendante, reposant sur des consoles qui sont les prolongements des poutres à béquilles précédente et suivante. La 4e travée, munie d'une articulation, comprend également une travée indépendante, reposant d'une part sur la culée, par un appareil d'appui simple à dilatation, et d'autre part sur une console en prolongement de la seconde poutre à béquilles.

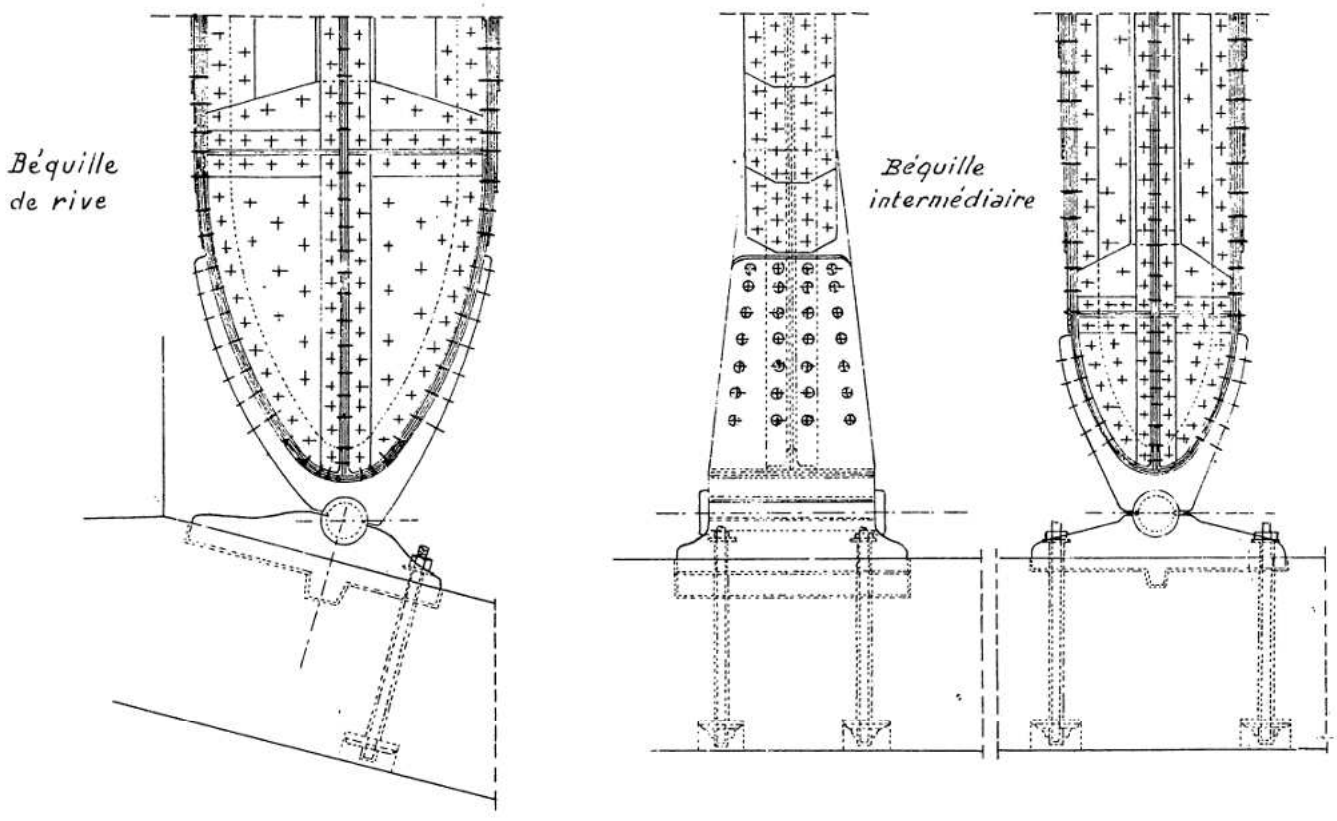
De cette manière, les deux poutres à béquilles sont indépendantes l'une de l'autre, et les variations de température n'ont pas d'effet se répercutant de l'une sur l'autre.

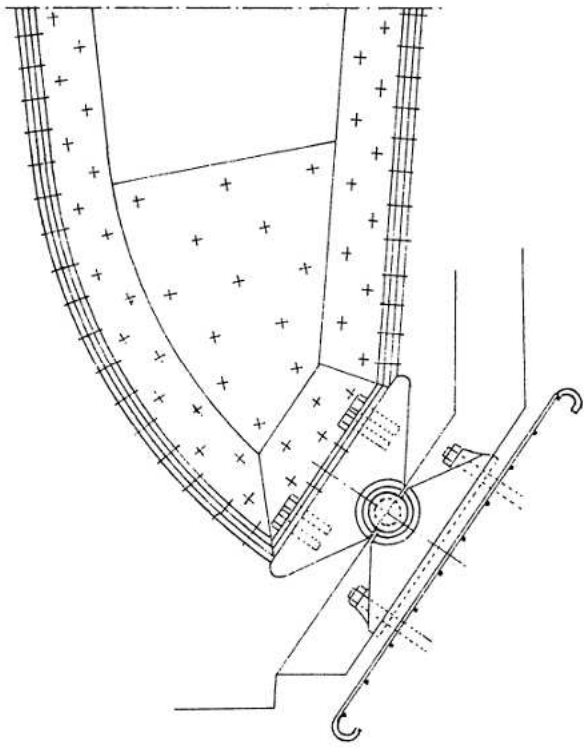
On a, de plus, donné à la seconde poutre à béquilles des dimensions telles que la charge complète du pont sur la longueur qui l'intéresse ne donne lieu à aucune poussée. Il en résulte que ses béquilles ne sont soumises à des flexions que dans le cas où le pont est incomplètement surchargé, et lors des variations de la température.

Appareils d'appui

Les appareils d'appui des poutres à béquilles comportent 2 balanciers en acier moulé, entre lesquels est placée une rotule cylindrique en acier forgé ou laminé

Toutefois, comme la réaction des appuis n'est pas verticale, il est préférable de disposer la base du balancier inférieur de manière qu'elle soit sensiblement perpendiculaire à la direction moyenne de la réaction qui peut se produire ; on a commencé par donner au balancier supérieur une forme particulière un peu compliquée, de

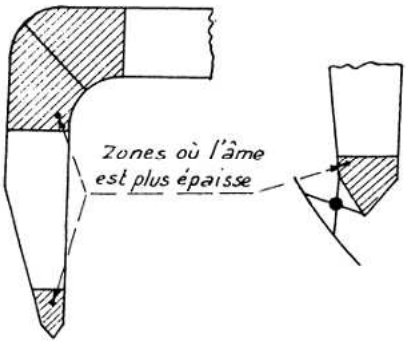




manière à assurer une bonne répartition des efforts transmis par la béquille sur la rotule en question, ainsi qu'il est représenté ci-contre.

Parfois, le balancier supérieur a été constitué par deux pièces, qui laissent entre elles une cavité à leur partie supérieure: on y engage l'extrémité de l'âme des béquilles et ses renforts, pour réaliser une liaison plus intime; l'âme et les renforts sont alors boulonnés sur ce balancier.

On peut également employer à balanciers de forme plus simple analogues à ceux qui sont utilisés dans les ponts à travée indépendante. On engage cependant davantage la rotule dans les balanciers.



La soudure se prête très bien à l'emploi d'appareils d'appui à balanciers courants, en raison des formes qu'elle permet d'obtenir facilement à la base des béquilles.

Il faut naturellement que les appareils d'appui reposent sur des culées dont la stabilité soit suffisante pour s'opposer à l'action des réactions d'appui, dont la direction est oblique par rapport à la verticale.

Dans le cas où le pont franchit une voie terrestre, on simplifie considérablement la construction des culées en les reunissant par un tirant sur lequel s'équilibrent les poussées.

Section VII

Ponts en arc

Ponts en arc

Le caractère commun à tous les arcs est que les réactions des appuis ont une orientation variable.

Nous étudierons successivement les ponts se rattachant aux trois types suivants :

les ponts en arc à tablier supérieur
les ponts en arc à tablier suspendu
les ponts à arcs équilibrés.

Chapitre I

Ponts en arc à tablier supérieur

Les ponts en arc à tablier supérieur, dans lesquels le tablier est situé tout entier au-dessus de l'arc, datent du début de la construction métallique ; on s'efforçait alors de copier les formes, et même les dispositions des ponts en maçonnerie. Les arcs étaient en fonte, encastrés sur leurs appuis ; le premier pont métallique construit au monde est un arc en fonte sur la Severn, à Coalbrookdale (1779) ; il a 30,00 m de portée.

La Passerelle des Arts, sur la Seine, à Paris, également en fonte, premier pont métallique français, date de 1803.

Ce sont des ouvrages dont l'aspect est particulièrement satisfaisant, et qui se prêtent, beaucoup mieux que tous les autres, à la décoration architecturale : ils sont particulièrement à recommander dans les villes.

La nécessité de raccorder la chaussée du pont aux voies existantes, et de placer en même temps les appuis du pont (plus particulièrement les articulations) au-dessus des plus hautes eaux conduit alors fréquemment à réaliser des arcs dont la fibre moyenne présente une flèche f relativement faible par rapport à sa corde ℓ ; le rapport $\frac{f}{\ell}$ est alors très petit : on dit que l'arc est très surbaissé.

Voici, à cet égard, les caractéristiques de quelques ponts de ville ; ce sont des ouvrages qui, presque tous, sont très surbaissés.

Designation de l'ouvrage		Portée ℓ	Flèche f	$\frac{f}{\ell}$
Pont Morand, à Lyon	arche centrale	67,40	4,40	$\frac{1}{15,18}$
	arche de rive	64,00	3,96	$\frac{1}{15,91}$
Pont du Midi, à Lyon	arche centrale	68,50	5,45	$\frac{1}{12,40}$
	arche de rive	62,50	4,52	$\frac{1}{13,60}$
Pont Boïeldieu, à Rouen (*détruit pendant la guerre*)	arche centrale	40,00	2,50	$\frac{1}{16}$
	arche de rive	48,80	3,70	$\frac{1}{13}$
	arche de rive	54,60	4,87	$\frac{1}{11}$
Pont Alexandre III à Paris		107,50	6,28	$\frac{1}{17,12}$

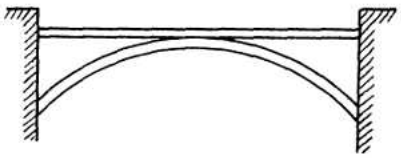
Le rapport $\frac{f}{\ell}$ peut, suivant les circonstances, varier dans de très larges limites : la fibre moyenne de l'arc du viaduc de Garabit, sur la Truyère, a une flèche de 56,858 m et une portée de 165,00 m ; le rapport $\frac{f}{\ell}$ est égal à $\frac{1}{2,90}$. C'est un ouvrage très peu surbaissé.

Dispositions générales.

L'arc peut être une pièce prismatique courbe, ou une poutre triangulée courbe, dont la fibre moyenne habituellement circulaire, ou parabolique, est dans un plan vertical, ou légèrement incliné sur la verticale.

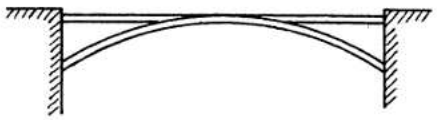
Tympans.

Dans les conditions ordinaires, chaque arc est surmonté d'un longeron rectiligne, qui constitue un élément essentiel de l'ossature du tablier, sur lequel viennent s'assembler des entretoises qui servent, concurremment avec les longerons, à porter la couverture.



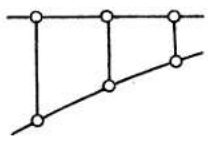
L'ouvrage est composé de deux ou plusieurs arcs parallèles.

Dans la région voisine de la clef, le longeron repose, en général, directement sur l'arc. Mais, lorsque l'on désire, en raison des circonstances locales, augmenter autant qu'on le peut la flèche de l'arc sans modifier la cote de la chaussée ou du rail, on taille le longeron en biseau, de sorte que les entretoises sont directement assemblées sur l'arc, au voisinage de la clef. Cette disposition se rencontre dans la plupart des arcs très surbaissés ; son aspect est peu satisfaisant, et lorsque les trottoirs sont en encorbellement, la clef de l'arc disparaît dans l'ombre portée par les trottoirs.



De part et d'autre de la clef, entre le dessous du longeron, et l'extrados de l'arc, se trouve un vide en forme de triangle curviligne nommé "tympan", qui comporte des éléments dont le rôle est de transmettre à l'arc le poids du tablier et des charges qu'il porte.

Pour que les réactions exercées sur l'arc par le tympan soient uniquement des forces verticales, il faudrait que ce dernier fût constitué par des montants articulés à leurs deux extrémités sur le longeron et sur l'arc. Cette disposition, très rationnelle, est peu utilisée

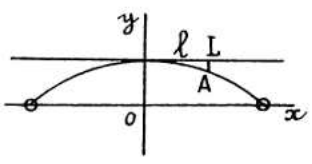


pour les ouvrages de portée moyenne en raison des mouvements vibratoires gênants sous le passage des charges mobiles qui peuvent en résulter. On l'a réalisée au pont de l'Ouest, à Stockholm, (arcs de 168 m et 204 m) où le tympan est formé de colonnes tubulaires en acier comportant à leurs extrémités des balanciers en acier moulé avec rotules sphériques : le poids mort étant important, l'effet relatif des surcharges y est moindre.

En Europe, les assemblages des montants avec le longeron et avec l'arc sont habituellement rigides. On se borne à donner aux montants une faible largeur en élévation : leur flexibilité, alors relativement grande, leur permet de se prêter aux déplacements discordants du tablier et de l'arc, sans que la rigidité des assemblages engendre en général des couples ou des efforts horizontaux suffisants pour influencer sensiblement les conditions de stabilité de l'ossature métallique. Toutefois, au voisinage de la clef, on pourrait ainsi imposer des contraintes excessives aux montants ; il est alors recommandable, quel que soit le mode de construction (rivure ou soudure), de laisser une certaine liberté de rotation aux extrémités des montants, en les assemblant, notamment sur les arcs, au moyen de boulons, munis de rondelles Bellevile.

Ces déplacements discordants se produisent sous l'action des surcharges et surtout sous l'influence des variations de la température.

Si l'on considère en effet dans un pont en arc symétrique un montant AL distant de $\frac{l}{2}$ de la clef, laquelle se déplace suivant une verticale quand la température varie, la déformation thermique du longeron se traduit par un déplacement horizontal τl du point L d'attache sur le longeron, τ représentant l'allongement proportionnel.



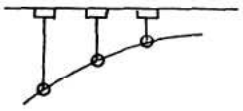
La déformation thermique de l'arc se traduit dans la section A par un déplacement vertical du point A de la fibre moyenne, par un déplacement horizontal, d'ailleurs faible, de même sens que celui de L, et par une déviation angulaire de la fibre moyenne.

Le montant se trouve donc, sauf peut-être au voisinage de la clef, dans la situation d'une poutre primitivement encastrée à ses deux extrémités, qui subissent un déplacement relatif perpendiculaire à sa fibre moyenne, l'une d'entre elles subissant en outre une rotation,

comme si son encastrement devenait imparfait

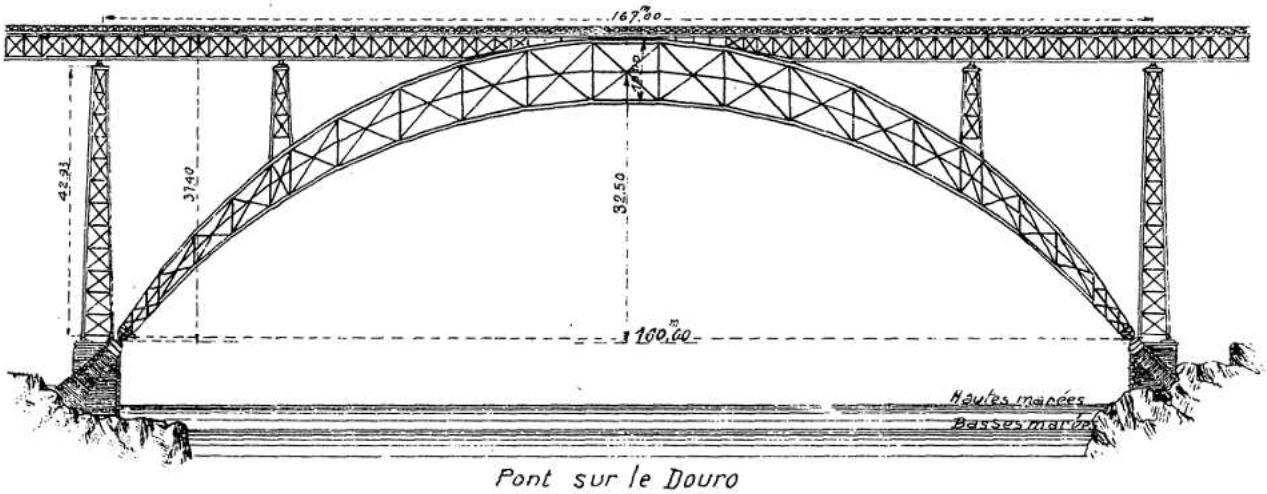
On sait que l'on peut réduire les contraintes correspondantes en diminuant la largeur de la poutre en élévation, ce qui justifie l'indication donnée ci-dessus au sujet de la largeur à attribuer aux montants.

Pour des raisons d'aspect, on fait très souvent varier la largeur des montants correspondant aux arcs des têtes amont et aval, en leur attribuant une largeur croissant avec leur longueur, afin qu'ils ne paraissent pas trop grêles.



On a parfois employé une solution intermédiaire en articulant les montants sur l'arc seulement : on a ainsi réduit notablement les efforts secondaires dans les tympans, sans qu'il en soit résulté d'inconvénients pour la tenue du pont au passage des surcharges. Cette solution a été adoptée notamment, pour un pont-rails en fer sur la Loire à Nantes, et pour un pont-route en fonte sur la Marne, à Nogent-sur-Marne.

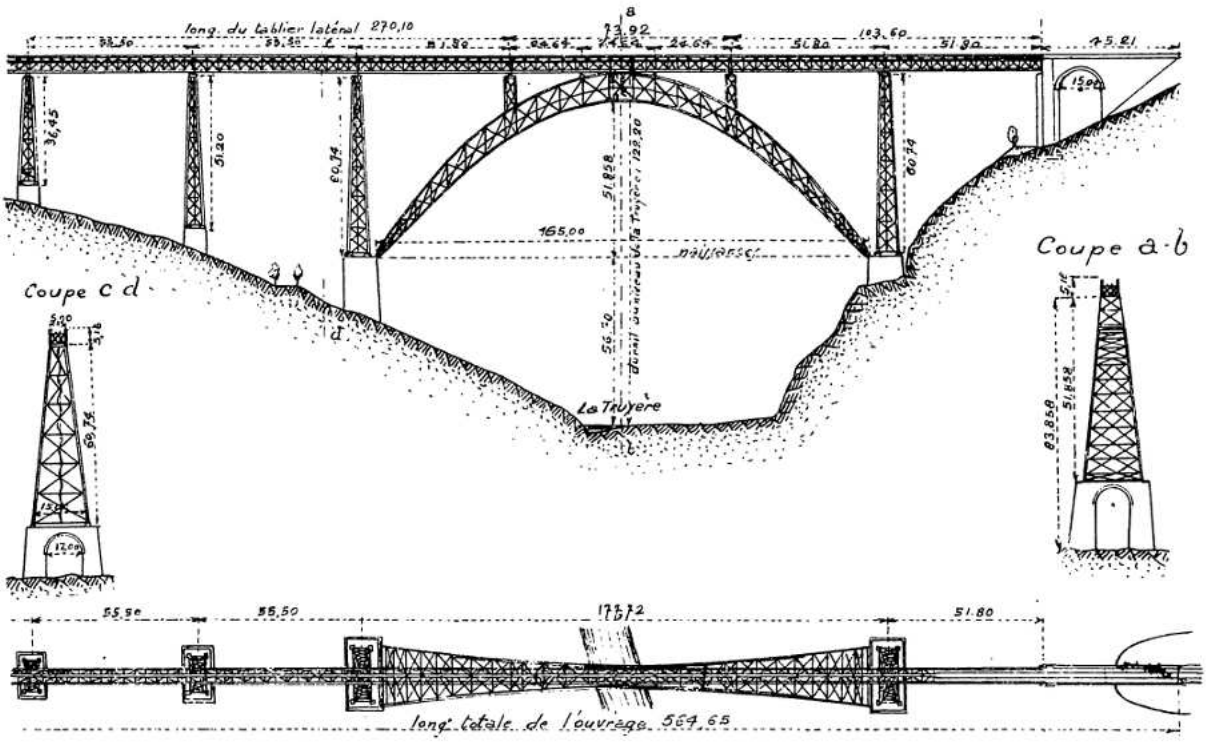
Dans les ponts-rails en fer de Porto, sur le Douro (Portugal) et de Garabit, sur la Truyère, le tympan est réduit à 2 montants symétriques par rapport à la clef, qui, au contraire, sont encastrés sur l'arc ;



Pont sur le Douro

leur partie supérieure qui supporte le longeron, est surmontée d'un chariot de dilatation qui, théoriquement, assure la verticalité de la réaction exercée sur l'arc, même lors des variations de température.

Dans le premier ouvrage, la voie repose directement sur l'arc dans la région de la clef ; dans le second, elle est portée sur toute sa longueur par le longeron, qui forme une poutre à travées solidaires continues.



Viaduc de Garabit

Formes attribuées à la section transversale des arcs.

La section transversale des arcs, en double té ou en caisson, n'est pas nécessairement symétrique par rapport à son grand axe d'inertie : on peut être conduit, pour réaliser la contrainte maximum dans les 2 semelles d'une même section, à leur attribuer des largeurs ou des épaisseurs différentes. Mais quand on a affaire à des arcs multiples sous le tablier, l'économie ainsi réalisée est en général peu importante, et on leur attribue alors fréquemment un profil symétrique.(1)

On a construit parfois des arcs dont les sections transversales ont d'autres formes : au pont du Carrousel, à Paris (arcs en fonte encastrés), aujourd'hui remplacé, le profil était de forme ovale, et creux; on a adopté parfois aussi un profil annulaire, mais ces exemples sont rares.

La courbe des pressions dûes à la charge permanente demeure, en général, à peu près équidistante des membrures de l'arc ; il travaille donc généralement à la compression ; seuls, les changements de température et l'action des surcharges peuvent produire des tractions, mais il est possible, lorsqu'on le juge nécessaire, de déterminer les contours apparents de l'arc, de manière que, dans tous les cas, il travaille à la compression ; c'est ce qui a été réalisé, en particulier, pour le pont Alexandre III, le pont sur le Douro et le viaduc de Garabit.

L'effort tranchant reste généralement très faible dans chacune des sections de l'arc, car les tangentes aux points correspondants de

(1) Les voûtes en béton armé remplacent souvent les ponts en arc métalliques multiples sous le tablier, pour les portées où la section serait en I.

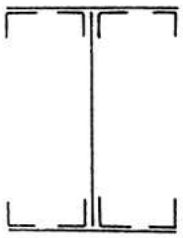
la courbe des pressions et de la fibre moyenne sont sensiblement parallèles.

Néanmoins, si le profil de la section est à âme pleine, il est intéressant d'attribuer à cette âme une épaisseur comparable à celle des âmes des poutres droites à âme pleine, de profil équivalent: elle intervient en effet, pour toute la valeur de sa surface, dans la résistance à l'effort normal, dont l'influence n'est pas négligeable.

Si donc l'âme est ajourée, ou constituée par une triangulation, il faudra remplacer la surface ainsi perdue en renforçant les semelles, de manière que la contrainte maximum $\frac{N}{S} \pm \frac{Mv}{I}$ ne dépasse pas la limite de sécurité.

L'économie que l'on peut ainsi réaliser dans les arcs de portée moyenne est assez minime, et fréquemment compensée par des sujétions d'usinage, et des complications de construction.

On disposera des nervures normales à l'âme à l'aplomb de chaque montant du tympan, de manière à répartir la charge sur toute la hauteur de l'âme. Si la distance entre 2 montants successifs est importante, on munira l'âme de raidisseurs intermédiaires.



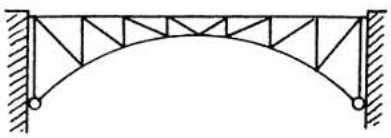
Dans les arcs de quelque importance, il peut être intéressant de s'opposer au voilement des semelles, en les munissant de cornières de bordure, qui augmentent efficacement le moment d'inertie minimum du profil.

Lorsque les efforts sont très importants on peut être conduit à adopter des profils en caisson; si l'on ne peut circuler à leur intérieur, on constituera les âmes (sauf une, peut-être), avec une triangulation, de manière à permettre la visite et le renouvellement de la peinture.

Le pont de Neuilly, sur la Seine, comporte des arcs soudés à âmes pleines, en forme de caisson entièrement fermé.

Arcs à tympans rigides.

Dans un grand nombre de ponts qui ont été construits dans les pays de langue allemande, la liaison entre l'arc et le longeron est réalisée au moyen d'un tympan en tôle plein ou évidé, ou encore par une triangulation.



On obtient ainsi des tympans rigides, dans lesquels la membrure inférieure courbe, le longeron et le tympan forment une ferme articulée, qui est en arc.

On doit calculer un tel système comme un arc triangulé par les méthodes propres aux systèmes articulés. Ses membrures sont formées par l'arc et le longeron, et la triangulation par le tympan.

On pourrait également obtenir la rigidité par la raideur des assemblages des seuls montants sur les arcs et les longerons, comme dans les poutres échelle.



Cette forme de construction serait, en particulier facilement réalisable en soudure. Mais les calculs correspondants sont inextricables, et ne peuvent être abordés que par des procédés d'approximations successives.

C'est elle qui avait été primitivement envisagée pour le pont de Neuilly-sur-Seine, où l'on a d'ailleurs finalement renoncé à encastrer les montants, après expérimentation (1).

Dispositions relatives au tablier et aux articulations

Les longerons doivent être coupés à l'aplomb de chaque articulation, ou à peu de distance de cet aplomb. Lorsqu'il n'y a que deux articulations de retombée, la coupure se trouve faite d'elle-même sur les culées ; les extrémités des longerons, réunies par des entretoises, reposent sur les culées par l'intermédiaire de plaques de friction. A la coupure correspondant à l'articulation de clef, les cours d'entretoises correspondantes, situées de part et d'autre, sont assemblées sur les arcs ; elles portent les tôles-bavettes assurant la continuité de la chaussée et des trottoirs.

Les articulations sont ordinairement constituées par deux balanciers en acier moulé et une rotule en acier laminé ou forgé, plus rarement par deux surfaces cylindriques roulant l'une sur l'autre.

Arc à triple articulation

L'arc à triple articulation est un ouvrage isostatique, et par conséquent, non sensible aux variations de la température.

On peut se proposer de déterminer le profil de la section de manière que, quelle que soit la disposition des surcharges, l'arc ne travaille qu'à la compression ; on peut déterminer aisément ce profil par le calcul, lorsque la surcharge est à répartition uniforme : il suffit en effet que les courbes des pressions restent constamment à l'intérieur du noyau central de l'arc.

On trouve alors que chaque tronçon de l'arc doit affecter la forme d'une côte de melon ; comme elle n'est pas très agréable à l'œil (2), on la remplace fréquemment par une autre, telle que la côte de melon théorique soit enveloppée par le contour apparent du profil : dans le cas d'une section en double té, en effet, les lignes des bors-cornières sont assez voisines des bords du noyau central.



Ces considérations ont servi de base pour établir les profils des deux tronçons

(1) Voir l'étude de M. Pascal "La méthode expérimentale au Bureau d'études (Annales des Ponts et Chaussées - Août-Septembre 1938), et Méthode approchée de Enyedi (L'ossature métallique - Septembre-Octobre 1946).

(2) On peut en juger au viaduc d'Austerlitz, à Paris.

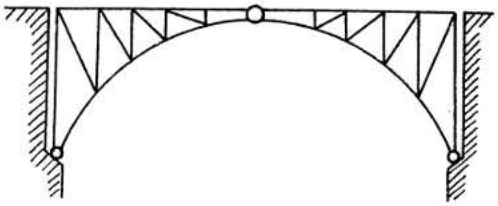
qui forment chaque moitié des arcs du pont Alexandre III, qui sont en acier moulé.

Elles ne sont d'ailleurs à retenir qu'en ce qui concerne les arcs en fonte, que l'on n'emploie plus, et en acier moulé, que l'on n'emploie guère. Dans ces deux cas, en effet, les voussoirs successifs formant l'arc sont maintenus en contact par des assemblages par boulons qui se prêtent mal au renversement des efforts.

Elles sont sans intérêt pour les ouvrages en acier laminé.

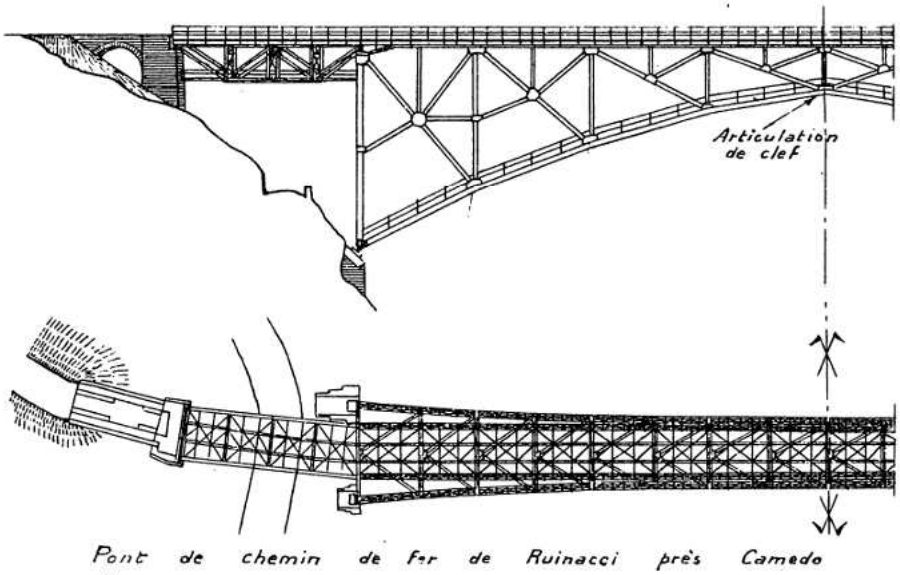
Tympans rigides.

Avec l'arc à triple articulation on peut employer des tympans rigides, à condition de calculer le système comme tel, sans grand inconvénient, parce que l'ouvrage n'est pas influencé par les variations de la température.



Ces tympans sont à peu près inutiles pour la résistance aux efforts dûs à la charge permanente, car la membrure inférieure est généralement parabolique, ou circulaire, et ne s'écarte guère de la courbe des pressions correspondante : ils ne servent qu'à transmettre les charges du tablier à l'arc.

Mais ils sont efficaces en ce qui concerne les surcharges et interviennent pour soulager la membrure inférieure courbe, dans la région des reins.



Pont de chemin de fer de Ruinacci près Camedo

C'est donc lorsque les surcharges sont très importantes vis-à-vis de la charge permanente qu'il est nécessaire d'employer les tympans rigides. Ils accroissent d'ailleurs la rigidité de l'arc, et atténuent ses mouvements vibratoires.

A ce double titre, il est plus indiqué encore de les employer pour les ponts-rails que pour les ponts-routes.

Emploi des arcs à trois articulations.

On utilise rarement l'arc à triple articulation, tout au moins comme ouvrage définitif, car il est plus lourd que l'arc à double articulation, toutes choses égales d'ailleurs.

On l'a employé au pont Alexandre III, parce que l'arc devait obligatoirement être très surbaissé, et qu'il était alors indispensable de le

soustraire à l'influence des variations de la température.

On l'emploierait également, si, se trouvant dans l'obligation de construire un pont en arc, on constatait que la nature du terrain de fondation ne permet pas d'assurer d'une manière absolument certaine l'invariabilité des culées. On sait, par exemple, que la variation de distance entre les appuis d'un arc hyperstatique agit de la même manière qu'une variation de température, qui produirait, au signe près, le même changement de longueur de la corde joignant les appuis.

Il en serait de même encore si le montage devait être exécuté sans cintre, par encorbellement à partir de chaque culée : la présence d'une articulation à la clé facilite considérablement le raccordement des deux moitiés de l'arc, et permet de régler très exactement sa longueur.

D'ailleurs, dans ce dernier cas, rien n'empêcherait de bloquer, après coup, l'articulation de clef, pour obtenir en ce qui concerne les surcharges et les variations de la température, un arc à deux articulations seulement. C'est un procédé de construction qui a été fréquemment employé.

Arc à deux articulations.

L'arc articulé à ses deux extrémités est un système hyperstatique ; on donne en général à la fibre moyenne de l'arc la forme d'une parabole, ou plus fréquemment d'un arc de cercle, dont l'aspect est plus satisfaisant : comme nous l'avons déjà indiqué, l'accroissement du rayon de courbure de la parabole à partir du sommet produit toujours, en effet, l'impression d'un aplatissement aux reins, qui est désagréable à l'œil.

Propriétés mécaniques. Influence de la hauteur de la section

On peut se rendre compte des propriétés caractéristiques des arcs à 2 articulations, en supposant l'arc à fibre moyenne parabolique, parce que les formules sont plus aisément maniables, et en le supposant moyennement ou très surbaissé, et à section réduite constante. ($I \frac{d\xi}{ds} = Ct$ et $S \frac{d\xi}{d\tau} = Ct$)

Soit l sa portée, f sa flèche, r^2 le carré du rayon de gyration de la section transversale.

Charge permanente.

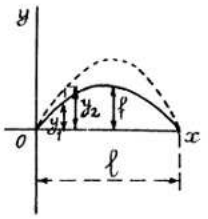
Soit p la charge permanente, supposée uniformément répartie. La poussée correspondante a pour valeur, f étant la flèche de construction à l'atelier

$$Q = \frac{pl^2}{8f} \times \frac{1}{1 + \frac{15}{8}\frac{r^2}{f^2}}$$

Elle est un peu plus faible (à peine $\frac{1}{100}$) que celle d'un arc identique à 3 articulations, soit $\frac{pl^2}{8f}$, le terme $\frac{1}{1+\frac{15}{8}\frac{r^2}{f^2}}$ étant compris, pour les arcs en cause,

entre 0,99 et 1.

La fibre moyenne de l'arc a pour équation $y_1 = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$, et la courbe des pressions est définie par l'équation différentielle:



$$\frac{d^2y_2}{dx^2} = -\frac{p}{Q}, \text{ d'où } y_2 = \frac{p}{2Q} x(l-x)$$

La distance verticale des deux courbes est:

$$z = y_2 - y_1 = \frac{4f x(l-x)}{l^2} \times \frac{15 z^2}{8 f^2}$$

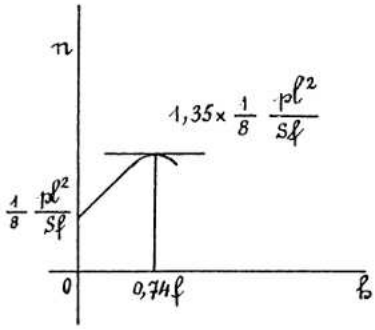
z étant toujours positif, la courbe des pressions est toujours située au-dessus de la fibre moyenne.(1)

Le moment fléchissant dans la section d'abscisse x a pour expression $M = Qz$. Son maximum se produit à la clef, et a pour valeur

$$M = \frac{p l^2}{8} \times \frac{\frac{15}{8}\frac{z^2}{f^2}}{1+\frac{15}{8}\frac{z^2}{f^2}} = \frac{p l^2}{8} \times \frac{1}{1+\frac{8}{15}\frac{f^2}{z^2}}$$

Soit h la hauteur de l'arc, supposé symétrique, et S sa section; si l'on suppose le profil à double té, on a en première approximation: $z = \frac{h}{2}$. La contrainte maximum de compression à la clef peut alors s'écrire sous la forme :

$$n = \frac{Q}{S} + \frac{Mh}{2S\frac{h^2}{4}} = \frac{p l^2}{8Sf} \times \frac{1+\frac{15}{16}\frac{h}{f}}{1+\frac{15}{32}\frac{h^2}{f^2}}$$



Cherchons, pour un arc de section donnée S, c'est-à-dire pour une dépense consentie de métal, comment varie la contrainte maximum de la section de clef avec la hauteur.

La courbe ci-contre résume les variations correspondantes; elle montre clairement que la contrainte croît avec la hauteur, dans les limites pratiques des valeurs de $\frac{h}{l}$.

La contrainte maximum à la clef dûe à la charge permanente, ou à une surcharge uniformément répartie, est donc d'autant plus élevée que le moment d'inertie est plus grand, puisque celui-ci est proportionnel à h^2.

On remarquera d'autre part, que, en augmentant la hauteur, c'est-à-dire le rapport $\frac{z}{f}$, on diminue la poussée, dans telle mesure que l'on veut, mais que c'est aux dépens du moment fléchissant, lequel s'accroît en conséquence.

Température.

Considérons d'autre part, l'effet des variations de la température.

Si τ représente l'allongement proportionnel, la poussée correspondante a pour expression:

---

(1) Elle ne coïnciderait avec elle que si le terme $\frac{1}{1+\frac{15}{8}\frac{z^2}{f^2}}$ était égal à l'unité, c'est-à-dire si l'on négligeait le raccourcissement de la fibre moyenne dû à l'effort normal.

$$Q_\tau = EI\tau \times \frac{\frac{15}{8f^2}}{1+\frac{15}{8}\frac{x^2}{f^2}} = ES\tau \frac{\frac{15}{8}\frac{x^2}{f^2}}{1+\frac{15}{8}\frac{x^2}{f^2}}$$

La ligne d'action de Q_τ étant la droite joignant les articulations, le moment fléchissant en une section d'abscisse x a pour valeur :

$$M = Q_\tau y_1 = Q_\tau \frac{4f}{l^2} x(l-x)$$

On peut remplacer, d'une manière approximative, le rayon de gyration par la demi-hauteur de l'arc et l'on obtient :

$$Q_\tau = \frac{ES\tau}{1+\frac{32}{15}\frac{f^2}{h^2}}$$

Si l'on considère 2 arcs ayant même flèche et même section, mais dont les hauteurs sont respectivement égales à $\frac{f}{10}$ et à $\frac{f}{2}$, les poussées Q_τ correspondantes dans le rapport de 1 à 22,5.

La contrainte maximum à la clef a pour expression :

$$n_\tau = \frac{15}{16} E\tau \frac{h}{f} \frac{1+\frac{h}{2f}}{1+\frac{15}{32}\frac{h^2}{f^2}}$$

On constate, ici encore, que l'on n'a pas intérêt à exagérer la hauteur de l'arc, parce que les efforts dûs aux changements de température croissent, en même temps que la hauteur, dans les limites pratiques des valeurs du rapport $\frac{h}{f}$.

Il convient de signaler que les variations de température des arcs sous chaussée ont moins d'amplitude que celles de l'air ambiant, et présentent un certain retard, nécessaire pour permettre au métal qui se trouve protégé de l'action directe du soleil, de se mettre en équilibre de température.

Il pourrait être utile d'envisager, dans certains cas exceptionnels, des écarts de température différents pour les arcs de tête exposés au sud et les autres.

Surcharges.

Les calculs relatifs aux surcharges sont facilités par l'emploi des tables de Bresse, dans le cas des arcs circulaires à section constante, et sont très simples dans le cas des arcs paraboliques à section réduite constante.[1]

On peut construire ici encore les lignes enveloppes des courbes de pression, si l'on désire que le métal ne travaille qu'à la compression. On constate qu'elles ont la forme d'un croissant et que, toutes choses étant égales

---

(1) A la vérité, les arcs paraboliques à section réduite constante ne sont guère recommandables, la loi de variation des sections ne suivant pas d'assez près la réalité pour obtenir des contraintes aussi élevées que possible sur la plus grande partie de la longueur de l'arc.



par ailleurs, leur distance mutuelle maximum est plus faible que dans un arc à triple articulation.

La suppression de l'articulation de clef se traduit donc par une réduction de la valeur maximum des moments fléchissants dûs à la surcharge.

Hauteur de la section

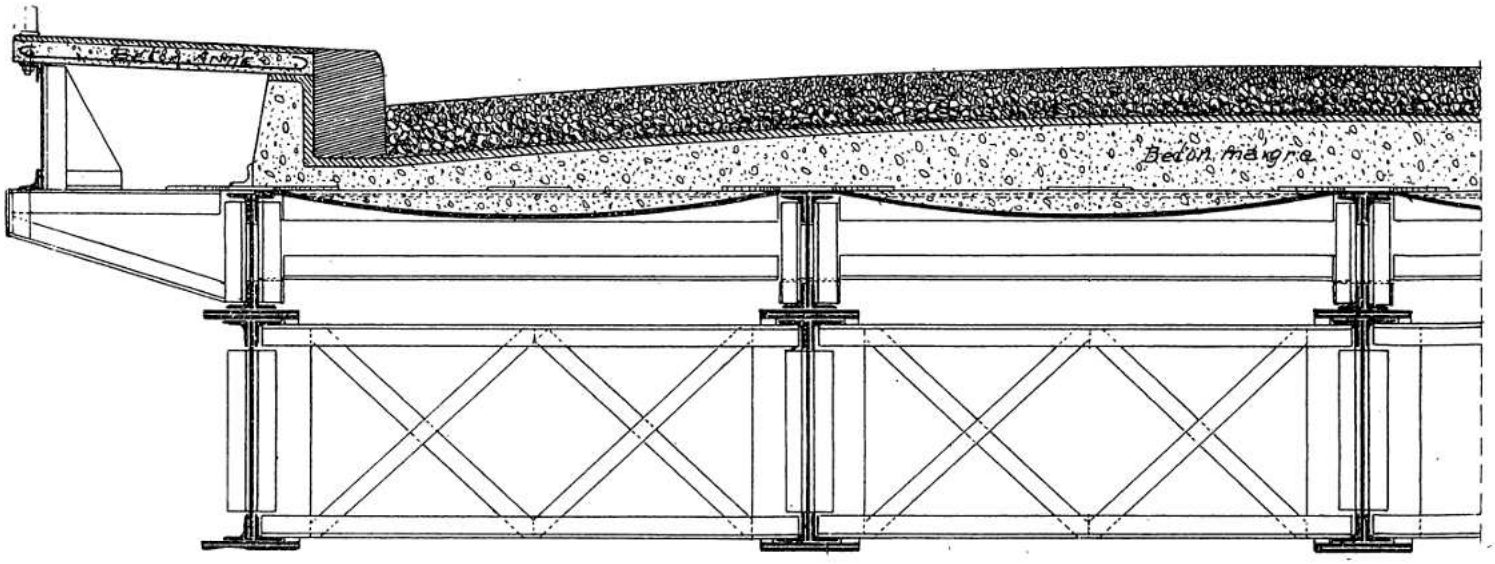
Cette épure peut servir à déterminer la hauteur de l'arc, qu'il convient de ne pas exagérer, pour les raisons qui précèdent. Souvent, d'ailleurs, des considérations d'esthétique interviennent pour fixer cette hauteur, qui peut être constante ou variable.

Les arcs circulaires en acier laminé ont généralement une hauteur hors-cornières constante, qui est voisine de 1,5/100 de la portée pour les arcs multiples sous chaussée, et qui est comprise entre 2/100 et 3/100 dans les ponts comprenant deux arcs seulement; leur section est généralement constante, sauf vers les extrémités. On a parfois fait décroître légèrement la hauteur depuis la clef jusqu'à chaque rotule d'articulation, pour des raisons d'aspect.

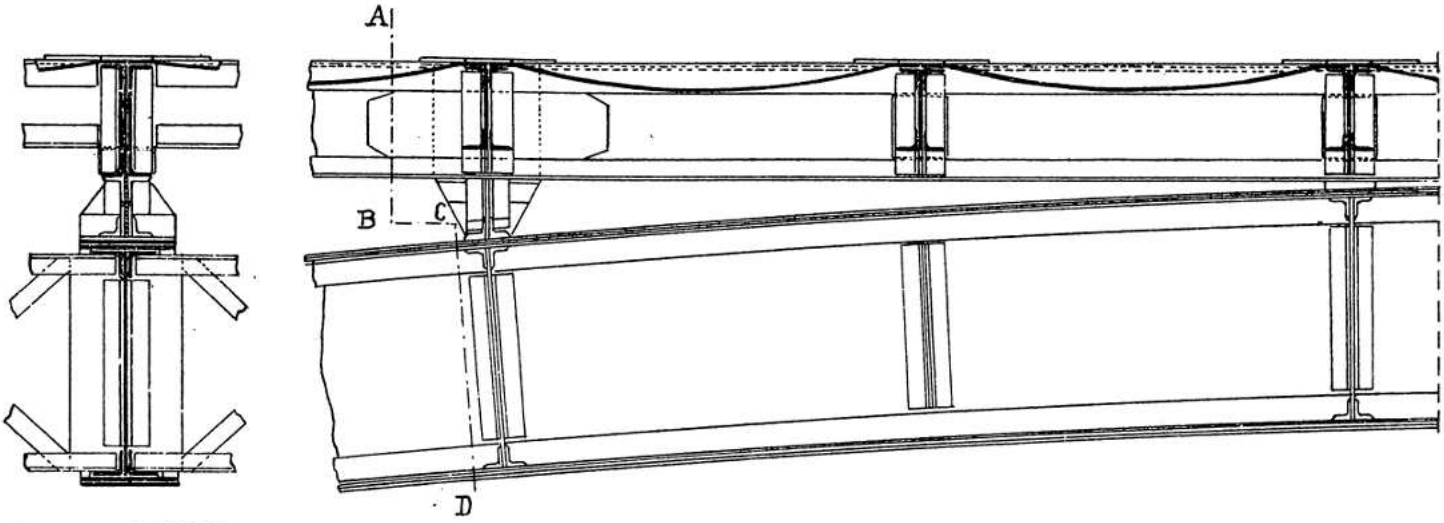
Le pont en arc à 2 articulations construit sur le Niagara, en aval des chutes, et qui s'est effondré en 1937 sous la poussée des glaces, a été longtemps le plus grand pont en arc du monde; son ouverture était de 256,00 m., sa flèche 45,70 m ($\frac{f}{l} = \frac{1}{5,6}$); les arcs étaient à treillis de 7,90 m de hauteur; le tablier, en bois, avait 14,00 m de largeur totale. Il comportait 2.300 tonnes d'acier et 300 tonnes de bois. Il avait été construit en 1898.

Disposition et assemblage de l'ossature métallique d'un pont à arcs multiples sous chaussée.[1]

Nous reproduisons ci-après, à titre d'indication, quelques dessins de détails concernant une coupe transversale et une élévation d'un pont comportant 5 arcs sous chaussée, avec chaussée empierrée et couverture en tôle emboutie.

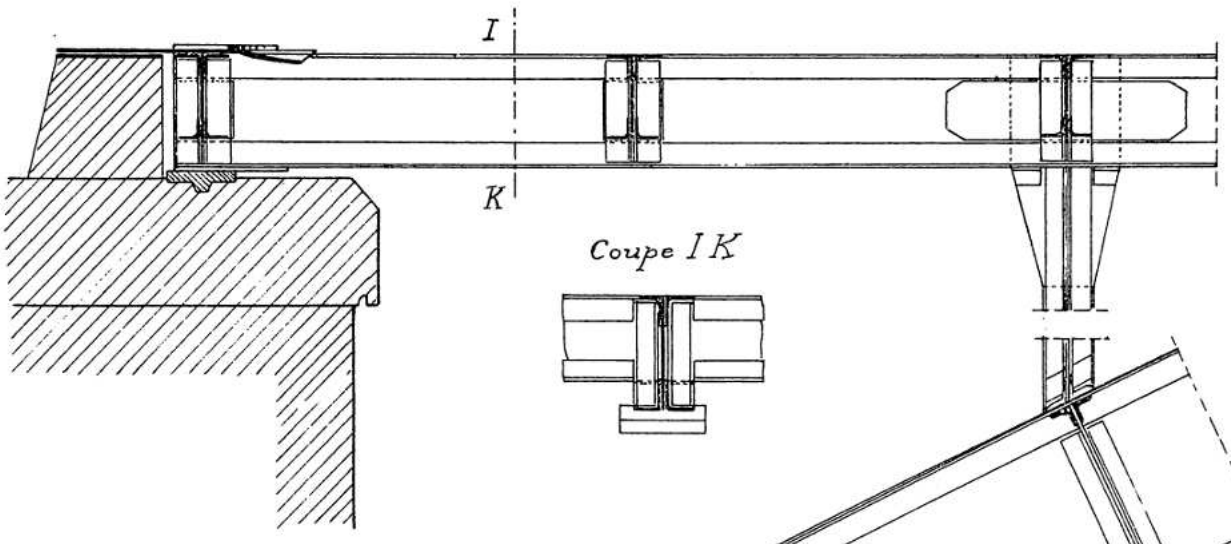


(1) Les ouvrages correspondants apparaissent aujourd'hui comme démodés; on en construit peu, les voûtes et arcs en béton armé les remplaçant souvent. Pour leur calcul, voir 9e Volume de Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Chaussées : La répartition transversale des charges dans les ponts à arcs multiples (Massonet).



Coupe ABCD

Elévation longitudinale d'un arc et de son longeron (région de la clef)



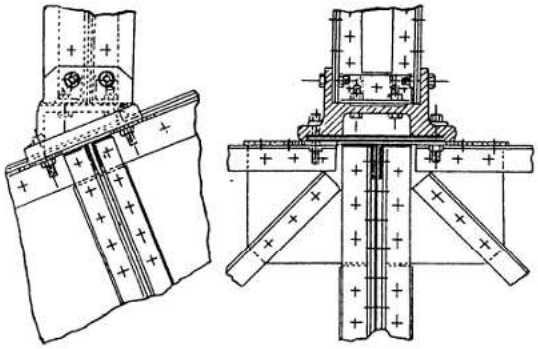
Coupe IK

Elévation longitudinale d'un arc et de son longeron (region de l'appui)

Coupe EFGH.

On s'est abstenu de faire des tympans rigides, en raison des effets de la température.

On remarquera, en outre, que l'attache des montants sur les arcs, très rigides dans le sens transversal, l'est peu dans le sens longitudinal, pour éviter les effets dûs à la discordance des déformations de l'arc et du longeron.



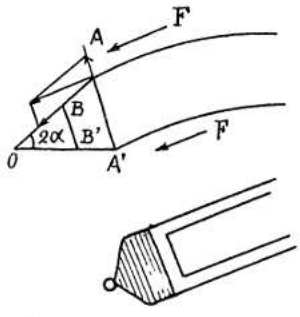
On a parfois utilisé des sabots en acier moulé, pour assurer le raccordement entre le pied des montants et la semelle supérieure des arcs. Le sabot en acier moulé est alors fixé sur l'arc au moyen de boulons. Il est encastré dans le sens transversal ; mais dans le sens longitudinal, l'assemblage à boulons laisse au joint un jeu suffisant pour lui permettre de fonctionner comme une articulation imparfaite.

La réalisation au moyen de la soudure pourrait être faite suivant un procédé analogue, mais serait beaucoup plus simple.

Les montants pourraient être constitués plus simplement, et notamment, on pourrait leur attribuer une section en caisson, d'aspect plus satisfaisant que les assemblages de cornières et plats utilisés en rivure.

About des arcs.

Au voisinage d'une articulation, il se produit un changement notable dans la répartition des contraintes qui, supportées en majeure partie par les platebandes, doivent être reportées sur l'articulation d'extrémité. Les abouts d'un arc doivent donc être construits de manière que cette condition soit satisfaite. Par exemple, si on termine l'arc par un trapèze ABA'B' dont les côtés AB et A'B' faisant l'angle 2α passent par l'axe d'articulation, il faut relier les sommets A et A' par une traverse, susceptible de résister à l'effort $F \operatorname{tg} \alpha$.



Si l'arc était terminé par une section perpendiculaire à sa fibre moyenne, il faudrait un balancier très rigide pour reporter les efforts sur l'articulation, sans contraintes excessives; sa hauteur devrait être plus forte que celle d'un balancier d'appui de poutre, pour tenir compte du fait que les efforts transmis se trouvent localisés dans la région des platebandes.

Appareils d'appui des arcs.

Les appareils d'appui des arcs sont soit des appareils à balanciers et à rotule, soit des articulations à roulement.

Appareils à balanciers et à rotule.

Ils sont analogues à celui décrit précédemment, à propos de la travée indépendante.

Pour les calculer, on ne tiendra compte que de l'effort normal toutes les fois que l'on aura reconnu que l'effort tranchant est négligeable; dans le cas contraire, il faudrait considérer la résultante de ces deux efforts:

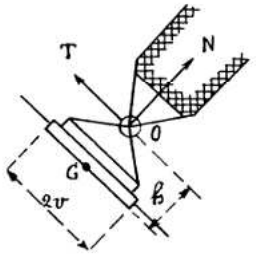
$$F = \sqrt{N^2 + T^2},$$

rechercher son maximum, et tenir compte de sa direction pour déterminer la disposition des diverses pièces.

Ici, plus encore que dans les appareils d'appui des ponts à poutres droites, il est essentiel de donner à la rotule un diamètre tel que la rotation puisse s'effectuer; il faut en effet que le couple d'encastrement dû au frottement, qui s'y oppose, soit aussi réduit que possible.

Les articulations du pont Alexandre III supportent une charge maximum de 1135 tonnes environ par mètre courant; leur diamètre est de 0,20 m., et elles jouent effectivement leur rôle. Elles sont en acier forgé spécial (acier à canon), soigneusement usiné, ayant pour limite de rupture 60 kg/mm², pour limite d'élasticité conventionnelle 40 kg/mm² et pour allongement de rupture 18%. La contrainte diamétrale moyenne qu'il supporte n'est que 5,7 kg/mm².

Il importe de remarquer que la pression maximum sous le sabot d'appui ne correspond pas nécessairement à la surcharge complète de l'arc; une surcharge dissymétrique peut en effet déterminer une réaction dont l'excentricité soit suffisante pour provoquer sous l'un des bords de la plaque d'appui une pression supérieure à celle que donnerait une surcharge complète.



Soit O l'axe de la rotule, G le centre de la base d'appui, b la distance OG, $2v$ la hauteur de la surface d'appui, dont l'aire est S et le moment d'inertie I, par rapport à un axe passant par G perpendiculaire au plan de la figure.

La pression sous les bords extrêmes de la plaque d'appui a pour expression.

$$n = \frac{N}{S} \pm \frac{Mv}{I}$$

Or, si T est l'effort tranchant relatif à la section d'articulation, on a: $M = Tb$. D'où:

$$n = \frac{N}{S} \pm \frac{Tbv}{I}$$

Il suffit de tracer les deux lignes d'influence définies par cette expression et de les utiliser pour la recherche du cas le plus défavorable.

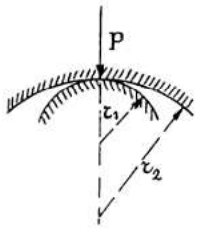
On dispose, sous le balancier inférieur de l'appareil d'appui, une feuille de plomb de 5 mm assurant une meilleure répartition des pressions sur le sommier en pierre de taille; un coulis de ciment est préférable sur

un sommier en béton ou en béton armé.

Articulations à roulement.

Les articulations à roulement sont réalisées au moyen de surfaces cylindriques de rayons légèrement différents, qui roulent l'une sur l'autre ; les rayons ne doivent pas être très différents, car le roulement provoque une excentricité de la réaction qui croît avec leur différence.

La pression maximum suivant la génératrice de contact est déterminée par la formule de Hertz ; P étant la composante de la réaction normale aux surfaces en contact, b étant la longueur de la génératrice, elle a pour expression



$$p = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{PE}{\pi b}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)} = 0{,}418\sqrt{\frac{PE}{b}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)}$$

Rappelons que l'on peut adopter pour p avec
avec l'acier Ac 42 $p \leq 55$ kg/mm² sans vent et 60 kg/mm² avec vent
avec l'acier Ac 54 $p \leq 70$ kg/mm² sans vent et 75 kg/mm² avec vent.

Articulations de clef des arcs à triple articulation.

Ces articulations sont toujours à balanciers et à rotule ; chaque balancier, en acier moulé, est boulonné sur la moitié de l'arc qui lui correspond.

Arc encastré

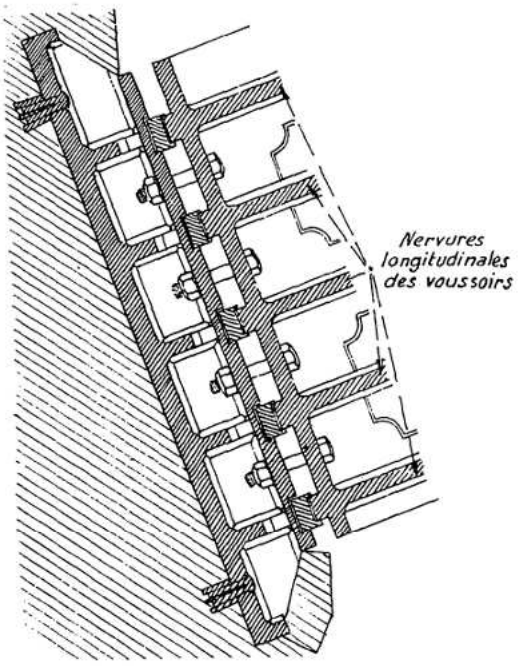
Les vieux arcs en fonte sont tous des arcs encastrés, comme l'étaient déjà les ponts en maçonnerie.

On disposait, sur des cintres, des voussoirs en fonte, boulonnés les uns sur les autres ; les retombées des arcs ainsi formés reposaient sur des sommiers en fonte, boulonnés sur les piles ou sur les culées. Entre les extrémités de l'arc et les sommiers d'appui, on chassait à la masse des coins en fer forgé disposés par paires, et servant de cales destinées à créer des compressions initiales dans toute la section d'encastrement.

On parachevait parfois l'assemblage en réunissant l'extrémité de l'arc et le sommier au moyen de boulons, pour éviter le desserrage intempestif des cales.

La figure ci-après représente l'extrémité d'un arc et son sommier. On donnait toujours à la base du sommier des dimensions suffisantes pour que la courbe des pressions passe dans son noyau central, de manière qu'elle soit comprimée sur toute sa surface.

Mais un pareil dispositif n'assure nullement un encastrement



parfait, qui suppose invariable l'orientation de la section d'extrémité. Pour qu'elle le restât, il faudrait que le sommier fût susceptible d'assurer également la transmission des efforts de traction et des efforts de compression, ce qui n'est pas.

Bien plus, si, pour une raison quelconque (vibrations, etc.), le calage se trouve modifié, il est possible que la courbe des pressions vienne passer par une cale extrême, pour certaines dispositions de surcharge, et certaines conditions de température. Le pont se comporte alors comme s'il était articulé sur cette cale.

Les ponts en arc en fonte comportent des tympans en fonte, composés de pièces plus ou moins ouvragées, boulonnées entre elles et sur les arcs; ces tympans, très rigides, sont généralement cassés, surtout à cause de l'effet des variations de la température dans les ponts-routes, et des efforts produits par les surcharges, dans les ponts-rails; la fonte résiste mal, en effet aux contraintes de traction et aux efforts tranchants.

Il existe encore de tels ponts mais leur nombre va en décroissant; on les répare assez facilement grâce à la soudure autogène, et on les utilise souvent en les renforçant par des organes en béton armé. M. de Boulongne, autrefois Ingénieur en Chef à la Compagnie P.L.M., a réalisé de nombreux renforcements dans cet ordre d'idées (1)

A Paris, nous citerons, comme ponts en arcs encastrés, le pont Solférino, le pont Sully et la passerelle des Arts (2)

L'arc encastré est fort peu employé aujourd'hui; il pourrait convenir pour de grandes ouvertures et un surbaissement médiocre; il doit être écarté lorsque le surbaissement est important, parce que les efforts dûs à la température seraient trop considérables. Il a, par contre, sur les autres types d'arcs, l'avantage de réduire l'importance des vibrations, et de conduire à une consommation de métal plus faible.

Le pont Henry Hudson est un arc encastré de 244,00 m. de portée et de 36,50 m de flèche ($\frac{f}{l} = \frac{1}{6,7}$); chaque arc est un caisson de 3,75 m de hauteur et 1,05 m de largeur, dont les faces supérieure et inférieure sont seules triangulées. Au point de vue de la dépense, la différence avec un arc à 2 articulations est faible. Mais on a choisi l'arc encastré:

---

(1) Annales des Ponts et Chaussées 1924 - fascicule V - 1925 fascicule II.

(2) Le pont du Carrousel qui a été remplacé en 1940, et le pont Saint-Louis qui s'est effondré sous le choc d'une péniche au cours de la guerre, étaient également des ponts en fonte.

a) pour supprimer les appareils d'articulation, qui auraient été très coûteux.
b) pour réaliser un ouvrage plus rigide au passage des surcharges.

L'ouvrage comporte 2 tabliers superposés, avec circulation à sens unique sur chacun d'eux. Il est fondé sur le rocher. Les arcs, dont la hauteur croît de la clef aux naissances, ont une section constante.

Le pont Rainbow sur le Niagara, entre les Etats-Unis et le Canada, est un pont en arc encastré de 285,00 m de portée et 45,00 m de flèche ($\frac{f}{l} = \frac{1}{6,33}$) ; chaque arc est un caisson à âme pleine de 3,65 m de hauteur et 0,90 de largeur.

Les arcs encastrés du pont de l'Ouest sur la baie de Riddarfjärden à Stockholm ont 168 m et 204 m de portée ; leurs flèches sont respectivement de 20,30 m et 24,65 m ($\frac{f}{l} = \frac{1}{8,28}$ et $\frac{1}{8,24}$) ; chaque travée comporte deux arcs, écartés de 18 m., dont la section en forme de caisson a une hauteur variant de 2 m à 2,50 m au de 4 m à 4,60 m de la clef aux naissances. L'encastrement des naissances est réalisé par deux articulations placées au voisinage immédiat des membrures inférieure et supérieure de chaque arc, ancrées dans la culée correspondante

L'emploi du béton armé pour constituer les culées permet de réaliser assez simplement l'encastrement de l'extrémité des arcs par l'intermédiaire de tiges filetées noyées et ancrées dans le béton ; des écrous permettent de serrer l'extrémité, convenablement raidie, sur une plaque épaisse reposant contre la culée, dont la surface est frettée en conséquence.

Arcs semi-encastrés

Les arcs en fer ou en acier qui semblent encastrés sont, en réalité, fréquemment du type semi-encastré.

On a constaté, en effet, que le montage et le réglage sont beaucoup plus faciles lorsque la cale centrale des retombées est seule en place ; aussi, préfère-t-on attendre pour placer les cales latérales, que le pont soit terminé, et porte toute sa charge permanente. La cale centrale affecte alors la forme d'une rotule.

Dans ces conditions, le pont se comporte sous la charge permanente comme s'il était à double articulation, et il résiste aux surcharges et supporte l'action de la température comme un arc encastré.

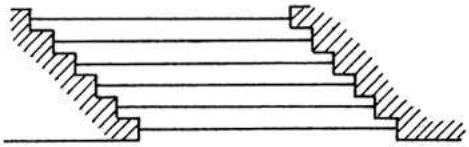
On réduit ainsi, d'une manière notable, les moments fléchissants dûs à la charge permanente.

C'est le mode opératoire qui a été suivi pour le pont Notre-Dame, à Paris, et les ponts Morand et Lafayette, à Lyon, la contrainte moyenne provenant des variations de la température peut atteindre jusqu'à 30 % de la contrainte totale supportée par les arcs ; l'emploi d'un arc à double articulation aurait permis de réaliser une économie de 10 %.

Lorsque l'on craint que la courbe des pressions puisse passer par les cales extrêmes, on constitue celles-ci au moyen de rotules cylindriques, comme celle du milieu.

Le semi-encastrement permet de même que l'encastrement de réduire l'importance des vibrations au passage des surcharges.

Ponts en arc biais



Les ponts en arc biais sont à arcs multiples sous la chaussée ; l'obliquité est obtenue par le décrochement de deux retombées successives. Les files de montants sont orientées de biais, et sont composées d'éléments de même largeur ; seules les entretoises du tablier sont dirigées normalement aux longerons qui surmontent les arcs.

Le biais entraîne certaines sujétions de construction, mais ses effets sont naturellement moins importants que dans les ponts à poutres, parce que les arcs sont moins déformables à portée égale.

Emploi des arcs hyperstatiques

Les arcs à 2 articulations, les arcs semi-encastrés et les arcs encastrés étant hyperstatiques, sont affectés par les mouvements des appuis ; ils ne conviennent donc, en principe, que lorsque la nature du terrain de fondation permet de penser qu'il ne s'en produira pas, ou de prévoir qu'ils auront une valeur dont on peut déterminer à l'avance la limite, et sous la réserve, qu'elle demeure acceptable pour la stabilité de l'ouvrage : la détermination des contraintes correspondantes permet de s'en rendre compte.

Les plus sensibles aux mouvements des appuis, comme aux variations de la température, sont les arcs encastrés.

Pour une portée et une flèche données, toutes choses égales d'ailleurs, un arc à 2 articulations est notablement plus déformable qu'un arc encastré ; dans le cas d'une charge isolée, on a trouvé, pour un ouvrage dans lequel $\frac{f}{l} = \frac{1}{6,1}$, un rapport des déformations un peu supérieur à 2 au quart de la portée et à 1,5 à la clef. Le rapport des déformations à la clef et au quart de la portée était dans l'arc encastré de 0,48 et dans l'arc à 2 articulations de 0,34.

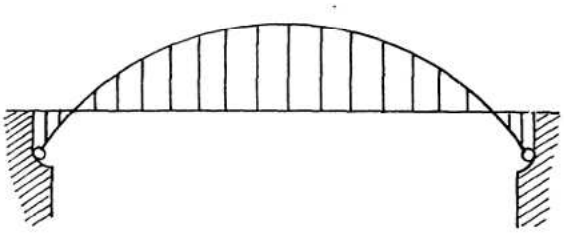
Arcs tubulaires en conduites forcées.

Lorsque des conduites forcées doivent franchir une rivière sans appuis intermédiaires, on les utilise souvent pour former un arc, encastré à ses extrémités (à la flexion et à la torsion) dans des massifs de béton armé ; elles se portent ainsi elles-mêmes et peuvent en même temps servir de passerelles. Voir notamment à ce sujet : Ossature métallique (Calcul d'un arc tubulaire février 1952 - Arc tubulaire pour le Canal du Verdon - Novembre 1953).

Chapitre II

Ponts en arc à tablier suspendu.

Il arrive que, lorsque l'on désire établir un pont en arc, les conditions locales ne permettent pas de construire un pont à tablier supérieur : ce serait, par exemple le cas où il faudrait dégager un chenal navigable haut et large sous l'ouvrage. On a alors recours à un pont en arc à tablier suspendu, situé à un niveau intermédiaire entre les appuis des arcs sur culée, et la clef.



Dans ce cas, pour ne pas gêner la circulation sur le pont, on réduit ordinairement à deux seulement le nombre des arcs.

Si la largeur qu'il est nécessaire de prévoir pour la chaussée et les trottoirs est importante, on est conduit ainsi à réaliser un tablier très lourd, en raison de la grande portée des pièces de pont. On peut remédier à ce défaut en plaçant les trottoirs en encorbellement à l'extérieur des arcs. Mais, comme toujours en semblable circonstance, la largeur totale de l'ouvrage s'en trouve accrue, car la partie des trottoirs comprise entre la chaussée et les arcs ne peut guère être utilisée pour la circulation.

On peut, avec ce type d'ouvrage, éviter les surbaissements importants; il fournit alors une solution économique, et assez esthétique; il est bon de déterminer la flèche d'après les positions relatives de la clef et du tablier.

Les arcs à tablier suspendu étant surtout applicables aux grandes portées, sont ordinairement triangulés et comportent des membrures à caisson; ils sont toujours à deux ou trois articulations.

Tympans.

Dans la partie comprise entre la clef et les régions d'intersection des arcs et du tablier, celui-ci est suspendu par l'intermédiaire de ses pièces de pont à des suspentes verticales, qui sont tendues; elles sont formées de 4 cornières réunies par une légère triangulation, ou par des tôles transversales formant barreaux.

De part et d'autre, et vers les culées, les pièces de pont sont assemblées sur des montants comprimés portés par l'arc[1]; si la distance à franchir est faible, on peut employer des longerons assez résistants pour supprimer ces montants. Ils sont appuyés sur la culée et assemblés sur une entretoise au droit des points de croisement. Cette dernière solution est préférable toutes les fois qu'on peut l'adopter, car elle permet de simplifier notablement la construction.

[1] Dans certains cas, et notamment pour des ponts biais, le tablier a été prolongé au-dessus des culées; il est alors porté par des montants prenant appui sur les culées.

Dispositifs de dilatation du tablier et des tympans

Tout d'abord, le tablier doit être coupé au voisinage de chacune des articulations, de manière à lui permettre de se prêter aux déformations correspondantes des arcs. Les dispositifs de dilatation seront naturellement placés au droit de ces coupures.

Le tablier doit être indépendant des arcs aux régions de croisement, afin d'éviter qu'il joue le rôle de tirant, et qu'il leur transmette les efforts dûs aux variations de la température. S'il leur était associé, d'ailleurs, les surcharges dissymétriques pourraient alors soumettre les suspentes à des contraintes excessives.

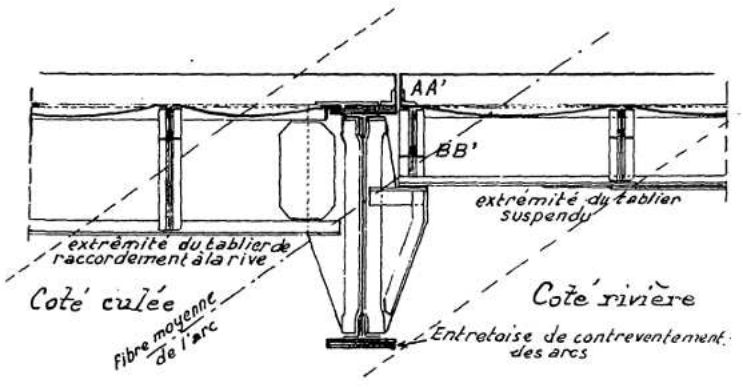
Cas des arcs à 2 articulations.

On a parfois attribué au tablier un appareil d'appui fixe à une extrémité et un appareil d'appui mobile à l'autre. Cette disposition n'est pas rationnelle, parce que, au voisinage de l'appui mobile, les déplacements horizontaux du tablier et de l'arc sont très différents, quoique de même sens ; les suspentes les plus courtes dont les extrémités sont encastrées sur l'arc et sur le tablier sont donc soumises à des moments fléchissants importants.

La solution qui paraît la plus logique est de disposer un appareil d'appui fixe à chaque extrémité du tablier, et de placer une coupure de dilatation à l'aplomb de la clef. Dans ces conditions, en effet, les suspentes les plus courtes ne subissent que des efforts de flexion très faibles sous l'influence des déformations discordantes de l'arc et du tablier ; les suspentes voisines de la clef étant très longues sont beaucoup plus flexibles et travaillent beaucoup moins à la flexion. Comme ce sont des barres tendues, on peut d'ailleurs réduire sans inconvénient leur largeur en élévation, de manière à diminuer les contraintes correspondantes, si la chose est reconnue nécessaire.

Mais alors, le tablier peut ne pas présenter une résistance propre suffisante aux efforts du vent, à moins que l'on ne prenne la précaution de réaliser sa continuité vis-à-vis de ces efforts, tout en maintenant la coupure nécessaire pour la dilatation. Chaque moitié du tablier ne pourrait en effet être en équilibre qu'en reportant sur l'arc, par l'intermédiaire des suspentes et des montants les efforts dûs au vent qui lui sont directement appliqués (1).

On peut envisager alors une autre disposition, qui consiste à couper le tablier au droit de ses points de croisement avec l'arc, dont l'ossature dissimule cette coupure. Il n'est plus nécessaire, ici, d'employer des appareils mobiles sur les culées, mais de simples plaques de friction, car la longueur du tablier dont le poids est reporté sur l'appui correspondant est très faible, et de poids insuffisant pour que le frottement s'oppose à la dilatation.



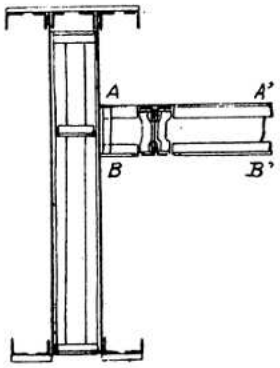
Chaque extrémité du tablier suspendu est alors portée par une entretoise, reliant les arcs au niveau de leur croisement avec le tablier ; l'extrémité du tablier de raccordement à la culée est reliée invariablement à cette poutre, qui forme un élément très efficace du

(1) On peut également envisager de couper le tablier au droit des deux suspentes les plus voisines du milieu de l'ouvrage : la partie centrale du tablier est alors une travée indépendante, et il n'est pas nécessaire, comme dans le cas précédent, d'avoir deux suspentes très voisines l'une de l'autre au milieu de l'ouvrage.

contreventement.

Nous avons représenté ci-contre la disposition correspondante adoptée pour le pont en arc dit "pont d'Anvers" à Strasbourg, aujourd'hui détruit.

Dans cet ouvrage, les extrémités des longerons du tablier suspendu ont été reliées par une entretoise A B A' B' qui est butée transversalement contre les arcs ; elle reporte sur ceux-ci les efforts exercés par le vent sur le tablier suspendu. Les âmes doivent être fortement raidies à l'aplomb de cette entretoise, de manière à éviter des déformations locales. Au montage, les éléments de l'arc et de l'entretoise sont simplement mis au contact, sans liaison entre eux.

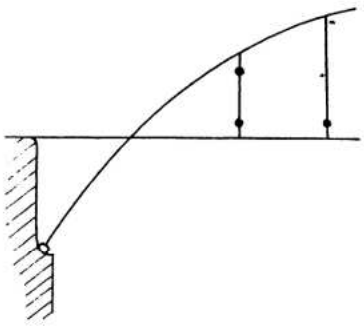


Dans ces conditions, le tablier et l'arc se déforment symétriquement à partir du plan axial de l'ouvrage, sous l'influence des variations de la température.

Il en résulte bien l'inconvénient que ce sont les suspentes les plus courtes dont les extrémités subissent les déplacements les plus discordants ; mais cet inconvénient est beaucoup moins grave que dans le premier cas envisagé, car les dilatations se produisent sur des longueurs plus de moitié moindres.

On peut, d'ailleurs, articuler la dernière ou les deux dernières suspentes sur l'arc ou sur le tablier.

S'il en résultait des difficultés sérieuses de construction, on placerait là ou les articulations sur la suspente elle-même.



On réalise très simplement ces articulations à l'aide d'un goujon, traversant des flasques en acier moulé rivées ou soudées sur les suspentes en cause.

Cas des arcs à 3 articulations

Le tablier devant comporter une coupure [1] au droit de l'articulation de clé, doit être soutenu de part et d'autre par deux suspentes ; ce qui précède est applicable à ces arcs.

Les arcs à triple articulation sont souvent prolongés par des consoles à l'extrémité desquelles sont placées les articulations de retombée, à un niveau un peu plus élevé que celui du tablier.

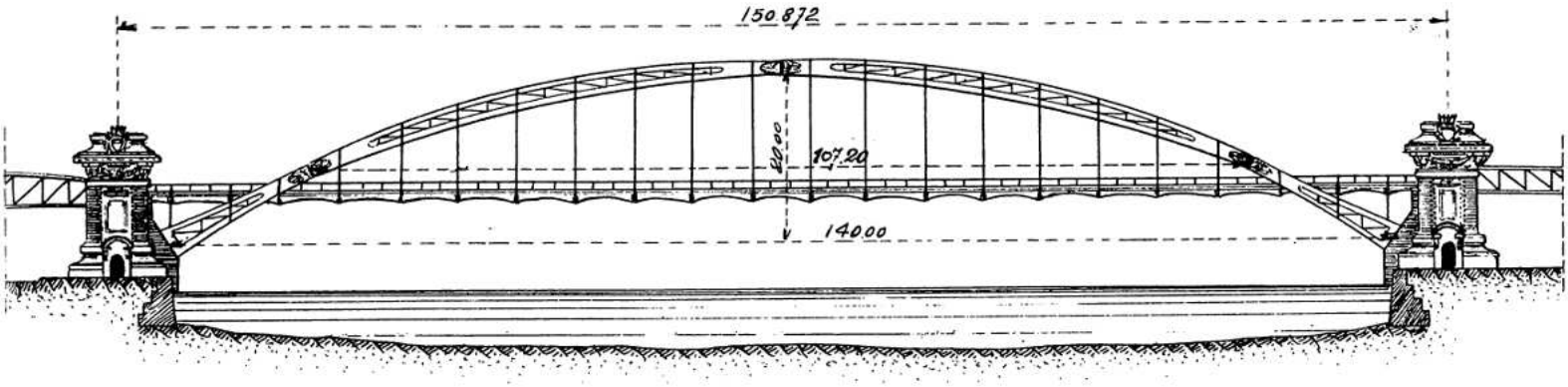
Ce dernier peut donc, cette fois-ci, être buté contre la région supérieure des consoles.

Deux exemples remarquables sont le viaduc d'Austerlitz, de Paris, de 140,00 m d'ouverture, et le pont de la Roche-Bernard, sur la Vilaine (Morbihan) de 192,00 m d'ouverture, aujourd'hui détruit.

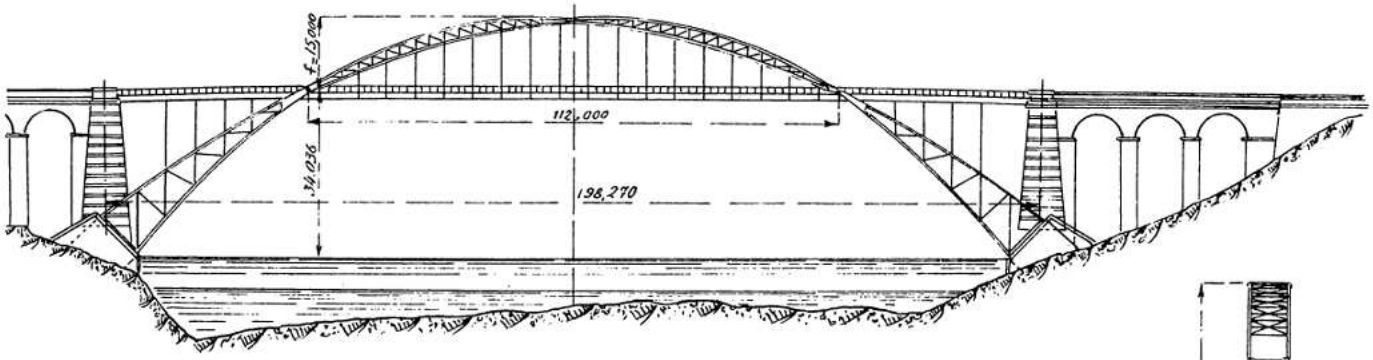
Ces deux ouvrages sont représentés ci-dessous.

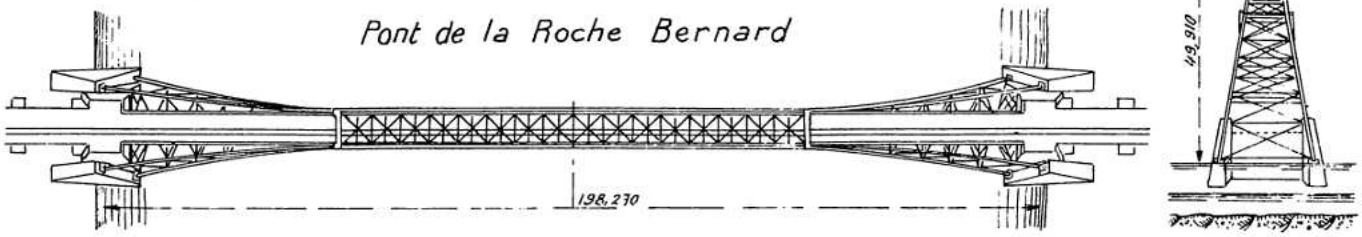
---

[1] Les coupures des arcs à 2 ou 3 articulations peuvent parfois comporter des appareils de jonction analogues à ceux des travées solidaires discontinues.



Viaduc d'Austerlitz





Pont de la Roche Bernard

Pour que l'extrémité de chaque console soit toujours butée contre les maçonneries des culées, il faut que, quelle que soit la disposition des surcharges sur l'arc et sur la console, la réaction de l'arc passe à l'intérieur du noyau central de chacune des sections d'appui.(1)

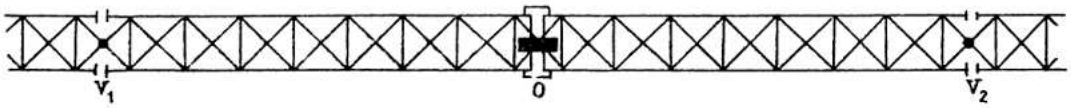
Nous allons décrire sommairement les dispositions particulières adoptées au pont de la Roche-Bernard, permettant de réunir à la fois les avantages des systèmes indiqués précédemment en ce qui concerne la dilatation d'une part, et la résistance du tablier aux efforts du vent, d'autre part.

Au voisinage de chaque articulation de retombée se trouve une articulation

(1) On pourrait songer à employer un arc à double articulation, au lieu d'un arc à triple articulation, mais le type d'ouvrage signalé ici n'est guère indiqué que pour de grands ponts, et les facilités de montage suffiraient pour faire préférer l'arc à triple articulation.

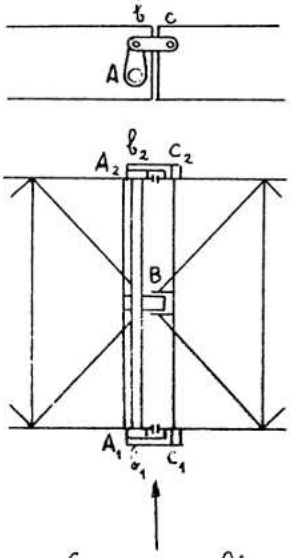
L'arc à double articulation présenterait d'ailleurs l'inconvénient majeur d'être un ouvrage hyperstatique posé sur appuis élastiques : ses conditions de résistance ne pourraient pas être aisément déterminées avec toute la sécurité désirable.

à axe vertical (V_1 ou V_2), qui réalise pour les forces horizontales dues au vent, un appui simple du tablier à chaque extrémité de sa partie suspendue. Ces articulations sont montées avec un jeu suffisant pour leur permettre de se comporter, dans les



limites de ce jeu, comme des articulations à la Cardan : la possibilité des déformations angulaires différentes par rapport au plan horizontal des tronçons de tablier est ainsi assurée en V_1 et en V_2.

L'articulation centrale 0 est conçue de manière à permettre les déformations angulaires autour d'horizontales, la dilatation à partir de chacune des articulations V_1 et V_2, et à assurer la continuité de la poutre de contreventement horizontale entre les articulations V_1 et V_2. Cette dernière se présente donc comme continue en 0 pour les charges horizontales, et discontinue pour les charges verticales.



Le principe du fonctionnement de l'articulation 0 est le suivant : un arbre horizontal A, venu de forge avec deux excentriques $A_1 b_1$ et $A_2 b_2$, tourne librement dans des paliers portés par les membrures du tronçon de gauche de la poutre de contreventement ; les extrémités b_1 et b_2 sont articulées sur des bielles $b_1 c_1$ et $b_2 c_2$ dont les axes c_1 et c_2 sont invariablement fixés à l'extrémité du tronçon de droite. La discontinuité est donc réalisée vis-à-vis des charges verticales.

Lorsque la température varie, l'arbre A tourne simplement dans ses paliers, et le tablier peut se raccourcir ou s'allonger librement.

Lorsque le vent souffle horizontalement, du bas vers le haut de la figure par exemple, les bords de la coupure situés du coté de $b_1 c_1$ tendent à se rapprocher, puisqu'ils correspondent à la membrure comprimée de la poutre de contreventement ; les bords situés du côté de $b_2 c_2$ tendent à s'écarter ; les extrémités de l'arbre $A_1 A_2$ ont donc tendance à tourner en sens inverse, et il subit en conséquence un couple de torsion. Il suffit qu'il puisse y résister pour que la continuité des membrures de la poutre de contreventement se trouve réalisée vis-à-vis des effets du vent.

Pratiquement, on a disposé l'un au-dessus de l'autre, et symétriquement par rapport au plan moyen horizontal du tablier, deux systèmes analogues à celui qui vient d'être décrit, pour équilibrer la composante verticale de l'effort supporté par chaque bielle bc. Celui-ci peut être au maximum de 70 tonnes ; la longueur bc est égale à 255 mm ; l'arbre A a un diamètre de 220 mm. et peut travailler au maximum à 8,5 kg/mm² sous l'action du couple de torsion.

Une glissière B assure la coïncidence des abouts des deux tronçons de tablier en plan ; pour assurer leur coïncidence en élévation, les abouts de la coupure sont découpés en crémaillère, de manière à venir s'appuyer l'un

sur l'autre, sans s'opposer aux mouvements longitudinaux. Il en est de même au droit des articulations V_1 et V_2.

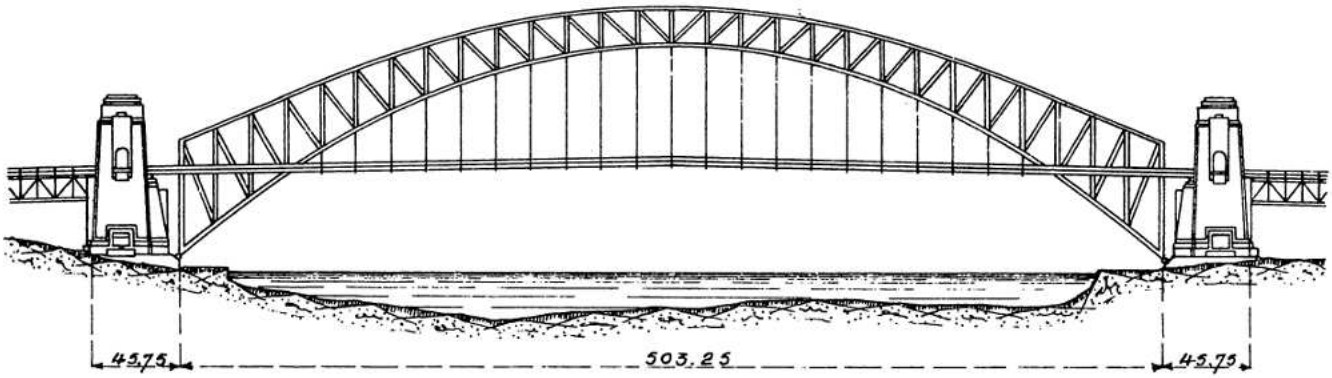
Portées maxima atteintes avec les ponts en arc à tablier suspendu.

L'emploi des ponts en arc à tablier suspendu permet d'atteindre des portées considérables; on utilise alors des arcs à deux articulations.

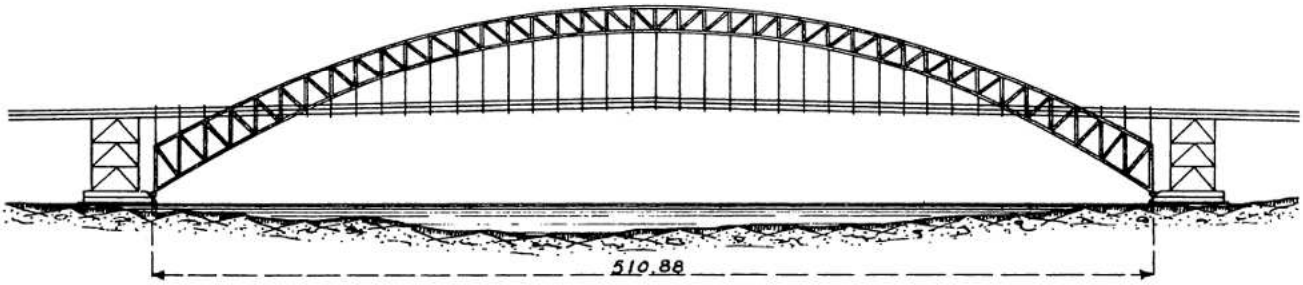
Les exemples les plus remarquables sont actuellement le pont de Sydney[1], de 503,00 m. de portée, et le pont de Kill van Kull[2], de 511,00 m. de portée.

Ce sont des arcs simplement triangulés, dans le système Pratt; ils sont munis d'un double contreventement, établi au niveau de leurs membrures supérieures et de leurs membrures inférieures, de sorte que l'ensemble de leur charpente forme un arc tubulaire.

Pont de Sydney (Australie).



Pont de Kill Van Kull.



Ponts à arc renversé

Dans les ponts en arc renversé, la concavité de la fibre moyenne de l'arc est tournée vers le haut, et non pas vers le bas; il y a à l'étranger, et notamment en Allemagne et en Amérique, d'assez nombreux ponts de ce type; mais il n'en existe pas en France.

---

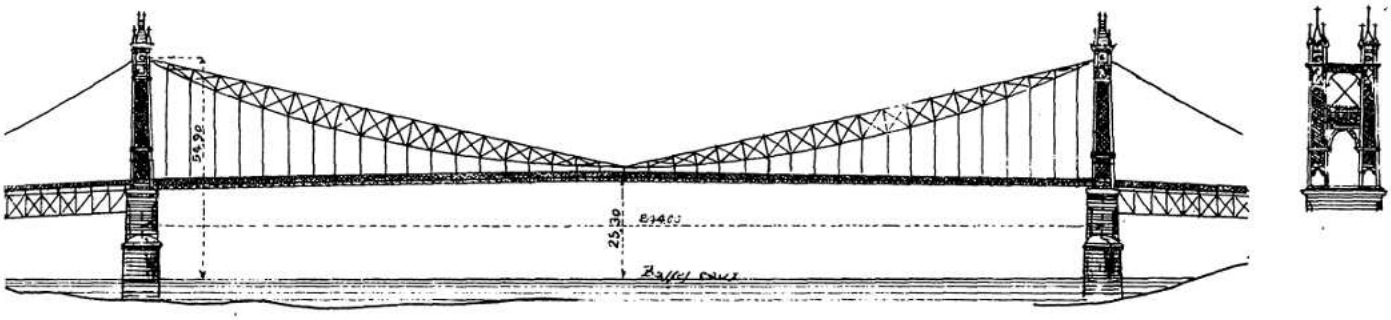
(1) Génie Civil 22 Mars 1924 - 7 mai 1932.

(2) Génie Civil 31 Août 1929 - 12 Décembre 1931.

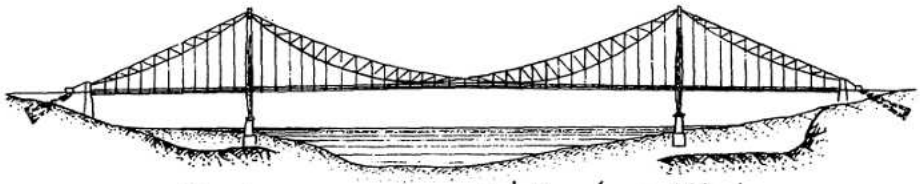
L'un des plus remarquables est le pont de Pittsburg, sur la Monongahela, qui se présente sous la forme d'un arc renversé à triple articulation, la distance entre articulations extrêmes étant de 244,00 m. Chacune des moitiés de l'arc a la forme d'une côte de melon, mais la membrure supérieure étant rectiligne, est susceptible de supporter des efforts de compression.

On peut réaliser différentes combinaisons partant de cette idée, et les Ingénieurs américains ont établi ainsi un projet de pont de plus de 800,00 m de portée, sur l'Hudson.

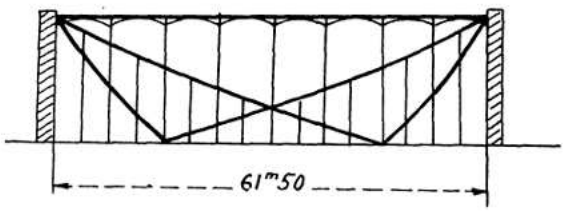
Dans ces systèmes, les tractions développées au sommet des pylônes peuvent être équilibrées soit par des câbles, soit par des tirants rectilignes triangulés, soit par des poutres métalliques en arc, semblables aux poutres centrales, et supportant des travées latérales.



Pont de Pittsburg (Amérique)



Pont en arc renversé à travées solidaires



Mais on peut également équilibrer ces tractions au moyen d'une poutre droite reliant les sommets des pylônes et travaillant à la compression; c'est ce qui est réalisé, en particulier, au pont d'Augarten à Vienne, que l'on a schématiquement représenté ci-contre.

Tous ces ouvrages sont assez disgracieux, et il ne paraît pas opportun d'en recommander l'emploi.

Chapitre III

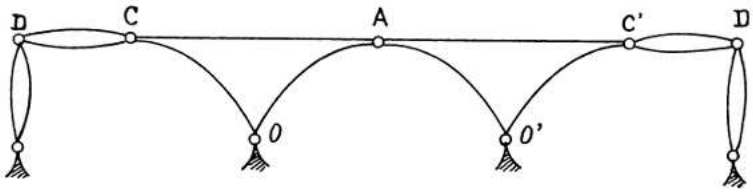
Ponts à arcs équilibrés

Les ponts à arcs équilibrés sont, comme les précédents, employés habituellement pour de grandes portées ; ils sont constitués de telle manière que les poussées produites par les charges placées sur leurs diverses parties se compensent dans une certaine mesure. On peut ainsi réduire les fondations et les maçonneries des piles ou des culées d'une manière importante.

Ces ponts peuvent être isostatiques, ou hyperstatiques.

Ponts à arcs équilibrés isostatiques

Considérons un arc à triple articulation OAO', dont chaque tronçon est prolongé au-delà du plan vertical de retombée par une console, en C ou C' ; en ces points les consoles sont elles-mêmes articulées avec une poutre, supportée à son extrémité opposée par un appui simple, figuré ici par une bielle verticale, articulée à ses deux extrémités sur la poutre, d'une part, et sur un massif de fondation invariable, d'autre part.



Un tel ouvrage est évidemment isostatique.

Sous toute charge placée entre les verticales des articulations O et O' il se comporte comme un arc à triple articulation isolé : les consoles OC et O'C', et les travées CD, C'D' ne supportent aucun effort ; toute charge placée à l'extérieur de ces verticales agit seulement sur une console et sur l'arc à triple articulation si elle est placée entre la verticale de l'articulation O et l'articulation C (ou entre O' et C'), et influence la travée CD la console OC et l'arc à triple articulation si elle est placée entre C et D.

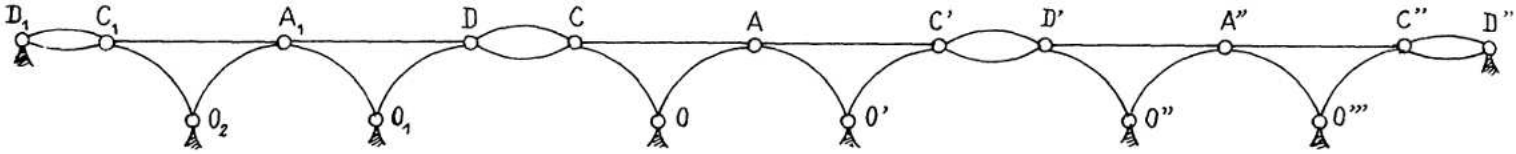
Les charges situées en dehors des verticales O et O' ont pour effet de diminuer la poussée de l'arc à triple articulation, produite par les charges comprises entre les verticales O et O'.

Ce type d'ouvrage permet donc de réduire la poussée de l'arc OAO' et peut être précieux dans le cas où il serait très surbaissé.

Une variante de cette disposition serait obtenue en supprimant les bielles verticales d'extrémité, et en les remplaçant par des appareils d'appui simple.

Si on reliait les extrémités D et D' des travées indépendantes aux extrémités

de nouvelles consoles, appartenant à d'autres arcs à triple articulation, on obtiendrait encore un ouvrage isostatique.



Il est bien évident, ici, que l'arc O A O' n'est influencé que par les charges placées entre D et D', et que l'un des arcs latéraux $O_1 A_1 O_2$, par exemple, n'est influencé que par les charges placées entre C et D_1.

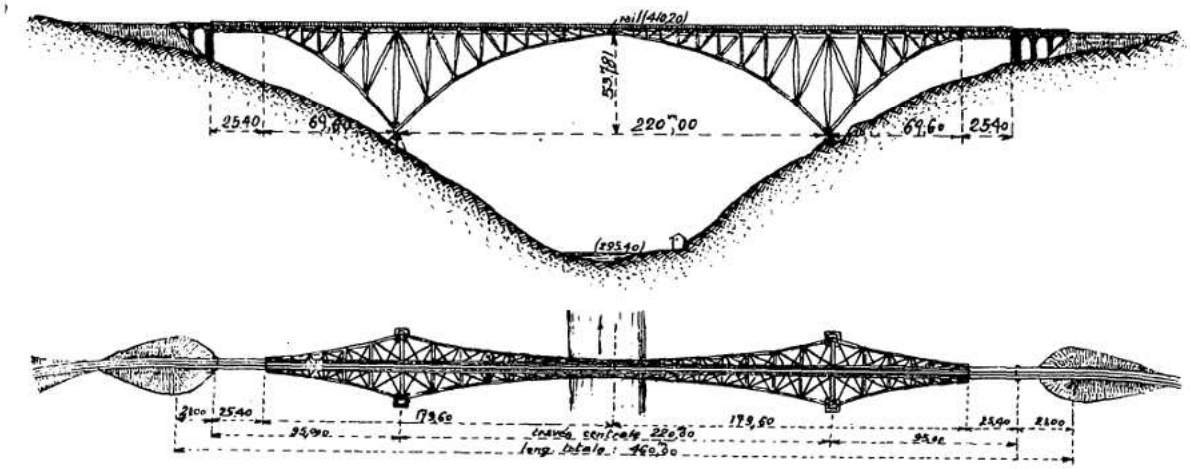
On pourrait remplacer les appuis simples d'extrémité par des bielles articulées.

Le calcul de ces ouvrages ne présente aucune difficulté théorique.

Viaduc du Viaur (1)

Le viaduc du Viaur est un pont à arcs équilibrés isostatique : c'est un pont-rails constitué par deux fermes symétriques par rapport au plan vertical passant par la clef.

Chacune des moitiés de l'ouvrage comporte, à partir de la clef : une volée, où l'arc, associé au longeron par un tympan rigide, joue le rôle de membrure inférieure, tandis que le longeron en est la membrure supérieure ; puis, une culasse, c'est-à-dire une console qui prolonge la volée au-delà de la pile-culée sur laquelle l'arc est articulé ; enfin, une travée indépendante raccordant la culasse à la culée, qui comporte un viaduc d'accès.

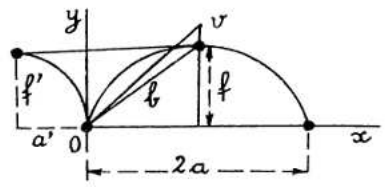


L'ouverture de l'arc est de 220,00 m, et la flèche : 53,731 m ; le surbaissement est donc. $\frac{53,731}{220} = \frac{1}{4,09}$.

Le système étant isostatique, est insensible aux variations de la température, qui ne donne lieu qu'à un pivotement de chaque ferme autour

(1) Annales des Ponts et Chaussées 1898 - fascicules I et II - 1899 fascicules I et IV - 1901 fascicule III.

de son articulation d'appui, entraînant des déplacements de l'articulation de clef et de l'extrémité libre de la console, que l'on peut aisément calculer, ainsi que l'angle de rotation.



Soient (x, y) les coordonnées d'un point quelconque du système, rapporté à des axes rectangulaires, l'origine étant l'articulation d'appui de gauche, et l'axe Ox passant par l'articulation d'appui de droite, $\underline{r}$ et $\underline{\theta}$ les coordonnées polaires correspondantes, $\underline{\tau}$ l'allongement proportionnel : $d\tau = \frac{dr}{r}$

On a :
$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} dx = \frac{x}{r}dr - y\,d\theta = x\,d\tau - y\,d\theta \\ dy = \frac{y}{r}dr + x\,d\theta = y\,d\tau + x\,d\theta \end{cases}$$

Considérons l'articulation de clef : par raison de symétrie, lorsque la température varie, elle se déplace suivant la verticale.

Donc : $dx = 0$, et $d\theta = \frac{a\,d\tau}{f}$, ce qui définit l'angle de rotation du système autour de l'articulation 0.

Le déplacement vertical de la clef est donc :

$$df = f\,d\tau + \frac{a^2 d\tau}{f} = \frac{a^2+f^2}{f}\,d\tau$$

Soient $-a'$ et f', les coordonnées de l'about de la console. Ses déplacements ont pour expression :

$$\begin{cases} dx' = -a'd\tau - f'\frac{a}{f}d\tau = -\frac{af'+a'f}{f}d\tau \\ df' = f'd\tau - a\,a'\frac{d\tau}{f} = -\frac{aa'-ff'}{f}d\tau \end{cases}$$

Or, pour $d\tau = 0,0003$, on trouve sensiblement :

(clef) $df = 8H$ mm.

(about de la console) $dx' = -53,5$ mm, $df' = -26,5$ mm.

On voit donc que le niveau de la traversée de raccordement s'écarte assez peu de celui qui correspond à la température moyenne, mais que des précautions spéciales ont dû être prises pour assurer la continuité du rail à l'about de la console, parce que le déplacement total de ce point peut atteindre $2 \times 53,5 = 107$ mm.

Pour se placer dans les conditions les plus défavorables, il faudrait d'ailleurs combiner la déformation qui vient d'être indiquée, avec la déformation élastique maximum correspondante provenant des surcharges.

Ponts à arcs équilibrés hyperstatiques

Les arcs équilibrés hyperstatiques que l'on emploie diffèrent des précédents par la suppression d'articulations de jonction, ou de travées articulées à leurs deux extrémités ; certaines articulations de retombée peuvent d'ailleurs être remplacées par des encastrements.

Pour calculer ces systèmes, on exprime analytiquement, en se servant des équations de déformation, ou d'équations analogues, les conditions mécaniques qui doivent être satisfaites ; par exemple : certains points de la fibre moyenne doivent être fixes dans le sens vertical (appuis simples) ou bien dans le sens vertical et dans le sens horizontal (articulations de retombée) ; s'il y a encastrement sur un appui ou à une retombée, la direction de la fibre moyenne, au point correspondant, doit être invariable ; si les abouts de deux arcs distincts sont reliés par une articulation, le déplacement vertical et le déplacement horizontal du point commun doivent être les mêmes.

Résal a indiqué une méthode de fausse position, dont le principe consiste à répartir les relations de condition en un certain nombre de groupes, que l'on peut résoudre séparément et successivement.

On commence par rendre l'ouvrage à étudier isostatique, en lui faisant subir, d'après les circonstances, une ou plusieurs des modifications suivantes :

a) on supprime un appui simple, ce qui revient à admettre provisoirement que la réaction verticale correspondante est nulle.

b) on supprime un appui double, c'est-à-dire que l'on suppose momentanément nuls le couple d'encastrement et la réaction verticale correspondants.

c) on supprime une articulation de retombée, ce qui revient à supposer nulles les réactions horizontale et verticale de l'appui correspondant.

d) on supprime un encastrement de retombée, ce qui revient à supposer nuls la réaction horizontale, la réaction verticale et le couple d'encastrement.

e) on coupe l'ouvrage, au droit d'une articulation de jonction, ce qui revient à supposer nulles les composantes horizontale et verticale de la réaction transmise par cette articulation.

f) on introduit dans l'ouvrage une articulation supplémentaire, ce qui revient à supposer nul le moment fléchissant dans la section correspondante.

g) on coupe l'ouvrage, en dehors d'une articulation, ce qui revient à supposer nulles les contraintes relatives à cette section, ou encore le moment fléchissant, l'effort normal et l'effort tranchant.

On se propose de déterminer les lignes d'influence des réactions hyperstatiques (forces ou moments) supprimées.

A cet effet, on effectue les calculs de stabilité sur l'ouvrage rendu isostatique, que l'on fait parcourir par une charge égale à l'unité, en déterminant les expressions des déplacements vertical, horizontal et angulaire de chaque section correspondant à un appui supprimé ou modifié, ou à une coupure faite dans l'ouvrage hyperstatique.

D'autre part, on détermine les déplacements élastiques de ces mêmes sections sous l'influence successive de chacune des réactions hyperstatiques supposée égale à l'unité, qu'il s'agisse d'une force ou d'un moment. Soit S l'un de ces déplacements, sous l'influence d'une réaction hyperstatique unité bien déterminée.

D'après la loi de Hooke, le déplacement élastique réel correspondant est proportionnel à S, le facteur de proportionnalité étant précisément la grandeur de la réaction hyperstatique inconnue ; si elle est mesurée par R, le déplacement réel correspondant sera RS.

Il suffit alors de totaliser tous les déplacements de même nature déterminés pour une section y compris celui qui a été déterminé pour l'ouvrage isostatique parcouru par la charge unité, et d'exprimer que le résultat obtenu satisfait aux conditions de stabilité de l'ouvrage hyperstatique pour l'appui ou la coupure correspondant.

On obtient ainsi au total autant d'équations linéaires qu'il y a d'inconnues hyperstatiques, ce qui permet de déterminer leurs lignes d'influence.

La suite du problème ne présente plus alors aucune difficulté.

On traitera à part, d'une manière analogue, l'influence des variations de la température.

Ce mode opératoire comporte, naturellement, autant de variantes qu'il y a de moyens de rendre l'ouvrage isostatique.

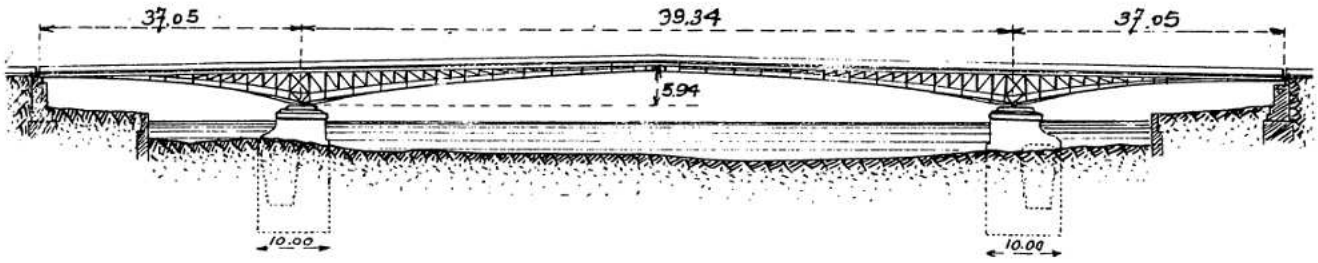
Mais il n'est pas indifférent d'opérer sans précautions ; on a intérêt à ce que le système isostatique se comporte, d'une manière aussi voisine que possible, comme le système hyperstatique. Dans ces conditions, en effet, les inconnues hyperstatiques apparaissent comme des termes correctifs du système isostatique, et les erreurs auxquelles peuvent conduire leur calcul, résultant soit d'approximations dans les calculs, soit des hypothèses faites, n'ont qu'une faible importance relative. Il faut éviter que les inconnues hyperstatiques soient déterminées par des différences de grands nombres ; si l'on aboutit à ce résultat, il est prudent de rendre l'ouvrage isostatique par une voie différente de celle qui l'a procuré.

Pont Mirabeau à Paris

C'est un pont à arcs équilibrés hyperstatique, l'arc central comportant 3 articulations ; il diffère du viaduc du Viaur, en ce que l'extrémité des culasses, au lieu de supporter l'about d'une travée indépendante, est reliée à la culée par l'intermédiaire d'une bielle articulée à ses deux extrémités, d'une part avec le longeron, d'autre part avec la maçonnerie de la culée. Cette bielle, qui introduit une réaction hyperstatique, permet à l'extrémité du longeron de se déplacer à peu près horizontalement, en interdisant pratiquement tout déplacement vertical.

Les culasses sont lestées par une couche épaisse de béton posée sur des voûtains en briques, tandis que les volées ont reçu une couche de béton très mince, appliquée sur un platelage métallique qui épouse le profil transversal bombé de la chaussée, de manière à réduire au minimum le poids de l'infrastructure qui reçoit le pavage en bois constituant la chaussée. La courbe d'intrados des culasses et l'importance du lest ont été déterminées de manière que les efforts introduits par les bielles correspondent à des contraintes admissibles dans les arcs, tout en réduisant les poussées dans la mesure jugée désirable. On n'est parvenu au résultat définitif que par des tâtonnements assez longs.

Ce type d'ouvrage répondait à la nécessité de laisser une arche centrale de grande ouverture et deux arches latérales libres pour la navigation, et de dégager complètement les berges, pour permettre la circulation charretière le long du port de Javel, ainsi que le passage des bateaux le long de la rive d'Auteuil. L'arc central est très surbaissé ($\frac{f}{\ell} = \frac{1}{18.6}$), parce que les deux voies publiques, longeant la Seine, et qui sont reliées par le pont, ont un niveau très bas.



Résal qui est l'auteur de cet ouvrage, ainsi que du Pont Alexandre III, estime, par comparaison entre ces deux ponts, que si l'arc du pont Mirabeau n'avait pas été rendu hyperstatique dans les conditions où il a été établi, la largeur du caisson formant la fondation des piles aurait dû être doublée; or, on a pu se contenter de limiter à 10,00m l'épaisseur de chaque pile, fondée à 16,00m sous l'étiage, pour une portée entre articulations des naissances de 99,34m; par contre, au pont Alexandre III, dont la portée est de 112,50m entre articulations des naissances, on a dû établir des culées de 33,50m de longueur, bien que la cote de fondation ne soit qu'à 9,00m sous l'étiage. Quoique les données initiales ne soient pas tout-à-fait comparables, ce rapprochement permet de se rendre compte de l'importance de la diminution de poussée procurée par l'équilibrage de l'arc.

Remarques sur les conditions de la stabilité de cet ouvrage.

Au point de vue de la stabilité du pont, l'articulation de clef est peu utile, et on aurait pu la supprimer sans inconvénient; elle a été jugée indispensable pour opérer le réglage avec précision.

Les deux volées prennent appui l'une sur l'autre et lorsque le pont est chargé symétriquement, leur réaction mutuelle est la poussée horizontale correspondante.

Lorsque la température s'élève, l'articulation de la clef tend à s'élever suivant la verticale; si les culasses étaient libres, l'about de chacune d'elles s'abaisserait, chaque ferme tournant autour de l'articulation sur pile. Mais la bielle correspondante, qui ne joue aucun rôle à la température de réglage, introduit une réaction dirigée de bas en haut, qui a pour effet d'accroître la poussée dûe à la charge permanente, laquelle est atténuée par l'élévation de température.

Elle agit en sens inverse, lorsque la température s'abaisse.

D'autre part, si l'on surcharge les volées seulement, sans surcharger les culasses, l'accroissement de la poussée est atténué par l'action de la bielle; inversement, si les culasses sont seules surchargées, la bielle intervient pour limiter la diminution de la poussée.

En résumé, on voit que la bielle a pour rôle essentiel de limiter les variations subies par la poussée sous l'influence de la température et des surcharges.

Méthode de Calcul.

On peut prendre pour inconnues hyperstatiques les réactions R et R' des bielles sur les abouts des culasses.

On rendra donc d'abord l'ouvrage isostatique, par suppression des deux appuis extrêmes ; on déterminera alors les lignes d'influence des déplacements verticaux $\underline{v}$ et $\underline{v}'$ de l'extrémité de gauche et de l'extrémité de droite de l'ouvrage, dans cette hypothèse.

On appliquera ensuite à l'extrémité de gauche une force égale à l'unité, produisant les déplacements v_g et v'_g ; puis, à l'extrémité de droite, une force égale à l'unité, produisant les déplacements correspondants v_d et v'_d. Soient R et R' les réactions hyperstatiques inconnues qu'il aurait fallu adjoindre à la charge unité envisagée initialement, pour que les déplacements des extrémités fussent nuls. On aura évidemment:

$$\begin{cases} v + R v_g + R' v_d = 0 \\ v' + R v'_g + R' v'_d = 0 \end{cases}$$

équations qui détermineront les lignes d'influence de R et R'.

Passerelle de la Manutention, à Paris.

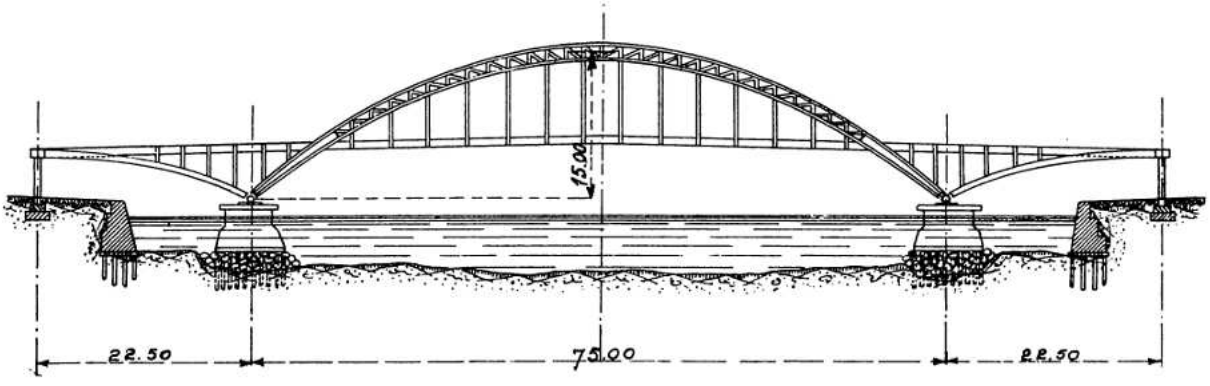
La passerelle de la Manutention est un ouvrage hyperstatique d'un type tout différent.

Elle n'avait été établie que pour la durée de l'Exposition de 1900 ; aussi chaque pile a été très médiocrement fondée sur un caisson en tôle rempli de béton, échoué sur des pieux en quinconce recépés au niveau du fond du lit ; cette disposition, prise pour rétablir rapidement la situation antérieure après l'Exposition, est peu satisfaisante, surtout en ce qui concerne la résistance des piles aux actions horizontales. Aussi a-t-on adopté un type d'ouvrage avec arcs équilibrés.

La travée centrale est constituée par un arc à 2 articulations ; elle est encadrée par deux arcs associés par un tirant commun qui équilibre les poussées correspondantes. Ils forment aussi des consoles dont les membrures inférieures sont articulées sur les piles, et dont les membrures supérieures font corps avec le tablier. Celui-ci est complètement indépendant des arcs centraux au droit de leurs points de croisement ; il leur est simplement relié par l'intermédiaire de suspentes verticales, tandis qu'il repose sur les arcs latéraux par l'intermédiaire de montants.

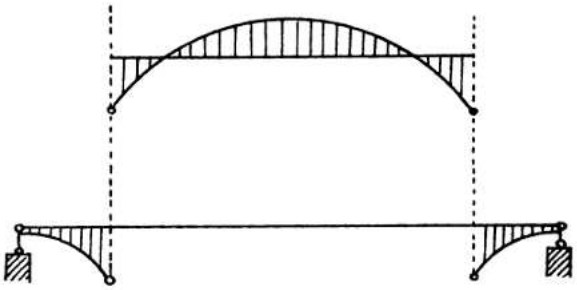
Les extrémités des consoles sont reliées aux culées par des bielles verticales articulées; comme il n'était guère possible d'atourdir les extrémités du tablier pour compenser

Passerelle sur la Seine.



les poussées des arcs, on a donné à chacune de ces bielles une tension initiale de 6000 kg. On l'a imposée très aisément au moment du réglage, c'est-à-dire de la mise en place des bielles, en le réalisant tandis qu'une surcharge égale à 6.000 kg était placée au droit de chacune d'elles ; en enlevant ensuite cette surcharge, on crée dans les bielles la tension désirée.

Méthode de Calcul.



On peut considérer cet ouvrage comme constitué par deux systèmes indépendants l'un de l'autre : l'arc central, qui porte la partie du tablier comprise entre les verticales des articulations, d'une part, et les arcs latéraux réunis par le tirant, portant la partie du tablier extérieure aux articulations.(1)

Ce dernier système serait d'ailleurs instable s'il n'était muni à ses extrémités de bielles invariablement reliées aux culées, il est également hyperstatique.

Une surcharge placée sur la console de gauche produit une poussée sur l'articulation de pile, une compression de la bielle de gauche, et une traction dans le tirant. Celle-ci donne naissance à une traction dans la bielle de droite, et à une poussée de sens contraire à la première sur l'articulation de pile.

Pour déterminer tant d'abord la réaction hyperstatique de l'une des bielles, on supprime cette bielle ; on applique alors une charge verticale égale à l'unité entre l'articulation de retombée et l'extrémité correspondante, et on détermine quelle est la déformation verticale de l'extrémité, sous l'influence du moment fléchissant et de l'effort normal produits dans l'arc, d'une part, et sous l'influence de la traction du tirant, d'autre part. Soit $\underline{v}$ sa valeur.

Dans les mêmes conditions, on détermine la déformation verticale de l'extrémité dûe à une force égale à l'unité qui s'y trouve appliquée : soit v_1 ; si R est la valeur de la réaction hyperstatique cherchée, on aura évidemment : $v + R v_1 = 0$, d'où l'on déduira R.

Pratiquement, la valeur de R a été déterminée pour les positions de la charge coïncidant avec les montants successifs, en supposant que cette charge était entièrement reportée sur l'arc ; on obtient les limites inférieure et supérieure des réactions dûes aux surcharges à partir des sommes des valeurs de R de même signe, et la réaction dûe à la charge permanente à partir de la somme algébrique des valeurs de R.

---

(1) Ceci ne constitue qu'une approximation (d'ailleurs pratiquement suffisante), car le tirant formé par le tablier est, en réalité, une poutre à travées solidaires sur appuis élastiques. En somme, on néglige son inertie.

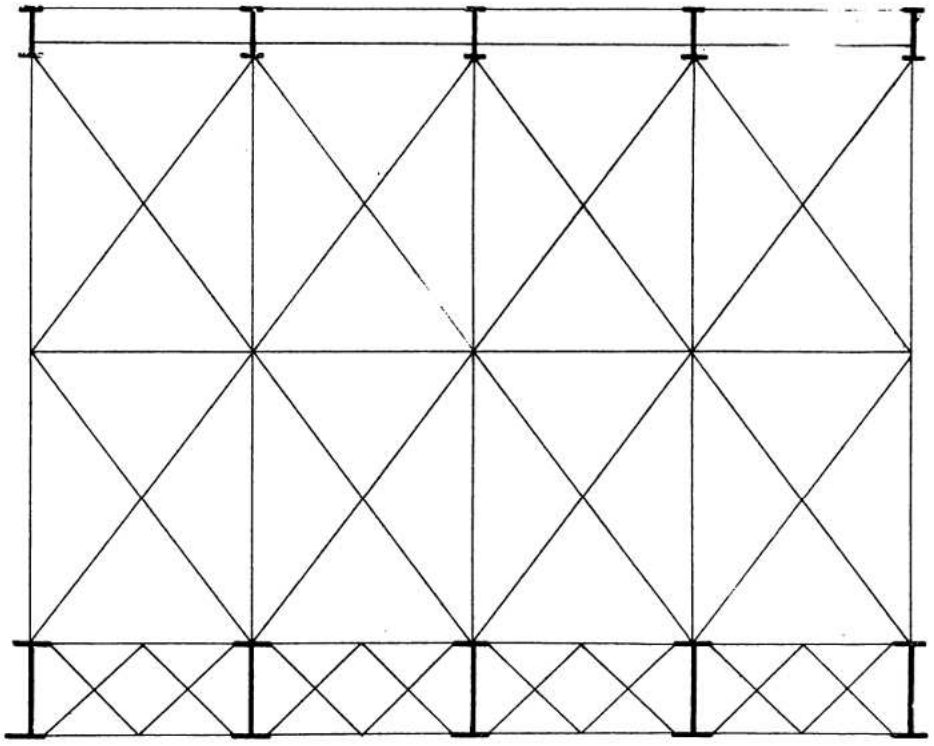
Chapitre IV

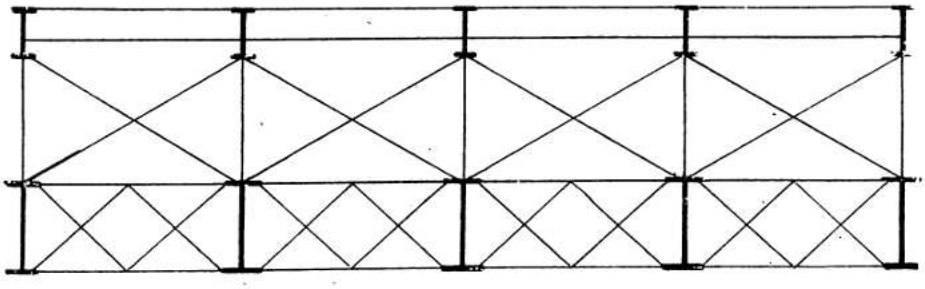
Contreventement des ponts en arc

Les ponts en arc peuvent comporter, comme les ponts à poutres, le contreventement transversal et le contreventement longitudinal ; nous allons examiner les dispositions correspondantes dans les divers types de ponts en arc.

Contreventement transversal

a) Ponts en arc à tablier supérieur





Lorsque le nombre des arcs est supérieur à deux, ils ont chacun un moment d'inertie transversal trop faible pour pouvoir résister efficacement au flambement. Aussi, on les réunit toujours sur toute leur hauteur au moyen de poutres triangulées légères de type simple régulièrement espacées, et placées au droit des montants; leurs membrures sont en cornières de faible échantillon, comme leur triangulation qui est parfois en plats. En outre, dès que la hauteur des tympans le permet, on solidarise les montants par des Croix de Saint-André et des entretoises, de manière à former des panneaux transversaux rigides: la rigidité est en effet, plus que la résistance propre, la qualité primordiale à rechercher ici.

De même que pour les ponts à poutres multiples sous chaussée, on améliore

ainsi à la fois la stabilité transversale de l'ouvrage et la répartition des efforts verticaux entre les différents arcs.

Cette disposition, d'ailleurs assez disgracieuse, ne peut guère être évitée que dans les ponts importants: on peut alors constituer avec les montants et les entretoises de véritables portiques, qui permettent de supprimer la triangulation, tout au moins sur une grande partie de la hauteur. La soudure se prête très bien à ce mode de construction, dont l'aspect est d'ailleurs plus satisfaisant.

Mais, pour obtenir une rigidité identique à celle que procurerait un contreventement transversal triangulé, il faut dépenser plus de métal; la rigidité ne provient pas en effet, comme pour la triangulation, de la figure du système, mais de l'inertie de ses différents éléments.

Les entretoisements des arcs eux-mêmes sont toujours disposés normalement à leur fibre moyenne; on évitera de trop les rapprocher des retombées, car les arcs étant maintenus invariablement sur leurs bases d'appui, une entretoise qui en serait trop voisine serait soumise, sous l'action des variations de la température, à des efforts de compression ou d'extension importants, parce que ses extrémités seraient à peu près fixes.

b) Ponts en arc à tablier suspendu

Dans les ponts en arc à tablier suspendu, le contreventement transversal est constitué par les suspentes et les pièces de pont correspondantes, ou encore par des panneaux rigides, isolés, placés à l'aplomb des suspentes, dont l'entretoise supérieure a la même hauteur que les arcs eux-mêmes, ou bien est remplacée par un ou plusieurs étages de panneaux triangulés, de manière à laisser au-dessus du tablier une hauteur libre au moins égale au gabarit des véhicules qui empruntent le pont.

On peut déterminer la force de flambement pour des arcs munis de leur contreventement transversal, en procédant d'une manière analogue à celle qui a été indiquée à propos des ponts à poutres.

Contreventement longitudinal

a) Ponts en arc à tablier supérieur

Le tablier constitue une poutre longitudinale de contreventement, qui prend appui sur les piles ou sur les culées; elle supporte les efforts du vent qui s'exercent directement sur le tablier et sur les surcharges (ponts-rails), et ceux qui sont reportés par les montants.

Quand il s'agit de ponts à double voie, dont la longueur n'est pas très importante, les éléments du tablier, auxquels est associée la couverture, travaillent peu.

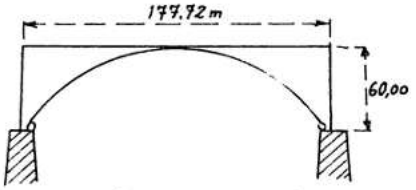
Chaque arc s'appuie à la clef sur le longeron correspondant, et le contreventement transversal assure la rigidité et la résistance de l'ensemble.

Dans ces conditions, il est fréquemment inutile d'établir une ou deux poutres courbes de contreventement longitudinal, soit au niveau de la fibre moyenne, soit au droit des membrures des arcs.

Mais il n'en est pas toujours ainsi : lorsque le pont est long et étroit, il n'est pas possible de compter sur la résistance de la poutre de contreventement longitudinal que forme le tablier pour assurer la stabilité transversale des arcs.

En particulier, si le nombre des arcs est réduit à deux seulement, il est alors indispensable de les contreventer en les réunissant par une ou deux triangulations ; on réalise ainsi des poutres de contreventement longitudinal courbes, dont les membrures sont soit la section totale des arcs eux-mêmes, soit seulement leurs membrures. L'ensemble formé par les arcs et les triangulations est alors une poutre courbe tubulaire, ou "arche", qui a une stabilité propre.

Un exemple remarquable de cette disposition est réalisé au viaduc de Garabit : le tablier n'a que 5,00 m. de largeur, et sa longueur est de 177,72 m, entre les axes des pylônes métalliques le supportant, situés de part et d'autre des articulations ; ces pylônes, de 60,00 m environ de hauteur, ont une largeur de 5,00 m au sommet, et de 20,00 m à la base. Ils forment, avec le tablier, une sorte de poutre à béquilles qui ne présente qu'une rigidité transversale relativement faible, et qui ne saurait servir d'appui à l'arc à l'aplomb de sa clef.



Bien au contraire, grâce au contreventement, c'est la poutre courbe tubulaire qui limite les déplacements transversaux du tablier.

De plus, dans le cas présent, les arcs ne sont pas situés dans des plans verticaux, mais sur des surfaces cylindriques, de sorte que leur distance mutuelle croît à mesure que l'on s'approche des retombées.

La stabilité transversale de l'ouvrage est ainsi notablement accrue (1) ; les dimensions doivent être telles, d'ailleurs, que, dans les circonstances les plus défavorables, l'arc au vent s'appuie effectivement sur les culées.

On traduit ce fait en disant que le plan vertical passant par l'axe longitudinal de l'ouvrage reste de direction invariable dans les sections de retombée, sous l'action des efforts horizontaux, c'est-à-dire que l'arche est encastrée sur les retombées, en ce qui concerne les efforts dûs au vent.

b) Ponts en arc à tablier suspendu

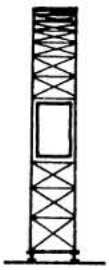
Dans les ponts en arc à tablier suspendu, celui-ci constitue une poutre de contreventement longitudinal qui reporte les efforts du vent qu'elle subit à ses appuis, c'est-à-dire sur les arcs eux-mêmes, lorsqu'ils sont à deux articulations, ou aux extrémités des consoles, lorsqu'ils sont du type à 3 articulations que nous avons décrit.

Si cette poutre, déterminée d'après l'importance des charges verticales n'a pas la résistance voulue pour résister aux efforts du vent, il est toujours facile de

(1) Voir ce qui a été dit à ce propos dans le chapitre relatif au contreventement des ponts à travées solidaires.

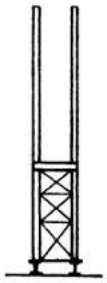
la renforcer, en attribuant aux longerons latéraux un renforcement convenable dans la région centrale.

Mais, sauf le cas très particulier de certains arcs à 3 articulations, c'est, en définitive, sur les arcs qu'est reportée la totalité des efforts dûs au vent.



Deux cas peuvent se présenter:

1). Les arcs peuvent être reliés entre eux par des poutres de contreventement sur toute leur longueur, la triangulation étant localement remplacée par un cadre rigide immédiatement au-dessus du niveau du tablier, pour permettre la circulation. L'ensemble de l'ossature métallique forme une arche, encastrée au niveau des retombées, vis-à-vis des efforts dûs au vent.



2) Les arcs peuvent n'être reliés par des poutres de contreventement qu'au dessous du niveau du tablier.

Chacun des deux arcs, isolé au-dessus du niveau du tablier, est également considéré comme une arche encastrée, vis-à-vis des efforts du vent, au niveau du tablier, sur les poutres courbes de contreventement qui se trouvent au-dessous; celles-ci se comportent elles-mêmes comme des consoles encastrées au niveau des retombées, dont les membrures sont formées par les parties correspondantes des arcs. Pour que cette hypothèse soit légitime, il est indispensable que les deux arcs soient reunis, au niveau du tablier, par une entretoise de contreventement très rigide.

Dans la partie située au-dessous du tablier, on utilise, dans tous les cas, un contreventement transversal très rigide, formé de panneaux verticaux triangulés placés au droit des montants.

c) Ponts en arc équilibrés

Leur contreventement est établi suivant les principes indiqués ci-dessus, suivant qu'il s'agit de régions à tablier supérieur ou à tablier suspendu.

Remarque relative au contreventement complet d'une arche.

On peut remarquer qu'un contreventement complet est toujours inutile; il suffit d'avoir, outre une poutre de contreventement longitudinal, associée aux arcs, un contreventement transversal; pour assurer dans tous les cas la stabilité de l'arche.

L'addition d'une seconde poutre de contreventement longitudinal également associée aux arcs a l'inconvénient d'accroître l'indétermination relative à la répartition des efforts, et de rendre moins sûrs les résultats des calculs. Cependant, les conditions de la construction peuvent parfois conduire naturellement au contreventement complet, pour obtenir une rigidité satisfaisante; cette considération prime nécessairement celle qui est relative aux calculs.

Calcul du contreventement des arcs.

On voit que, en définitive, quelles que soient les circonstances, on est ramené à étudier la stabilité d'une arche, encastrée à ses extrémités, et soumise à l'action de forces horizontales parallèles à la direction de ses génératrices.

Nous supposerons que l'arche possède un plan moyen vertical.

Il se peut que l'arche doive supporter les efforts du vent agissant sur l'ensemble du pont ou sur certaines de ses parties seulement ; en particulier, ceux qui agissent sur le tablier et sur les montants (ou les suspentes).

Chacune des forces correspondantes équivaut à une force équipollente appliquée sur la fibre moyenne de l'arche à la même abscisse et un couple dont l'axe, situé dans le plan moyen de l'arche peut être décomposé en un couple de flexion latérale et d'un couple de torsion.

A chaque résultante élémentaire de valeur Φ appliquée _____ à l'élément de coordonnées (x_1, y_1) correspondent au point de la fibre moyenne de coordonnées x, y :

le couple élémentaire de torsion $\tau' = -(y_1 - y)\,\Phi \cos\varphi$

et le couple élémentaire de flexion latérale $M'_1 = -(y_1 - y)\,\Phi \sin\varphi$

φ étant l'angle de la tangente à la fibre moyenne au point (x_1, y) avec l'axe des abscisses.

On commencera donc par transporter les forces dûes à l'effet du vent sur l'ensemble de l'ouvrage sur la fibre moyenne de l'arche, avec adjonction des couples M'_1 et τ', et on admettra que les montants (ou les suspentes) sont assez rapprochés pour que l'on puisse supposer les forces et les couples à répartition continue.

On désignera la valeur _____ de la force totale appliquée au point d'abscisse curviligne s par $F\,ds$.

Méthode de calcul basée sur la considération d'une fibre moyenne de l'arche.[1]

Cette méthode serait, en particulier, applicable à chacun des arcs à âme pleine d'un pont à tablier suspendu, encastré au niveau du tablier et ne comportant pas de contreventement longitudinal au-dessus du niveau du tablier.

Dans ce cas, l'ouvrage comportant une poutre de contreventement accolée au tablier, $F\,ds$ comprendrait les efforts appliqués à la moitié seulement de la longueur des suspentes.

Nous nous bornerons à mettre le problème en équation pour un arc symétrique, par rapport au plan vertical passant par la clef, les efforts du vent

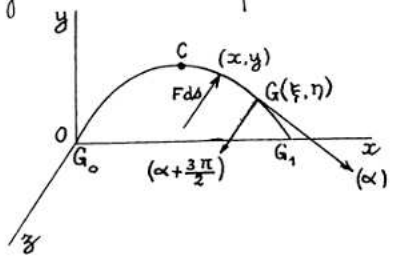
---

(1) Cette méthode a été imaginée et employée à l'occasion de la construction du Viaduc de Garabit par l'Ingénieur des Ponts et Chaussées Léon Boyer.

Ponts métal. 2e vol. (p. 23)

étant eux-mêmes supposés symétriques par rapport à ce plan.

On a déterminé précédemment les expressions générales des couples de torsion τ et de flexion latérale M_1 qui se produisent dans une section quelconque, en fonction des forces données et de la valeur des couples correspondants, à l'appui origine G_0, soit τ_0 et M_0, et de la réaction R_0 en G_0. Il faut y ajouter les couples τ' et M'_1 correspondant au transport des forces pouvant provenir du tablier et des tympans et les couples de réaction qui en résultent.



Le problème revient à déterminer les couples et la réaction en G_0.

On peut le simplifier par des considérations de symétrie.

Il est bien évident en effet que, à la clef, parmi les composantes de la force extérieure, l'effort normal dû à l'action du vent est nul[1], de même que l'effort tranchant, ainsi que le couple de torsion. L'effet de la moitié de gauche de l'arc sur la moitié de droite peut donc être réduit à un couple de flexion latérale, qui constitue la seule inconnue du problème, soit m_1.

Comme l'arc est encastré en G_0 et G_1 dans le plan xoy, il n'y a pas, en ces points, de rotation de la fibre moyenne autour d'axes parallèles à oy; par raison de symétrie, il n'y en a pas non plus à la clef, en C. Nous déterminerons donc m_1 en écrivant que la rotation élémentaire autour d'une parallèle à oy est nulle, c'est-à-dire que, si W désigne l'énergie interne, on aura $\frac{\partial W}{\partial m_1} = 0$.

Or $W = \frac{1}{2}\int \frac{\tau^2 d\sigma}{EJ} + \frac{1}{2}\int \frac{M_1^2\, d\sigma}{Ei}$.

i étant le moment d'inertie de la section d'abscisse curviligne σ par rapport à son axe vertical, et J étant défini par la relation approchée (1er Fenant) $EJ = \frac{GS^4}{40\,(I+i)}$.

Les intégrales s'étendent de C à G_1.

Les expressions de τ et M_1 peuvent, pour la section G, être mises sous la forme :

$$\begin{cases} \tau = \sum_C^G \left[\tau' \cos(\alpha-\varphi) - M'_1 \sin(\alpha-\varphi)\right] - \int_C^G F\left[(y-\eta)\cos\alpha - (x-\xi)\sin\alpha\right] ds - m_1 \frac{d\eta}{d\sigma} = A - m_1 \sin\alpha \\ M_1 = \sum_C^G \left[\tau' \sin(\alpha-\varphi) + M'_1 \cos(\alpha-\varphi)\right] - \int_C^G F\left[(y-\eta)\sin\alpha + (x-\xi)\cos\alpha\right] ds + m_1 \frac{d\xi}{d\sigma} = B + m_1 \cos\alpha \end{cases}$$

A et B étant des fonctions des coordonnées de G ou de son abscisse curviligne.

Il en résulte que $\frac{\partial W}{\partial m_1} = 0$ équivaut à $m_1\left[\int \frac{\sin^2\alpha\, d\sigma}{EJ} + \int \frac{\cos^2\alpha}{Ei} d\sigma\right] = \int \frac{A\sin\alpha}{EJ} d\sigma - \int \frac{B\cos\alpha}{Ei} d\sigma$

Tenant compte de la définition de J et de la relation $\frac{d\xi}{d\sigma} = \cos\alpha$, on peut également écrire :

---

[1] Il est d'ailleurs nul tout le long de la fibre moyenne de l'arche.

$$m_1 = \frac{\int_{\frac{l}{2}}^{l} \left[\frac{40A(I+i)}{GS^4} tg\,\alpha - \frac{B}{Ei}\right] d\xi}{\int_{\frac{l}{2}}^{l} \left[\frac{40(I+i)}{GS^4} tg\,\alpha \sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{Ei}\right] d\xi}$$

En général, A, B, I, i et S étant des qualités lentement variables, on calculera ces intégrales par sommations applicables à des longueurs telles que l'on puisse les remplacer par leurs valeurs moyennes dans chacun des intervalles $\Delta\xi$ correspondants (1).

On en déduira τ et M_1 dans chacune des sections, et l'on combinera les valeurs des contraintes correspondantes avec celles de même nature provenant de l'action de la charge permanente et éventuellement de celle des surcharges.

Cette application du principe de superposition peut n'être pas suffisamment précise, en raison de l'importance de la déformation transversale de l'arche ; si z est sa valeur pour la section supportant l'effort normal N, on néglige en effet le moment fléchissant latéral $-Nz + M^0$, M^0 étant le moment latéral d'encastrement.

L'équation d'équilibre n'étant pas intégrable par quadrature, on procède par approximations successives.

La déformation transversale z, calculée à partir de M_1 et τ a pour expression, dans la section G d'abscisse curviligne σ :

$$z_1 = \int_{G_0}^{G} \left\{ \frac{M_1}{Ei}\left[(y-\eta)\sin\alpha + (x-\xi)\cos\alpha\right] + \frac{\tau}{EJ}\left[(y-\eta)\cos\alpha - (x-\xi)\sin\alpha\right]\right\} ds.$$

Le moment fléchissant latéral correspondant a pour expression :

$$M_1 - Nz_1 + M_1^0 = M_1 + \Delta M_1$$

ΔM_1 est déterminé en écrivant que la tangente à la nouvelle fibre neutre déformée est, à la clef, parallèle au plan $x\,o\,y$, c'est-à-dire que

$$\int_{G_0}^{C} \frac{\Delta M_1}{Ei}\cos\alpha\, ds = 0 \qquad \text{ou :} \quad M_1^0 = \frac{\int_{G_0}^{C} \frac{Nz_1}{i}\cos\alpha\, ds}{\int_{G_0}^{C} \frac{\cos\alpha}{i} ds}$$

A partir de cette nouvelle valeur du moment de flexion latérale, on calculera une nouvelle déformation z_2, et un nouveau terme correctif de M_1 :
$\Delta M_2 = -Nz_2 + M_2^0$, et ainsi de suite.
La convergence du résultat est rapide.

---

(1) Supposons que l'arc est suffisamment surbaissé pour que $\frac{d\xi}{d\sigma}$ soit assimilable à l'unité et $\frac{dy}{d\sigma}$ négligeable. On a alors :

$$m_1 = \frac{-\int_{\frac{l}{2}}^{l} \frac{B}{Ei} d\xi}{\int_{\frac{l}{2}}^{l} \frac{d\xi}{Ei}}$$

l'effet des couples provenant du transport des forces étant négligeable, et V étant la valeur de l'effort du vent par unité de longueur : $F\,ds = -V\,dx$.

$$B = -\int_{\frac{l}{2}}^{\xi} F(x-\xi)\,ds = +\int_{\frac{l}{2}}^{l} V(x-\xi)\,dx$$

Si l'on suppose i constant, ainsi que V, on obtient :

$$m_1 = +\frac{Vl^2}{24}$$

C'est le moment au milieu d'une poutre droite de section constante, encastrée à ses deux extrémités, de longueur l, supportant la charge V par unité de longueur.

Etude directe de la stabilité de l'un des arcs, au cas où l'arche comporte une poutre de contreventement triangulée, sans contreventement transversal.

Nous supposerons que, en chaque point, le plan tangent à la triangulation de contreventement passe par la tangente à la fibre moyenne de l'arche, et que l'arche et les efforts du vent sont symétriques par rapport à la verticale de la clef.

Cas d'un arc à triple articulation.[1]

Si l'on considère un seul des deux arcs, par raison de symétrie, l'effort tranchant à la clef est nul, ainsi que le couple de torsion. La réaction mutuelle des 2 moitiés de l'arc à la clef se réduira à un effort normal horizontal si l'on suppose que l'arc isolé ne possède pas une rigidité transversale appréciable.

Ce résultat subsiste, d'ailleurs, que les articulations d'extrémités soient fixes ou placées, comme dans le cas du viaduc d'Austerlitz sur appuis élastiques, sous la réserve que les déformations de ces appuis sont symétriques par rapport à la verticale médiane de l'ouvrage.

Chaque demi-arc est donc en équilibre sous l'action des forces suivantes:
la réaction qu'il subit de la part de l'autre demi-arc à la clef,
la réaction que lui transmet son articulation de retombée,
les actions du vent sur sa surface et celles qui lui sont appliquées par l'intermédiaire des suspentes,
les réactions de la poutre de contreventement.

Nous compterons les abscisses curvilignes à partir de la clef.

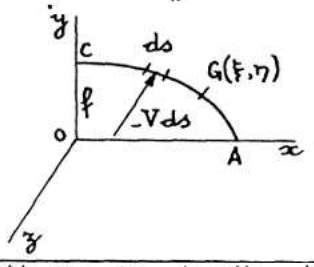
Puisque l'on admet que le demi-arc ne possède aucune rigidité transversale appréciable, les efforts du vent, perpendiculaires à son plan doivent être équilibrés par les composantes perpendiculaires au plan de l'arc des réactions qu'exerce sur lui la triangulation de la poutre de contreventement.

Ces dernières forces sont donc sans influence sur les conditions d'équilibre de ce demi-arc dans son plan.

Or, dans une poutre à triangulation simple, si T est l'effort tranchant dans un panneau de longueur b, les composantes des actions parallèles à la fibre moyenne exercées par la triangulation sur les nœuds correspondants des membrures au vent et sous le vent ont pour valeurs $\frac{T}{h}b$ et $-\frac{T}{h}b$.

Ce résultat s'étend par approximation, à une poutre à treillis multiple, en superposant les triangulations simples qui le forment.

Si T désigne l'effort tranchant dû au vent dans un panneau de la poutre de contreventement, on peut donc dire, d'une manière approchée, que la réaction de la poutre de contreventement sur le demi-arc au vent donne naissance à une force continue $\frac{T}{h}ds$ au point d'abscisse curviligne s de la fibre moyenne, et dirigée tangentiellement à cette fibre moyenne.



L'effort tranchant étant nul à la clef, si V désigne l'intensité de l'effort du vent par unité de longueur de la fibre moyenne, sur les arcs, leur contreventement et la fraction intéressée des tympans[2], on a dans la section d'abscisse curviligne s:

$$T = \int_0^s -V\,ds$$

(1) L'idée première de cette méthode est dûe à l'Ingénieur en Chef Harel de la Noë.
(2) On néglige dans ce qui suit les couples provenant du transport de cette dernière catégorie de forces sur la fibre moyenne, ce qui est légitime dans le cas d'un arc à tablier suspendu, pour lequel cette méthode a été établie. Mais on pourrait en tenir compte.

Soit R la valeur algébrique de la réaction du demi-arc de gauche sur le demi-arc de droite. Le moment fléchissant en $G(\xi,\eta)$ d'abscisse curviligne σ a pour expression :

$$M = (f-\eta)R - \int_0^\sigma \frac{T}{b}\left[(x-\xi)\frac{dy}{ds} - (y-\eta)\frac{dx}{ds}\right] ds$$

Les composantes horizontale et verticale de la force extérieure relative à la section G sont :

$$\begin{cases} X = R + \int_0^\sigma \frac{T}{b}\frac{dx}{ds}\, ds \\ Y = \int_0^\sigma \frac{T}{b}\frac{dy}{ds}\, ds \end{cases}$$

On déduira aisément les valeurs de l'effort normal et de l'effort tranchant en G, dès que R sera connu. On le déterminera en écrivant que le moment fléchissant est nul à l'articulation de retombée $A(\xi = a, \eta = 0)$, c'est-à-dire que :

$$Rf = \int_0^{\sigma_A} \frac{T}{b}\left[(x-a)\frac{dy}{ds} - y\frac{dx}{ds}\right] ds$$

Les valeurs de X et Y en A donnent immédiatement la poussée et la réaction verticale de l'arc sur l'articulation A.

Application.

Supposons que la fibre moyenne de l'arc est parabolique, et que l'arc est assez surbaissé pour que : $V = V\frac{ds}{dx}$ puisse être considéré comme constant.

On a alors : $y = \frac{f}{a^2}(a^2-x^2)$, $\eta = \frac{f}{a^2}(a^2-\xi^2)$ et l'on obtient les expressions suivantes :

$$R = \frac{Va^2}{12b}$$

$$M = \frac{Vf\xi^2}{12b}\left(1-\frac{\xi^2}{a^2}\right), \quad X = \frac{V}{12b}(a^2-6\xi^2), \quad Y = \frac{2Vf\xi^3}{3a^2b}$$

Cas d'un arc à double articulation.

Supposons toujours que l'arc isolé ne possède pas une rigidité transversale appréciable ; aux efforts considérés dans le cas précédent, il faut ajouter un couple de flexion M_0 à la clef.

Le moment fléchissant au point $G(\xi,\eta)$ a alors pour expression :

$$M = M_0 + (f-\eta)R - \int_0^\sigma \frac{T}{b}\left[(x-\xi)\frac{dy}{ds} - (y-\eta)\frac{dx}{ds}\right] ds$$

Les expressions de l'effort normal et de l'effort tranchant subsistent sans modification.

Pour déterminer les inconnues M_0 et R, on écrira d'abord que le moment fléchissant est nul à l'articulation de retombée A, c'est-à-dire que :

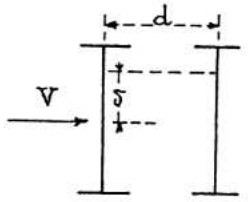
$$M_0 + fR = \int_0^{\sigma_A} \frac{T}{b}\left[(x-a)\frac{dy}{ds} - y\frac{dx}{ds}\right] ds$$

On exprimera ensuite que la distance horizontale séparant la clef de l'articulation de retombée A reste constante ; on aura ainsi la seconde équation :

$$\int_0^{\sigma_A} \frac{M\eta}{EI}\,d\sigma - \int_0^{\sigma_A} \frac{N}{ES}\,\frac{d\xi}{d\sigma}\,d\sigma + \int_0^{\sigma_A} \frac{T}{GS}\,\frac{d\eta}{d\sigma}\,d\sigma = 0$$

dans laquelle d'ailleurs le dernier terme peut être considéré comme négligeable.

Cas où le plan tangent à la triangulation de contreventement ne coïncide pas avec le plan tangent à la fibre moyenne de l'arche.

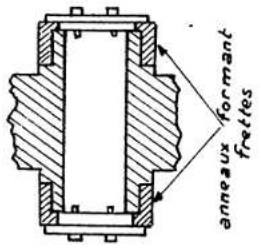


Soit alors δ la distance entre la force V représentant l'effort du vent par unité de longueur et le plan tangent à la poutre de contreventement dans la section envisagée.

Aux efforts précédemment déterminés, il faut ajouter ceux produits par le couple de torsion $V\delta$; on peut remplacer ce couple par les charges équivalentes $\frac{V\delta}{d}$, d étant la distance entre les arcs. Dans le cas de la figure, l'arc au vent sera surchargé par cette force par mètre courant, tandis que l'arc sous le vent sera soulagé.

Remarque relative aux arcs à triple articulation.

Dans la méthode exposée à propos d'un arc à triple articulation, on suppose implicitement que l'articulation de clef est disposée de telle manière qu'elle puisse transmettre les efforts de traction susceptibles de se développer dans les membrures de la poutre de contreventement.



A cet effet, les articulations comportent deux anneaux formant frettes, qui ont pour but d'empêcher les balanciers de se séparer de la rotule sous l'influence d'un effort de traction. Ces anneaux sont maintenus en place par l'intermédiaire de plateaux, réunis à l'axe d'articulation par des vis, dont le rôle est également de s'opposer au déplacement transversal relatif des abouts de la charpente, au cas où le vent produirait des efforts dissymétriques sur les arcs, ou encore sous l'action de la température et des vibrations produites par les surcharges.

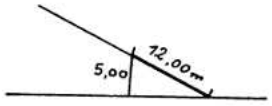
On remarquera que, lorsque l'ouvrage est en service, la compression due à la charge permanente étant très supérieure à l'effort de traction qui pourrait être dû au vent, les efforts de traction ne sont pas à craindre. Mais il peut ne pas en être de même au cours des opérations de montage.

Dispositions d'ordre pratique résultant des nécessités de la circulation.

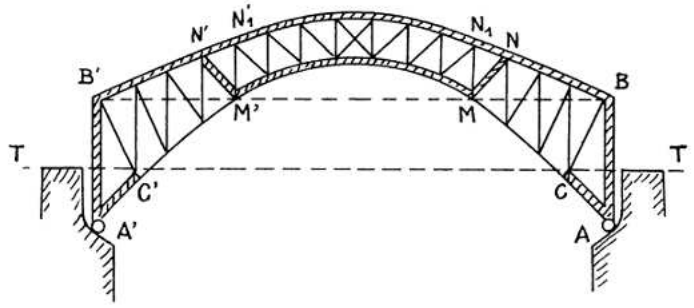
Pour que l'on puisse circuler sur le pont, il est nécessaire d'arrêter les triangulations des poutres de contreventement à la hauteur commandée par le gabarit des véhicules ; il faut donc, comme dans les ponts à poutres droites à membrure supérieure courbe, terminer ces poutres par des cadres rigides formant portiques.

Il en résulte souvent d'assez grandes difficultés de construction ; avec un

arc surbaissé au 1/10e, si la hauteur libre doit être de 5,00m sous le portique, la longueur des montants des portiques est en effet supérieure à 12,00m, si les articulations sont à un niveau voisin de celui de la chaussée : elle est grande, et si le pont est de grande ouverture, les efforts exercés par le vent en tête du portique sont considérables ; les montants doivent avoir des sections très importantes pour que l'on puisse obtenir la rigidité voulue.



Lorsque le tracé de la membrure supérieure est tel qu'il aboutisse au-dessus du tablier, à l'aplomb de l'articulation de retombée, qui reçoit la membrure inférieure, on lui attribue une hauteur suffisante pour pouvoir établir un portique vertical A B, adapté au gabarit, d'après la position du tablier représenté par la ligne T T.



Ce dispositif ne se présente que pour les arcs de grande portée, qui sont toujours triangulés.

Dans ce cas, le portique supporte la réaction de la poutre supérieure de contreventement ; celle-ci reçoit, par l'intermédiaire de cadres rigides obliques M N, M' N', (ou verticaux $M N_1$, $M' N'_1$), les efforts afférents à la poutre inférieure de contreventement. La position des cadres M N (ou $M N_1$), M' N' (ou $M' N'_1$) est définie par le gabarit et rien ne s'oppose à ce qu'elle soit déterminée par la corde B B'.

Le calcul complet d'un pareil type d'ouvrage est compliqué et d'ailleurs très incertain.

En pareil cas, le mieux est d'effectuer des mesures directes sur un modèle réduit ; elles permettent de contrôler les résultats de calculs qui, pour être menés à bien doivent avoir pour base des hypothèses simplificatrices, et indiquent dans quel sens certains éléments du contreventement doivent être modifiés (renforcements, autres dispositions).

Cette méthode expérimentale a été suivie, notamment, pour le pont sur le Hill van Hull ; elle a conduit à des modifications assez notables des dispositions prévues initialement.

Inclinaison des arcs sur le plan vertical moyen de l'ouvrage.

Il est intéressant, dans les grands ouvrages dont le tablier est étroit d'incliner les plans des arcs sur la verticale, pour les mêmes raisons qui ont été données à propos des poutres cantilever de grande ouverture.

La stabilité, vis-à-vis des efforts du vent et la rigidité de l'ensemble de l'ossature sont améliorées d'autant plus qu'il s'agit d'un arc moins surbaissé.

Voici quelques exemples qui montrent les dispositions prises à cet égard.

Au pont de Porto, sur le Douro, l'écartement des arcs à clef est de 4,00m; aux articulations de retombée, il est de 15,00m; l'arc a une ouverture de 160,00m et une flèche de 32,50m. Surbaissement $\frac{f}{l} = \frac{1}{4,92}$.

Au viaduc du Viaur, l'écartement des arcs à la clef est de 5,89m; aux articulations de retombée, il est de 33,39m.; l'arc a une ouverture de 220,00m, et une flèche de 55,007m, il est contenu dans un plan incliné de 25% sur la verticale. Surbaissement $\frac{f}{l} = \frac{1}{4,09}$.

Au viaduc de Garabit, la flèche est de 61,858m; la portée de 165,00m. Le surbaissement est $\frac{f}{l} = \frac{1}{2,67}$, l'écartement des arcs à la clef est de 5,00m; aux articulations il est de 20,00m. Résal signale que, en raison de ces dispositions, les efforts maxima développés dans les membrures par la pression du vent sont réduits d'environ 70%, par rapport à ce qu'ils seraient si les plans des arcs étaient verticaux.

Cet exemple montre clairement tout l'intérêt qui s'attache à cette disposition.