

NOTE

sur

LES CONSTRUCTIONS EN CIMENT ARMÉ

(Système Boussiron)

DESCRIPTION, AVANTAGES, THÉORIE DU SYSTÈME

PAR

S. BOUSSIRON

Ingénieur civil



PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER, ÉDITEUR

Successeur de BAUDRY & C^e

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÈGE. 21, RUE DE LA RÉGENCE

1899

Tous droits réservés

NOTE

SUR

LES CONSTRUCTIONS EN BÉTON DE CIMENT ARMÉ

Systeme Boussiron, B^{té} S. G. D. G.

AVANT-PROPOS

Les constructions en ciment armé ont pris en ces derniers temps un grand développement. Les nombreux avantages qu'elles présentent et que l'expérience a démontrés, conservation indéfinie du métal, diminution des frais d'entretien, sécurité absolue en cas d'incendie, rapidité d'exécution, etc..., leur ont assuré, dans bien des cas, la préférence sur tous les autres genres de construction.

Plusieurs systèmes se disputent actuellement la supériorité de ces avantages.

Sans entrer dans leur étude comparative, nous dirons que certains d'entre eux qui offrent de réelles garanties au point de vue de la sécurité ne peuvent se propager à cause de leur complication et de leur prix de revient trop élevé; d'autres, plus simples et plus économiques sans offrir les mêmes garanties se sont étendus davantage et ont puissamment contribué à vulgariser le béton armé.

Il est une objection qui a été adressée à tous ces systèmes et qui en a encore limité les applications.

La théorie d'aucun d'eux n'a été exactement établie; leurs méthodes de calculs ne reposent que sur des données empiriques obtenues par des expériences sur des poutres d'essai.

Tout en reconnaissant l'utilité de ces expériences, nous croyons

qu'elles doivent servir à confirmer les théories plutôt qu'à les établir.

Les phénomènes complexes qui se produisent dans ces systèmes hétérogènes ne peuvent être mis en lumière exclusivement par des expériences comparatives et l'on ne peut déterminer ainsi le rôle exact de chacun de leurs éléments.

Dans les expériences que l'on fait en général sur des constructions soignées, il intervient toujours des facteurs augmentant la résistance et dont il est prudent de ne pas tenir compte dans la pratique : les efforts de tension que supporte le béton et qu'on doit négliger, viennent diminuer d'autant ceux que doit supporter le fer en toute sécurité ; l'adhérence du ciment et du fer qui est très variable donne aux assemblages une grande rigidité et s'oppose à la déformation des poutres. Ces facteurs dont l'effet est très difficile à apprécier viennent fausser le résultat des expériences et ne permettent pas d'apercevoir des défauts qui pourraient avoir de graves conséquences, dans le cas où leur intervention, très aléatoire, ne se réaliserait pas.

Afin d'augmenter la sécurité de ces constructions, il nous a paru préférable de déterminer d'abord, par l'application des principes absolus de la statique, la répartition des forces intérieures dans tous les éléments composant nos systèmes en ne tenant compte que des efforts compatibles avec la nature de ces éléments :

Tension, compression et cisaillement pour le fer ;

Compression seulement pour le béton.

En assemblant entre elles les pièces de manière que, même sans tenir compte de l'adhérence du ciment, aucun déplacement ne puisse se produire dans le sens des forces déterminées, nous avons établi un système rationnel où les sections des éléments sont proportionnelles aux efforts qu'ils doivent théoriquement supporter.

Comme on le verra dans l'exposé qui suit, en plus de la sécurité, notre principal souci a été de rechercher la simplicité et la facilité d'exécution tout en résolvant les multiples conditions exigées dans la construction des bâtiments.

Nous espérons qu'on nous saura gré d'avoir justifié, par une étude qui termine cette note, toutes les dispositions que nous avons adoptées.

CHAPITRE PREMIER

DESCRIPTION DU SYSTÈME

§ 1.

EXPOSÉ GÉNÉRAL

Ainsi que nous le démontrons plus loin dans notre étude théorique, si l'on ne tient aucun compte des efforts de tension qui se développent dans le béton, nos poutres en béton de ciment armé ressortent du type de poutres évidées avec membrures et montants sans barres de treillis.

Le schéma de ces poutres est indiqué (fig. 1). La poutre étant

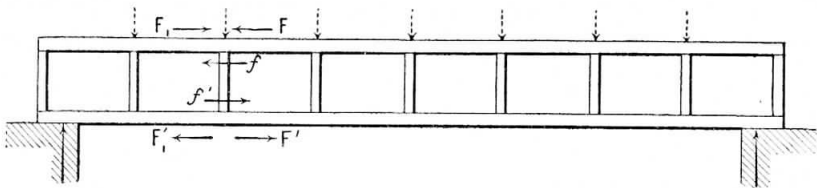


Fig. 1.

posée sur 2 appuis et soumise à des charges verticales, ce qui est le cas le plus fréquent, la membrure supérieure supporte les efforts de compression F , F_1 et la membrure inférieure, les efforts de tension F' , F'_1 . Les montants supportent des efforts de compression pour transmettre à la membrure inférieure une partie des charges appliquées sur la membrure supérieure, et des efforts de cisaillement dus aux différences de tension ($f = F - F_1 = F' - F'_1$) des deux parties de membrures adjacentes à chacun d'eux.

Ils sont aussi soumis à des efforts secondaires de flexion dus aux couples de forces f, f' appliquées en leurs extrémités.

Cette répartition d'efforts fixe la position des deux matières composant les poutres en béton de ciment armé.

Le béton pouvant supporter les efforts de compression constituera la membrure supérieure ABCD (fig. 2 et 3). Les autres élé-

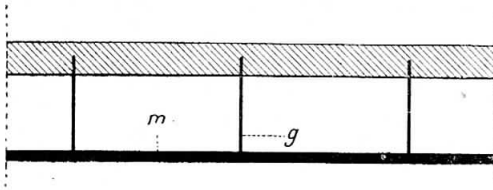


Fig. 2

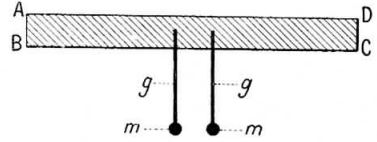


Fig. 3.

ments de la poutre, membrure inférieure m et montants g , supportant des efforts incompatibles avec la nature du béton seront en fer.

En même temps qu'il concourt à la résistance, le béton ayant la propriété de mettre le fer qu'il enrobe à l'abri de l'oxydation et de la chaleur, l'ossature métallique sera noyée dans un rectangle de béton EFGH et la poutre affectera en définitive la forme indiquée figure 4.

Dans le cas où, par suite de circonstances spéciales, on ne pourra donner à la membrure supérieure ABCD une section suffisante pour supporter les efforts de compression, cette section sera complétée par l'addition des membrures en fer n . Le premier cas (fig. 4) se

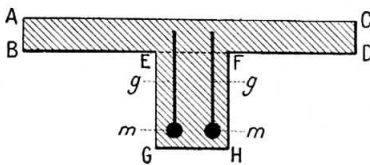


Fig. 4.

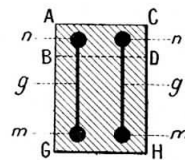


Fig. 5.

rapporte au cas de poutres de planchers ou de pont avec hourdis ; le deuxième cas (fig. 5), aux poutres isolées.

§ 2.

ASSEMBLAGE DES MONTANTS ET DES MEMBRURES

Les membrures tendues sont en fer rond ; les montants en fer plat sont recourbés autour de ces membrures (fig. 6 et 7). Les deux branches se relèvent sur toute la hauteur de la poutre et chacune d'elles se rabat à angle droit du côté de l'autre, à la partie supérieure du hourdis.

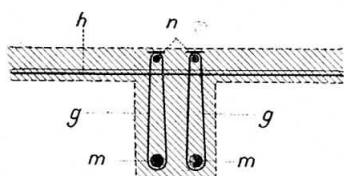


Fig. 6

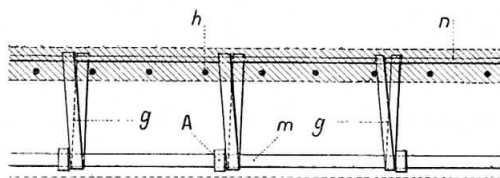


Fig. 7

Entre ces deux branches passent les barres de fer rond n butées contre leurs coudes. Les fers du hourdis h passant au-dessous de ces barres, cette disposition assure une liaison parfaite de la membrure supérieure et des montants ; aucun glissement longitudinal de ces éléments ne peut se produire sous l'action des forces horizontales f dont nous avons parlé (fig. 1).

Pour la membrure inférieure le même résultat est obtenu de la façon suivante. Nous avons placé sur les membrures, contre chacun

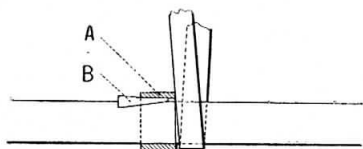


Fig. 8.

des montants, des bagues en fer A, dont le détail est indiqué fig. 8. Elles sont fortement serrées à l'aide d'un petit coin en fer B arrêté contre une butée faite au burin. Une ligature en fil de fer,

fortement serrée, assure le contact de la bague et du montant. De cette façon, les membrures butées contre les branches des montants par la saillie des bagues, ne peuvent glisser entre ces branches,

pendant la flexion de la poutre et sans qu'intervienne l'adhérence du ciment.

Cette disposition a pour résultat de détruire la flèche permanente inhérente à beaucoup d'autres systèmes et provenant de ces glissements.

§ 3.

DISTRIBUTION DU FER

Dans le cas de poutres libres sur leurs appuis, les moments fléchissants étant de même signe dans toutes les sections, les efforts des membrures, quoique augmentant de l'appui à l'axe de la poutre, sont partout de même signe. La poutre n'est alors armée qu'à la partie inférieure ainsi que l'indique la figure 9, car c'est la seule partie où s'exercent des tensions.

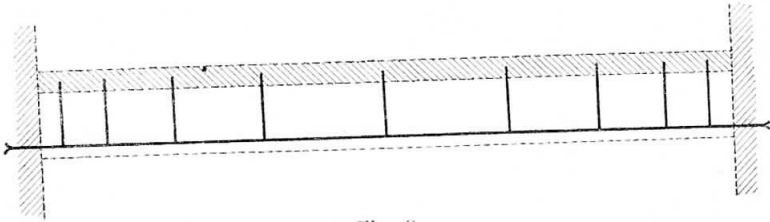


Fig. 9.

Dans le cas de poutres encastrées et de poutres continues, les moments fléchissants changent de signe dans les diverses sections de la poutre; ils sont négatifs au droit des appuis et positifs au

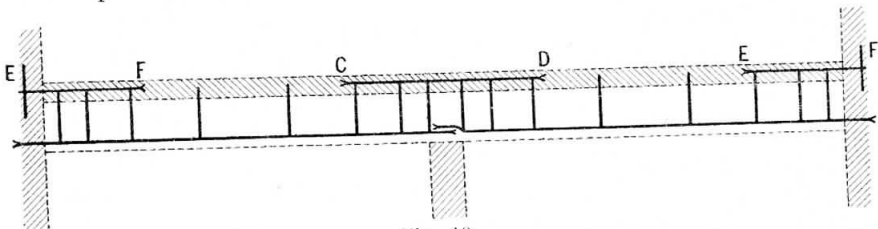


Fig. 10.

milieu de la poutre, c'est-à-dire que la membrure supérieure en béton supporte des efforts de tension au droit des appuis.

Nous armons alors la poutre comme il est indiqué dans la figure 40 se rapportant aux deux cas d'encastrement et de continuité.

La membrure inférieure règne sur toute la longueur. Au droit de l'appui milieu nous ajoutons à la partie supérieure, des barres de fer rond CD de section suffisante pour résister aux efforts de tension dus à la continuité. Ces barres qui sont placées comme les barres *n* de la figure 6, entre les branches et contre les coudes des montants, possèdent en outre des bagues A comme il est indiqué figure 8 et qui ont le même rôle expliqué précédemment : s'opposer au glissement longitudinal des membrures.

Au droit des encastremets sur les appuis extrêmes, la même disposition se reproduit par l'addition des barres EF.

Dans la généralité des cas, ces dernières barres ancrées dans les murs serviront à les chaîner. Ce chaînage, essentiel dans les constructions, se fait ici de lui-même, sans addition de barres supplémentaires, de par la disposition de notre système d'armatures qui n'offrent aucune solution de continuité.

La membrure inférieure court le long des poutres d'un mur à l'autre ; au droit des appuis intermédiaires où se trouvent les joints de barres de grandes longueurs, les barres supérieures CD interviennent pour supporter les efforts de tension qui leur sont transmis par les montants et forment ainsi couvre-joints des membrures inférieures.

§ 4.

HOURDIS

Nous nous sommes inspirés pour la confection de nos hourdis des mêmes principes qui ont présidé à la construction des poutres, mais leur moindre épaisseur nous a obligé à modifier les dispositions précédemment adoptées.

Le hourdis est armé à sa partie inférieure de fers ronds accouplés deux par deux et ligaturés ensemble (fig. 41, 42, 43).

Les montants sont en fer plat ; ils passent entre les deux fers ronds. A leur partie inférieure ils se divisent en deux branches que

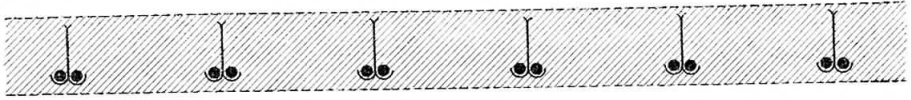


Fig. 41.

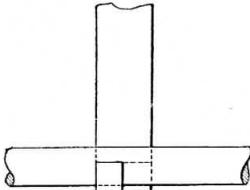


Fig. 12.

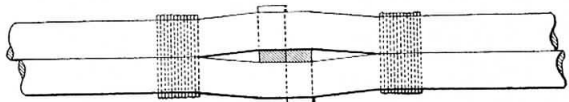


Fig. 43.

l'on courbe autour de chacun des fers. Le glissement longitudinal des membrures est ici empêché par l'effet des ligatures qui coudent légèrement les fers ronds (fig. 43) et les resserrent de part et d'autre des montants. Cet effet est encore plus efficace, lorsque le béton ayant fait prise, ces fers ne peuvent plus s'écarter.

Dans les poutres où l'on emploiera des fers de petit diamètre pouvant se couder sous l'action des ligatures, la même disposition pourra être adoptée pour obtenir le même résultat.

§ 5.

AVANTAGES DU SYSTÈME

Par le rapide exposé qui précède on peut se rendre compte de la simplicité de notre système et de la facilité avec laquelle on peut l'exécuter. Il n'exige aucun travail d'ajustage ni de poinçonnage.

Les seuls travaux de forge à faire sont ceux relatifs aux ancrages des barres dans les murs et communs à tous les systèmes de planchers.

Le peu d'outillage nécessaire (une forge et une cisaille), permettra de l'exécuter économiquement, même dans les régions offrant le moins de ressources industrielles.

En plus de ces avantages particuliers, notre système offre aussi au plus haut point les avantages généraux des constructions en ciment armé et que nous rappelons brièvement.

1^o *Incombustibilité.* — On n'ignore pas que l'origine de ces constructions est due aux graves défauts que présentent, en cas d'incendie, les constructions en fer. La brusque dilatation du fer disloque les assemblages, tord les barres, fait flamber celles qui sont comprimées et entraîne la ruine de l'ouvrage. Dans le cas où, comme dans les planchers et les pans de fer, le fer se trouve en contact avec la maçonnerie, celle-ci se trouve complètement désagrégée par la dilatation, et la ruine s'étend à la construction tout entière.

On a donc songé à entourer le fer d'une enveloppe isolante, incombustible et mauvaise conductrice de la chaleur. Après les nombreuses expériences qui ont été faites par le professeur Bauschinger, c'est le béton de ciment qui a été reconnu comme remplissant le mieux les conditions exigées.

Des poutres et des poteaux en fer enrobés de béton et supportant de fortes surcharges ont été soumis à l'action d'un feu violent et refroidis ensuite brusquement sans éprouver aucune altération sensible.

Avec les constructions en ciment armé on est sûr d'éviter les terribles catastrophes auxquelles ont donné lieu les autres systèmes de construction ; les compagnies d'assurance contre l'incendie reconnaissant cet avantage ont consenti à diminuer pour les premières les annuités qu'elles prélevaient antérieurement sur les autres, ce qui constitue dans beaucoup de cas, une économie sérieuse.

2^o *Conservation.* — Il a été démontré que le fer se conserve indéfiniment dans le ciment ; des barres qui y étaient restées enrobées pendant trente ans ont été retirées sans aucune trace d'oxydation, avec la teinte bleue caractéristique qu'elles ont au sortir du laminoir.

Le béton ayant en outre cette remarquable propriété de durcir avec le temps, on peut en conclure que les ouvrages en ciment armé ont une durée indéfinie sans nécessiter aucun entretien.

C'est un grand avantage qu'ils ont sur la construction métallique exigeant, pour être protégée contre l'oxydation, des soins spéciaux dont l'efficacité n'est pas toujours certaine.

3° *Hygiène.* — Le béton n'étant pas altéré par l'eau, nos constructions seront d'un lavage très facile, même à l'eau acidulée en cas d'épidémie. En outre, étant très compact, il n'offre aucun refuge aux microbes ni aux rongeurs. C'est un avantage dont la science médicale a déjà profité dans la construction de nombreux hopitaux.

4° *Sonorité.* — Le ciment armé amortit bien les vibrations et soustrait son armature aux chocs pouvant altérer sa cohésion.

On l'emploiera avec avantage dans les plafonds pour éviter la transmission du son d'un étage à l'autre.

CHAPITRE II

THÉORIE DU SYSTÈME

Nous rappelons les bases sur lesquelles cette théorie est établie : chacune des matières ne supporte que les efforts compatibles avec sa nature ; le fer supporte les efforts de tension, compression, cisaillement ; le béton des efforts de compression seulement.

Nous en déduisons le principe suivant :

La poutre en ciment armé ne peut être considérée comme une poutre à âme pleine.

En effet, faisons, dans la poutre représentée par la figure 14, une

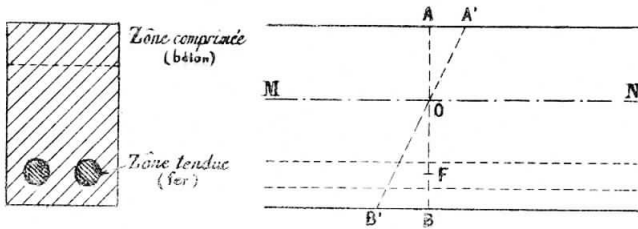


Fig. 14.

section AB normale à la fibre neutre MN .

Soit M le moment fléchissant correspondant à cette section ; si la poutre était à âme pleine la droite représentative des efforts des fibres équilibrant ce moment serait la droite $A'B'$ qui coupe la droite AB au point O sur la fibre neutre. Les fibres situées au-dessus de la fibre neutre sont comprimées, celles qui sont situées au-dessous sont tendues. Nous aurions ainsi dans la zone tendue toute une partie, OB , de béton qui, ainsi que nous l'avons admis, ne peut de par sa nature même, supporter d'efforts de tension. Ces efforts doivent en totalité être supportés par le métal qui se trouve à la partie inférieure de la poutre.

Il existe donc dans celle-ci, entre le fer et la fibre neutre, une partie neutre OF qui ne peut intervenir dans sa résistance et qui constitue son évidement.

Il en résulte une modification profonde dans la distribution des forces intérieures. Sous l'action des forces auxquelles elles sont soumises, la zone tendue et la zone comprimée se déforment indépendamment l'une de l'autre; on ne peut plus admettre l'hypothèse précédente de rotation de la section autour de la fibre neutre; *c'est pourquoi nous n'avons plus à nous occuper de la recherche de cette fibre.*

La poutre en ciment armé doit donc être calculée comme une poutre évidée. Les deux éléments constitutifs de cette poutre sont :

Membrure supérieure comprimée en béton.

Membrure inférieure tendue en fer.

D'autres éléments sont nécessaires pour assurer son indéformabilité.

Dans les poutres métalliques on obtient ce résultat par une triangulation à l'aide de montants et de barres de treillis; dans le cas qui nous occupe, cette indéformabilité peut être obtenue seulement à l'aide de montants grâce à leurs encastremements inhérents à ce système de constructions.

C'est ce que nous allons établir dans le paragraphe suivant.

§ 6.

RÉPARTITION DES FORCES INTÉRIEURES DANS LES POUTRES DROITES COMPOSÉES DE MEMBRURES ET DE MONTANTS

Soit, figure 15, une poutre ainsi composée et soumise à des charges verticales s'exerçant à la partie supérieure.

Il s'agit de déterminer les forces intérieures qu'elles engendrent dans chacune des parties du système.

Afin de généraliser cette étude, nous ne tiendrons pas compte de la nature respective de chacune des membrures; nous ne déduirons

que plus tard les modifications que notre système apporte à la distribution des forces.

Nous examinerons les cas suivants :

PREMIER CAS. — *Les montants sont simplement articulés avec les membrures.*

Dans ce cas chacune des membrures travaille indépendamment de l'autre et se conduit comme une pièce fléchie ayant la portée l de la poutre qui prend alors la forme indiquée en pointillé (fig. 45).

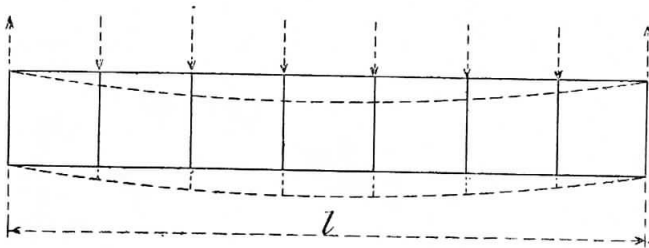


Fig. 45.

Les montants ont pour effet de transmettre une partie des charges à la membrure inférieure suivant un rapport facile à établir.

Soient : P la charge par mètre courant de poutre correspondant aux charges concentrées ;

p et p' les fractions de cette charge supportées par chaque membrure ;

E et I , les coefficients d'élasticité et moments d'inertie de la membrure supérieure ;

E' et I' les valeurs correspondantes pour la membrure inférieure.

D'après les formules générales de la flexion, les déformations verticales des pièces fléchies ont pour expression :

$$dy = \frac{pl^3}{KEI}$$

K étant un coefficient numérique variant avec les liaisons des appuis.

Les flèches prises par chacune des deux membrures auront donc les valeurs suivantes :

$$f = \frac{\rho l^3}{KEI}$$

$$f' = \frac{\rho' l'^3}{KE'I'}$$

Or, à cause de la liaison des montants, les deux membrures fléchissent de la même quantité.

On a donc :

$$f = f' = \frac{\rho l^3}{KEI} = \frac{\rho' l'^3}{KE'I'}$$

d'où :

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{EI}{E'I'}$$

Les montants ont donc pour but de répartir les charges entre les deux membrures proportionnellement au produit de leur coefficient d'élasticité par leur moment d'inertie.

La somme des moments de flexion m et m' produits par ces charges sur chacune des membrures considérée comme poutre isolée de portée l , au droit de la même section verticale, est égale au moment M des forces extérieures par rapport à cette section.

On a :

$$(1) \quad M = m + m'$$

DEUXIÈME CAS. — *Les montants sont encastrés dans les membrures.*

Dans ce cas, les angles que font entre eux les montants et les membrures étant invariables, la poutre fléchie prend la forme indiquée par la figure 16.

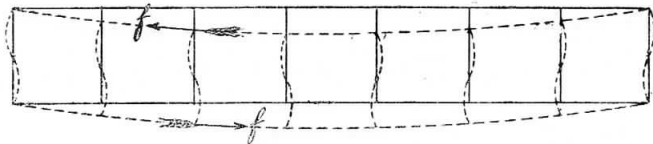


Fig. 16.

Les moments d'encastrement de même signe qui se produisent aux extrémités des montants tendent à les faire fléchir suivant les courbes indiquées en pointillé ; ces moments sont de signe contraire

aux moments de flexion des membrures dont nous avons parlé dans le premier cas.

L'équilibre de chaque montant doit être assuré par un couple de forces f , s'exerçant en ses extrémités. Ces forces ne peuvent provenir que de la différence des efforts agissant dans les membrures de part et d'autre du montant considéré.

L'encastrement des montants a donc pour résultat de diminuer les moments de flexion de chaque membrure et d'engendrer dans celles-ci des efforts longitudinaux de tension ou de compression.

Considérons un panneau quelconque de la poutre (fig. 17) et soient F les efforts précédents correspondant à ce panneau ;

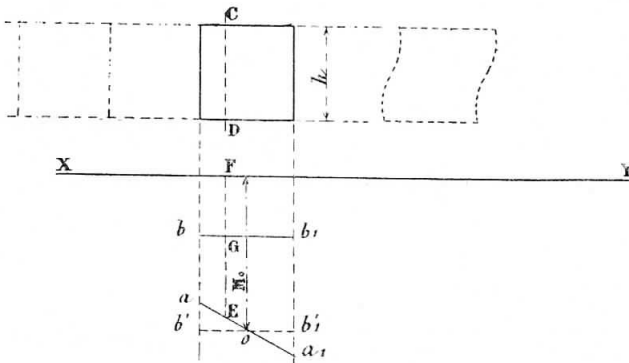


Fig. 17.

Soient aussi : aa_1 la droite représentative des moments M des forces extérieures, mesurés à partir de la droite XY ;

m et m' les moments de flexion en C et en D dans chacune des membrures.

On devra avoir pour l'équilibre :

$$(2) \quad Fh + m + m' = M$$

Portons la longueur FG proportionnelle au moment Fh et menons par le point G la parallèle bb_1 à XY ; les ordonnées de la droite aa_1 mesurées à partir de bb_1 représentent la somme des moments de flexion dans les membrures au droit de l'appui considéré.

Car on a :

$$m + m' = M - Fh$$

Sous l'influence des moments ab et a_1b_1 de même signe, le pan-

neau se déforme et tend à prendre la forme dissymétrique indiquée en pointillé à droite de la figure.

Dans le cas où les montants sont suffisamment rigides pour s'opposer à toute déformation, la poutre prend la forme indiquée (fig. 18).

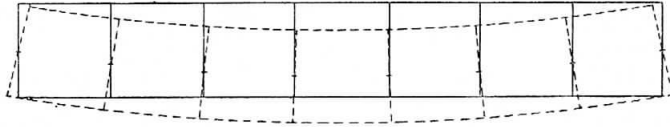


Fig. 18.

Les deux membrures affectent sensiblement la forme de deux arcs concentriques dont les montants sont les rayons.

Contrairement à ce qui se passait précédemment, chacun des panneaux a conservé sa symétrie pendant la déformation, ce qui signifie que le panneau est sollicité par des forces symétriques. Les moments ab et a_1b_1 doivent donc être égaux et de signe contraire ; la droite bb_1 vient en $b_1b'_1$ couper la droite aa_1 en son milieu o .

Si M_o est le moment des forces extérieures au milieu du panneau, l'équation (2) devient

$$(3) \quad M_o = F_o h$$

car, ainsi que nous l'avons dit, les distances des droites bb_1 ou $b'b'_1$ à la droite XY , représentent les moments Fh des forces longitudinales F des membrures.

On a :

$$(4) \quad F_o = \frac{M_o}{h}$$

Cette équation nous donne les valeurs des tensions et des compressions d'une poutre dont les montants sont suffisamment rigides pour s'opposer à toute déformation.

La somme des moments m et m' auxquels ces deux membrures se trouvent soumis au droit d'une section est mesurée par l'ordonnée correspondante de la droite aa_1 comptée à partir de la droite $b'b'_1$. Ainsi que nous l'avons démontré dans le premier cas, ces moments se répartissent dans chacune d'elles proportionnellement aux produits EI .

Nous avons ainsi tous les éléments nécessaires au calcul des poutres sans treillis.

Traçons (fig. 49) le polygone funiculaire des charges verticales ;

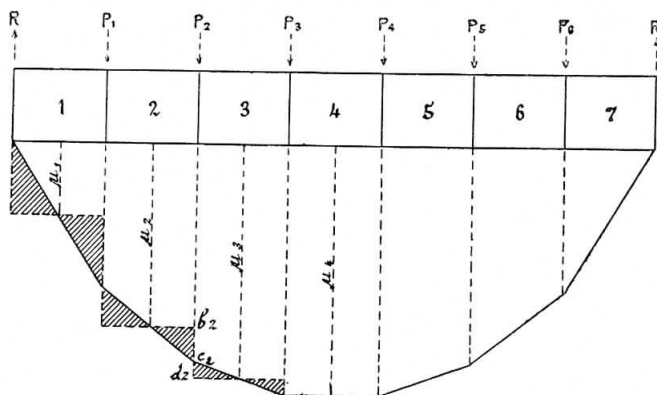


Fig. 49.

abaïssons les verticales milieux des panneaux et par leurs intersections avec les côtés du polygone menons des horizontales. Les moments de flexion dans les membrures sont représentés par les triangles hachurés.

Dans un panneau quelconque, le panneau 3 par exemple, l'effort dans la membrure est :

$$F_3 = \frac{\mu_3}{h}$$

On a de même dans le panneau 2 :

$$F_2 = \frac{\mu_2}{h}$$

Le montant 2 se trouve soumis, en ses deux extrémités, à un couple de forces égales et exposées ayant pour valeur :

$$(5) \quad F_3 - F_2 = \frac{\mu_3 - \mu_2}{h}$$

Ces forces produisent dans le montant :

1° Un effort de cisaillement horizontal égal à leur valeur ;

2° Le couple de flexion qui a pour valeur :

$$\frac{\mu_3 - \mu_2}{h} \times h = \mu_3 - \mu_2$$

et qui est représenté par la longueur $b_2 d_2$; il se décompose en deux moments d'encastements avec chacune des membrures ; la vérification de l'équilibre exige que chacun d'eux soit égal à la somme des moments de flexion des membrures de part et d'autre du montant.

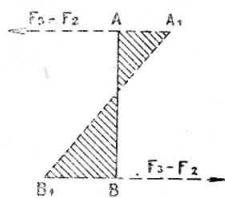


Fig. 20.

La ligne représentative des moments de flexion auxquels est soumis le montant AB est la droite A_1B_1 (fig. 20) dont les ordonnées AA_1 et BB_1 représentent les moments d'encastement dont nous connaissons la valeur.

Nous savons en outre que les montants sont soumis à des efforts de compression égaux à la fraction de charge qu'ils transmettent à la membrure inférieure et dont nous avons déterminé la valeur dans le premier cas (montants articulés).

§ 7.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE AUX POUTRES EN BÉTON DE CIMENT ARMÉ

1° Membrures.

a. L'effort de compression $\frac{N}{h}$ sera supporté par la membrure en béton ; l'effort de tension ayant même valeur sera supporté par la membrure en fer (fig. 44).

Il est à peine utile de démontrer que, au droit d'une même section, les efforts des deux membrures doivent être égaux et de signe contraire, dans le cas général d'une poutre horizontale soumise à des charges verticales.

Les lois de l'équilibre exigent, en effet, que la somme des projections des forces extérieures sur un axe quelconque soit égale à la somme des projections des forces intérieures sur le même axe.

Prenons pour axe de projection une horizontale ; la somme N des projections des charges verticales est nulle ; les efforts de com-

pression c et de tension t se projettent en vraie grandeur sur cet axe.

On a donc :

$$N = 0 = c + t$$

d'où :

$$c = -t$$

ainsi que nous l'avions dit précédemment (1).

b. La membrure supérieure (béton) ne pouvant, de par sa nature, résister aux moments de flexion m dont nous avons parlé, ceux-ci seront supportés par la membrure inférieure (fer) à laquelle sera transmise la totalité des charges.

Dans chacun des panneaux, cette membrure devrait donc être calculée pour résister au moment de flexion ab' (fig. 17) au droit du montant.

En réalité, la membrure inférieure n'est pas libre; elle est noyée dans une masse de béton qui, dans la partie neutre OB (fig. 14) ne supporte aucun effort.

Cette partie neutre et le métal constituent un élément de poutre en ciment armé supportant les moments de flexion secondaires des membrures. Ces moments étant très faibles par rapport au moment maximum pour lequel la poutre est calculée et pouvant en outre devenir aussi faibles qu'on le voudra par le rapprochement des montants, on a l'habitude de négliger, en pratique, les efforts secondaires qu'ils engendrent.

c. La totalité des charges étant transmise à la membrure inférieure, celle-ci devra résister aux efforts tranchants que ces charges produisent.

2° Montants.

d. Nous calculerons les montants à l'effort de cisaillement :

$$\frac{V_n - V_{n-1}}{h}$$

1. Nous avons développé cette question peut être plus qu'il n'était utile, parce que nous sommes sur ce point en contradiction avec certaines méthodes de calculs employés jusqu'ici.

e. Nous ne tiendrons pas compte du moment de flexion :

$$M_n - M_{n-1}$$

entièrement reporté sur l'encastrement inférieur, car le montant est noyé dans une masse de béton qui s'oppose à sa déformation.

Nous allons appliquer ces principes au calcul d'un plancher en ciment armé.

CHAPITRE III

CALCUL D'UN PLANCHER EN CIMENT ARMÉ

§ 8.

HOURDIS

Le hourdis est supporté par des solives dont l'écartement d'axe en axe l donne la portée.

On se donne généralement son épaisseur e , en rapport avec les charges qu'il doit supporter et les conditions de sonorité et d'isolement prescrites.

Il est armé par des fers ronds dont nous nous proposons de déterminer la section nécessaire.

Pour que la protection du fer par le ciment soit efficace, il faut que le fer soit recouvert d'une couche d'environ 20 millimètres de ciment.

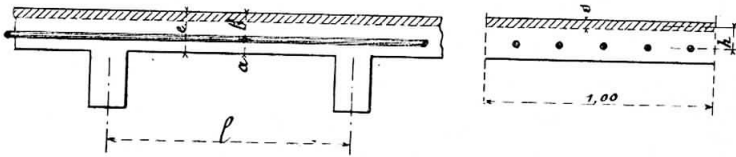


Fig. 21.

On pourra donc se donner la distance a de l'axe du fer au-dessous du hourdis, d'où l'on déduira la distance :

$$b = e - a$$

Considérons une largeur de hourdis égale à 1 mètre.

Soient :

p , le poids propre du hourdis par mètre carré = $2.500 \times e$;

p' , la surcharge par mètre carré de hourdis ;

$P = p + p'$ la charge totale par mètre carré.

Lorsque le hourdis est supporté par plusieurs solives, les parties comprises entre ces solives forment les travées d'une poutre continue.

Cette continuité engendre au droit des appuis des moments négatifs et diminue les moments positifs au milieu des travées.

Nous prendrons comme moment maximum positif la valeur :

$$M = \frac{Pl^2}{10}$$

Soient :

s l'épaisseur de hourdis formant sa membrure supérieure ;

R le coefficient de travail admissible pour le béton.

Nous avons vu que l'effort dans les membrures est donné par l'expression :

$$F = \frac{M}{h}$$

Or, on a :

$$F = R s$$

et

$$h = b - \frac{s}{2}$$

par suite :

$$R s = \frac{M}{b - \frac{s}{2}}$$

$$R s \left(b - \frac{s}{2} \right) = M$$

$$R b s - \frac{R s^2}{2} = M$$

$$s^2 - 2 b s + \frac{2 M}{R} = 0$$

d'où :

$$s = b - \sqrt{b^2 - \frac{2 M}{R}}$$

Le coefficient de travail du béton à la compression est :

$$R = 250.000 \text{ kg. par mètre carré.}$$

Si nous prenons le centimètre pour unité, nous aurons :

$$s = b - \sqrt{b^2 - \frac{2M}{25}}$$

M étant exprimé en kilogrammètres.

La valeur de s ne sera réelle qu'autant que l'on aura :

$$b^2 > \frac{2M}{25}$$

Cette inégalité servira d'avance à déterminer l'épaisseur minimum du hourdis.

L'effort de compression sur une largeur de 1 mètre de hourdis est :

$$100 s \times 25 \text{ kg.} = 2.500 \left(b - \sqrt{b^2 - \frac{2M}{25}} \right)$$

Le coefficient de travail du fer étant de 40 kilogrammes par millimètre carré, la section de fer nécessaire pour la membrure inférieure est, en millimètres carrés :

$$s' = 250 \left(b - \sqrt{b^2 - \frac{2M}{25}} \right)$$

On prendra donc par mètre de largeur de hourdis un certain nombre n' de fers ronds dont la section soit égale à $\frac{s'}{n}$.

Montants.

L'effort de cisaillement des montants a été trouvé égal à :

$$F = \frac{U_n - U_{n-1}}{h}$$

En pratique, on a tout avantage à employer des montants de section constante et à les espacer inégalement de manière que leur effort de cisaillement soit constant.

Nous procéderons de la façon suivante :

Nous tracerons sur la portée $l = AB$, la parabole représentative des moments fléchissants produits par la charge uniformément répartie et ayant pour flèche :

$$CD = \frac{Pl^2}{8}$$

Nous diviserons cette flèche en un certain nombre n de parties égales et par chacun des points de division nous mènerons des

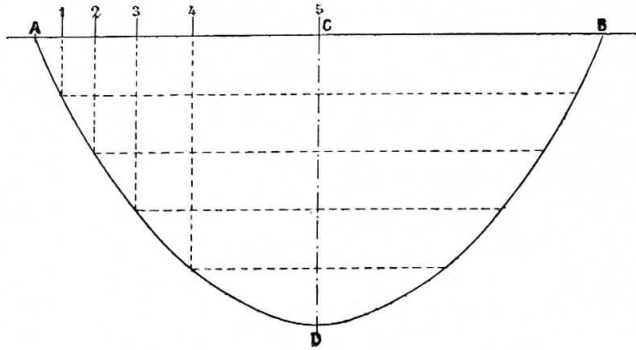


Fig. 22.

parallèles à la droite AB. Les montants se trouveront sur les verticales des points d'intersection de ces parallèles avec la parabole.

On aura en effet dans ce cas :

$$v_n - v_{n-1} = \frac{M}{n} = \text{constante}$$

M étant le moment maximum :

$$\frac{Pl^2}{8}$$

L'effort de cisaillement des montants par mètre de largeur de hourdis sera donc :

$$F = \frac{M}{n \left(b - \frac{s}{2} \right)}$$

D'après la disposition de nos hourdis (fig. 11) si par mètre nous avons n' barres de fers ronds, nous aurons $\frac{n'}{2}$ montants ; l'effort de cisaillement pour chacun d'eux sera :

$$F = \frac{2M}{m' \left(b - \frac{s'}{2} \right)}$$

Nous avons indiqué dans la description (fig. 11, 12 et 13) la façon dont les montants sont reliés aux membrures pour qu'aucun glissement horizontal ne puisse se produire sous l'influence de la force précédente.

Le tracé de la position des montants serait absolument le même avec tout autre polygone funiculaire des charges.

En pratique, les écartement des montants vers le centre du hourdis seront un peu réduits afin d'augmenter la liaison des deux membrures et de résister aux efforts qui s'y produisent dans le cas de dissymétrie des charges.

§ 9.

POUTRES

Soit l la largeur de la poutre ; la membrure supérieure est constituée par une épaisseur du hourdis qui s'étend de part et d'autre ; soit d la largeur du hourdis correspondant à la poutre considérée et égale à la demi-somme de ses écartements avec les poutres voisines.

Les charges auxquelles elle se trouve soumise sont les suivantes :

- Poids de la largeur d de hourdis ;
- Surcharge uniformément répartie sur cette largeur ;
- Poids propre de la poutre.

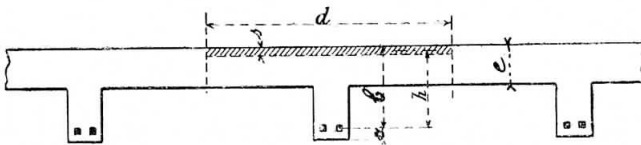


Fig. 23.

Soit P' la somme de ces charges et M le moment maximum correspondant. La valeur de ce moment dépendra de la liaison des

appuis, suivant que la poutre sera libre, encastrée ou continue; dans tous les cas, par la statique on pourra la calculer.

Donnons-nous comme précédemment les dimensions a et b .

Si s est l'épaisseur de la membrure supérieure et R le coefficient de travail du béton on aura, comme pour le hourdis :

$$Rsd = \frac{M}{b - \frac{s}{2}}$$

$$RSH = M$$

$$Rsd \left(b - \frac{s}{2} \right) = M$$

$$Rsd b - \frac{Rs^2 d}{2} = M$$

$$SH = sd \left(b - \frac{s}{2} \right)$$

$$s^2 - 2sb + \frac{2M}{Rd} = 0$$

$$s = b - \sqrt{b^2 - \frac{2M}{Rd}}$$

Posons $R = 25$ et exprimons toutes les longueurs en centimètres.

On a :

$$\begin{aligned} s &= b - \sqrt{b^2 - \frac{200 M}{25 \times d}} \\ &= b - \sqrt{b^2 - \frac{8M}{d}} \end{aligned}$$

Pour que s soit réel il faut que l'on ait :

$$b^2 > \frac{8M}{d}$$

Il faut en outre que l'on ait :

$$s < e$$

Dans le cas où ces deux inégalités ne seraient pas satisfaites, il faudrait augmenter la valeur de b , et recommencer les calculs.

L'effort de compression correspondant à l'épaisseur s est :

$$25sd = 25d \left(b - \sqrt{b^2 - \frac{8M}{d}} \right)$$

Avec un coefficient de travail de 40 kilogrammes par millimètre carré, la section de fer dans la membrure inférieure sera donnée par l'équation :

$$s' = 2,5 d \left(b - \sqrt{b^2 - \frac{8M}{d}} \right)$$

Dans cette formule les longueurs sont exprimées en centimètres, M en kilogrammètres et s' en millimètres carrés.

Montants.

Nous emploierons pour calculer les montants des poutres la même formule qui a été employée pour les montants des hourdis.

$$F = \frac{M}{nn' \left(b - \frac{s}{2} \right)}$$

n étant le nombre de divisions des montants ;

n' le nombre de barres de fer rond composant la membrure inférieure.

Le même tracé que précédemment s'appliquera pour la détermination de la position des montants.

On a vu (fig. 8 de la description) la disposition que nous avons adoptée pour relier entre eux les montants et les membrures de manière qu'aucun glissement ne puisse se produire sous l'action de la force horizontale F dont nous avons donné la valeur.